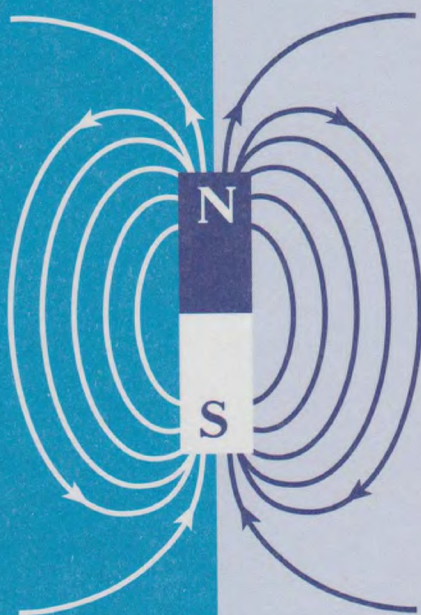


Л.П. Баканина
В.Е. Белонучкин
С.М. Козел

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ



Вербун-М

10-11

Л.П. Баканина
В.Е. Белонучкин
С.М. Козел

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

для 10-11 классов
с углубленным
изучением физики

Под редакцией С.М. Козела

*Рекомендовано
Министерством образования
Российской Федерации
в качестве учебного пособия*

Москва

Вербум — М

2003

УДК 373.167.1

ББК 22.3я721

Б19

Баканина Л. П., Белонучкин В. Е., Козел С. М.

Б19 **Сборник задач по физике : Для 10—11 классов с углубленным изучением физики. / Под ред. С. М. Козела. — М. : Вербум-М, 2003. — 264 с.: ил.**

ISBN 5-8391-0060-9.

Сборник содержит около 1000 задач по всем разделам курса физики в объеме и в соответствии с программой для 10 и 11 классов школ и лицеев с углубленным изучением физики.

Авторы при составлении сборника отдавали предпочтение задачам с глубоким физическим содержанием, решение которых требует свободного владения физическими законами. Однако в каждом разделе имеются и относительно простые задачи, предназначенные для первоначального ознакомления с методикой решения.

ISBN 5-8391-0060-9

© Издательство «Вербум-М», 2003.

ОТ АВТОРОВ

Сборник составлен в соответствии с программой X и XI классов школ и лицеев с углубленным изучением физики. Многие задачи, включенные в сборник, в разные годы предлагались на вступительных экзаменах в Московском физико-техническом институте (Государственном университете) и на физических олимпиадах школьников.

При составлении сборника авторы отдавали предпочтение задачам с глубоким физическим содержанием, решение которых требует свободного владения физическими законами, изучаемыми в средней школе. Значительное число задач родилось из физического эксперимента, из практики. В этих задачах рассматриваются не идеализированные, а реальные физические объекты. Важным этапом решения задач такого рода, характерным для любого научного исследования, является выбор той или иной физической модели. Многие задачи сопровождаются числовыми расчетами, что необходимо, по мнению авторов, для ощущения реальных масштабов физических явлений. В каждом разделе сборника имеются также относительно простые задачи, предназначенные для первоначального ознакомления с методикой решения.

Сборник содержит около 1000 задач и охватывает практически все разделы программы.

В составлении и обсуждении вошедших в сборник задач в разное время принимали участие многие преподаватели кафедры физики МФТИ, члены жюри Всероссийских (ранее Всесоюзных) школьных олимпиад. Всем им авторы искренне благодарны.

Сборник предназначен для учащихся старших классов школ и лицеев с углубленным изучением физики, а также для студентов-физиков педагогических вузов. Он может быть полезен слушателям подготовительных отделений вузов, абитуриентам и лицам, самостоятельно готовящимся к поступлению в вузы.

Авторы

I. МЕХАНИКА

1.1. КИНЕМАТИКА

1.1. За последнюю секунду свободно падающее без начальной скорости тело пролетело $3/4$ всего пути. Сколько времени падало тело?

1.2. Два одинаковых шарика брошены вертикально вверх из одной точки с одинаковыми начальными скоростями. Вторым шарик был брошен через t с после первого шарика. Они встретились в воздухе через T с после броска первого шарика. Определите начальную скорость шариков. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.3. Камень бросают горизонтально с горы, уклон которой равен α . Определите, с какой скоростью v был брошен камень, если он упал на склон на расстоянии L от точки броска.

1.4. Из точки A , лежащей на верхнем конце вертикального диаметра некоторой окружности, по желобам, установленным вдоль различных хорд этой окружности (рис. 1.1), одновременно начинают скользить грузы. Через какое время грузы достигнут окружности? Как это время зависит от угла наклона хорды к вертикали? Трением пренебречь.

1.5. Небольшой шарик движется без трения сначала по желобу ABC , а потом по желобу ADC (рис. 1.2). Части желоба AD и BC вертикальны, а углы ABC и ADC закруглены. Изобразить графически для обоих случаев зависимость скорости v шарика от времени t , если $AB = BC = AD = DC = h$. Скорость шарика в точке A равна нулю. По какому пути (ABC или ADC) шарик скорее попадет из точки A в точку C ?

1.6. Торпеду выпускают из точки A в момент, когда корабль противника находится в точке B и движется со скоростью $v_1 = 50$ км/ч. Направление движения корабля нахо-

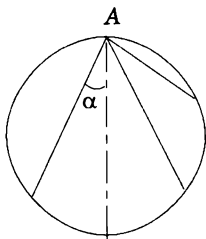


Рис. 1.1

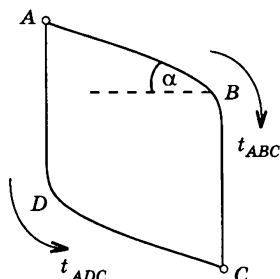


Рис. 1.2

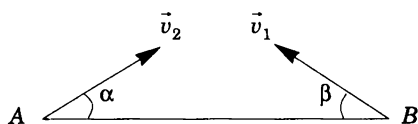


Рис. 1.3

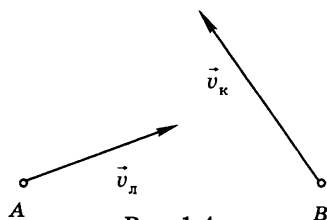


Рис. 1.4

дится под углом $\beta = 30^\circ$ к линии AB (рис. 1.3). Скорость торпеды $v_2 = 100$ км/ч. Под каким углом надо выпустить торпеду, чтобы она поразила цель?

1.7. В точках A и B находятся, соответственно, моторная лодка и катер, движущиеся с заданными постоянными скоростями v_l и v_k в направлениях, показанных на рисунке 1.4. Определите графически, до какого наименьшего расстояния могут сблизиться лодка и катер, двигаясь в заданных направлениях.

1.8. Рисунок 1.5 сделан с фотографии шлейфов дыма от двух паровозов, движущихся по прямолинейному участку дороги со скоростями $v_1 = 50$ км/ч и $v_2 = 70$ км/ч (вид сверху). Направления движения поездов указаны стрелками. Определите скорость ветра.

1.9. Спортсмен прыгает с вышки ($H = 10$ м) и погружается в воду на расстоянии $l = 3$ м по горизонтали от края вышки через время $t = 2$ с. Определите скорость спортсмена в момент прыжка.

1.10. Из трех труб, расположенных на земле, с одинаковой скоростью бьют струи воды под углами 60° , 45° и 30° к горизонту. Найдите отношение наибольших высот подъема струй воды, вытекающих из труб, и отношение дальностей падения воды на землю.

1.11. В дождевальных установках для поливки полей используются сферические насадки с большим числом одинаковых отверстий, через которые вода вытекает со скоростью v (рис. 1.6). Как число отверстий, приходящихся на единицу

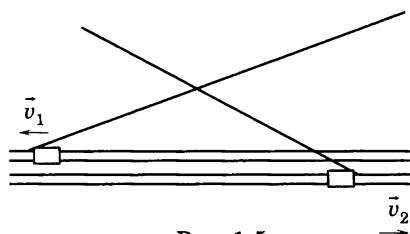


Рис. 1.5

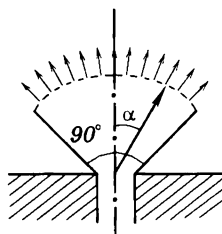


Рис. 1.6

площади, должно зависеть от угла α , чтобы поле вокруг насадки поливалось равномерно? Считайте, что насадка расположена на уровне земли и ее размер мал по сравнению с размером поливаемого круга. Угол раствора конуса насадки равен 90° .

1.12. На расстоянии $L = 60$ м от берега стоит на якоре плот. Скорость течения реки у самого берега $u_0 = 0$ и растет пропорционально расстоянию от берега, так что скорость воды у плота $u_L = 2$ м/с. Моторная лодка отправляется от берега к плоту. Относительно воды лодка развивает скорость $v = 7,2$ км/ч. Как моторист должен ориентировать лодку перед отплытием, чтобы без корректировки скорости лодки пристать к плоту точно напротив места отплытия? Какое время T лодка будет при этом находиться в пути?

1.13. Самолет летит горизонтально на высоте $H = 4$ км над поверхностью Земли со сверхзвуковой скоростью. Звук дошел до наблюдателя через время $t = 10$ с после того, как над ним пролетел самолет. Определите скорость v самолета. Скорость звука $c = 330$ м/с.

1.14. Самолет летит горизонтально со скоростью $v = 470$ м/с. Человек слышал звук от самолета через время $t = 21$ с после того, как самолет пролетел над ним. Определите, на какой высоте летит самолет. Скорость звука $c = 330$ м/с.

1.15. Горизонтально расположенный диск радиусом R вращается вокруг своей оси с частотой $n = 40$ мин $^{-1}$. Небольшое тело, расположенное на расстоянии $R/2$ от центра диска, начинает скользить по нему без трения. Через какое время тело соскользнет с диска?

1.16. Цилиндр радиусом $R = 20$ см вращается вокруг своей оси с частотой $n = 20$ мин $^{-1}$. Вдоль образующей цилиндра движется тело с постоянной скоростью $v = 30$ см/с относительно поверхности цилиндра. Определите полную скорость и ускорение этого тела.

1.17. Колесо радиусом R равномерно катится по горизонтальной поверхности. От точки A колеса отрывается капелька грязи (рис. 1.7). С какой скоростью v движется колесо, если капелька, побывав в воздухе, снова опустилась на то же самое место колеса? Сопротивление воздуха не учитывайте.

1.2. СТАТИКА И ГИДРОСТАТИКА

1.18. Поверх жидкости плотностью ρ_1 налита жидкость плотностью $\rho_2 < \rho_1$, причем жидкости не смешиваются. Очевидно, что тело плотностью ρ ($\rho_1 > \rho > \rho_2$) будет плавать у границы раздела этих жидкостей. Какая часть объема тела будет погружена в более плотную жидкость?

1.19. Тонкая однородная палочка шарнирно укреплена за верхний конец. Нижняя ее часть погружена в воду (рис. 1.8). Палочка находится в равновесии, когда она расположена наклонно и погружена в воду на половину своей длины. Чему равна плотность материала палочки?

1.20. В цилиндр высотой $h_1 = 20$ см с площадью основания $S_1 = 100$ см² налита вода, объем которой $V = 1$ дм³. В цилиндр опускают стержень сечением $S_2 = 40$ см², высота которого равна высоте цилиндра. Какую минимальную массу должен иметь стержень, чтобы он опустился на дно цилиндра? Решите ту же задачу при $S'_2 = 80$ см².

1.21. В бак с водой опущена длинная трубка диаметром d , к которой снизу плотно прилегает цилиндрический диск толщиной h и диаметром D (рис. 1.9). Плотность материала диска ρ_d больше плотности воды ρ_v . Трубку медленно поднимают вверх. На какой глубине H диск оторвется от трубки?

1.22. В цилиндрическую банку с площадью дна S налита вода, высота столба которой $H = 15$ см. Когда в эту банку опустили порожнюю латунную чашку так, чтобы она плавала, то уровень воды поднялся на высоту $h = 2,2$ см. Какой будет высота H_1 уровня воды в банке, если чашку утопить в ней? Плотность латуни $\rho_l = 8,8$ г/см³.

1.23. Плотность раствора соли меняется с глубиной h по закону $\rho = \rho_0 + Ah$, где $\rho_0 = 1$ г/см³, $A = 0,01$ г/см⁴. В раствор опущены два шарика, связанные нитью такой длины, что расстояние между центрами шариков не может превышать $l = 5$ см. Объем каждого шарика $V = 1$ см³, массы $m_1 = 1,2$ г и $m_2 = 1,4$ г. На какой глубине каждый шарик находится в равновесии?

1.24. Цилиндрическое тело плотностью $\rho_t = 1,6$ г/см³ и объемом $V = 10^3$ см³ подвешено на нити (рис. 1.10) и опущено

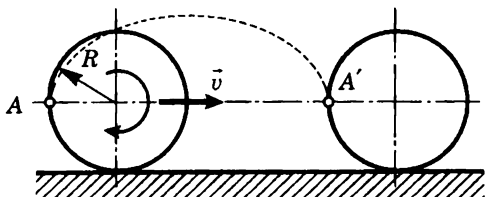


Рис. 1.7

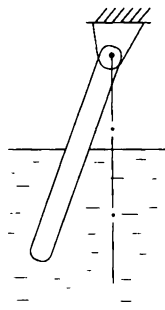


Рис. 1.8

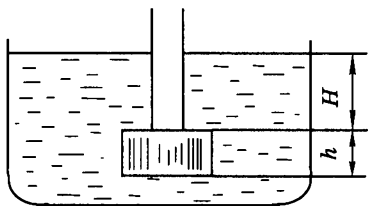


Рис. 1.9

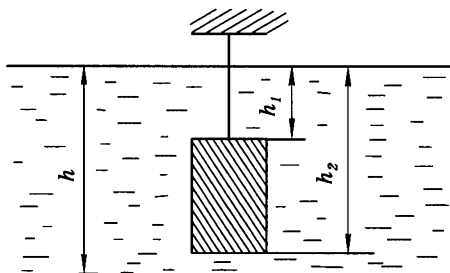


Рис. 1.10

в жидкость, плотность которой увеличивается с глубиной h по закону $\rho(h) = \rho_0 + \beta h$, где $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$, $\beta = 10^{-3} \text{ г/см}^4$. Найдите силу T натяжения нити, если верхняя грань тела находится на глубине $h_1 = 1 \text{ м}$, а нижняя — на глубине $h_2 = 2 \text{ м}$.

1.25. Во время ремонта дно лодки-плоскодонки оклеили слоем пластика толщиной $d = 3 \text{ см}$. После этого высота надводной части лодки уменьшилась на $h = 1,8 \text{ см}$. Определите плотность ρ пластика.

1.26. Резиновый детский мяч плавает на поверхности воды, когда погружена $1/8$ часть его объема. Другой мяч вдвое большего радиуса погружается на $1/10$ объема. Во сколько раз толщина стенки у второго мяча больше, чем у первого?

1.27. Два вертикальных сообщающихся цилиндра заполнены водой и закрыты поршнями массами $M_1 = 1 \text{ кг}$ и $M_2 = 2 \text{ кг}$. В положении равновесия первый поршень расположен выше второго на $h = 10 \text{ см}$ (рис. 1.11). Когда на первый поршень поместили гирию массой $m = 2 \text{ кг}$, поршни в положении равновесия оказались на одной высоте. Как расположатся поршни, если гирию перенести на второй поршень?

1.28. В вертикально расположенном сосуде с сечениями S_1 и S_2 находятся два невесомых поршня. Поршни соединены тонкой проволокой длиной l (рис. 1.12). Найдите силу T натяжения проволоки, если пространство между поршнями заполнено водой. Трением пренебречь. Сверху и снизу сосудов сообщается с атмосферой.

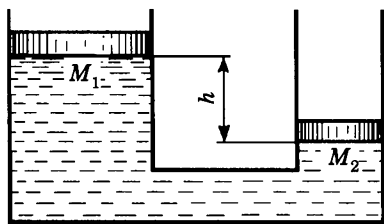


Рис. 1.11

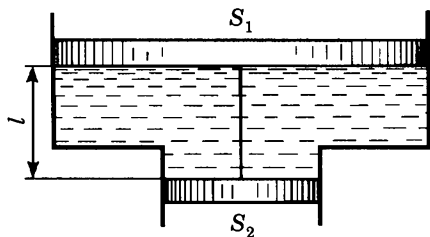


Рис. 1.12

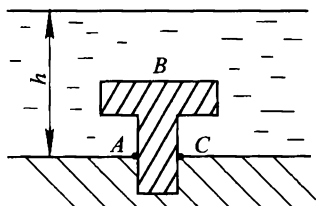


Рис. 1.13

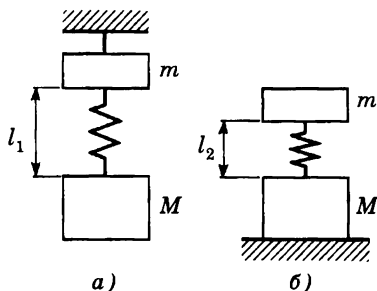


Рис. 1.14

1.29. Подводная опора забита в глинистый грунт водоема глубиной $h = 3$ м. Она представляет собой два соосных цилиндра различного диаметра (рис. 1.13). Найдите силу F , действующую на опору со стороны воды в водоеме. Площадь сечения цилиндра меньшего диаметра, забитого в грунт, равна $S = 1$ м²; объем части опоры над уровнем AC $V = 4$ м³; плотность воды $\rho = 1$ г/см³. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

1.30. Водный бассейн, ширина которого $a = 4$ м, разделен перегородкой. С одной стороны уровень воды относительно дна $h_1 = 3$ м, с другой $h_2 = 1$ м. Найдите силу F , действующую на перегородку.

1.31. Пружина скрепляет два груза массами m и M . Когда система подвешена (рис. 1.14, а), длина пружины равна l_1 . Если систему поставить на подставку (рис. 1.14, б), длина пружины будет равна l_2 . Определите длину ненапряженной пружины l_0 .

1.32. Если к нижнему концу вертикально висящей легкой пружины прикрепить груз, то ее длина станет равной l_1 . Если другой такой же груз прикрепить к середине пружины, то ее длина возрастет до l_2 . Определите длину пружины в недеформированном виде.

1.33. Лестница длиной $l = 3$ м стоит, упираясь верхним закругленным концом в гладкую стену, а нижним — в пол. Угол наклона лестницы к горизонту $\alpha = 60^\circ$, ее масса $m = 15$ кг. На лестнице на расстоянии $a = 1$ м от ее верхнего конца стоит человек массой $M = 60$ кг. С какой силой давит на пол нижний конец лестницы и как направлена эта сила?

1.34. Нижний конец B стержня AB укреплен шарнирно (рис. 1.15). К верхнему концу A привязана нить AC , удерживающая стержень в равновесии. Найдите силу T натяжения нити, если масса стержня равна M , $\angle ABC = \angle BCA = \alpha$, точки B и C расположены на одной вертикали.

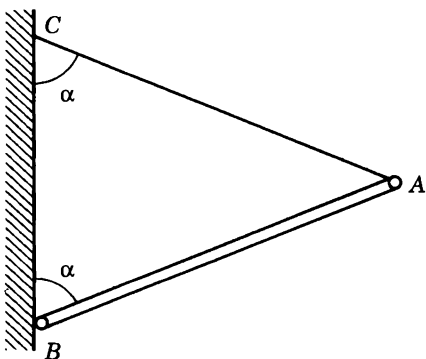


Рис. 1.15

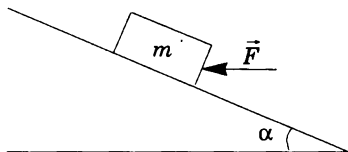


Рис. 1.16

1.35. С какой минимальной горизонтальной силой F надо действовать на брусок массой $m = 1$ кг, находящийся на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$, чтобы он оставался в покое (рис. 1.16)? Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость $\mu = 0,2$.

1.36. С какой минимальной горизонтальной силой F надо действовать на брусок массой $m = 2$ кг, находящийся на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$, чтобы он двигался равномерно вверх по наклонной плоскости (рис. 1.16)? Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость $\mu = 0,3$.

1.37. Прямоугольный брусок размером $a \times b$ (рис. 1.17) тянут равномерно по горизонтальной плоскости за веревку, угол наклона которой α можно менять. Коэффициент трения бруска о плоскость равен μ . При каком угле α брусок начнет приподниматься?

1.38. Брусок массой m и размером $a \times b$ (рис. 1.18) стоит на наклонной плоскости с углом наклона α . На брусок действует сила F , параллельная наклонной плоскости. При какой силе F брусок опрокинется? Известно, что соскальзывать с наклонной плоскости брусок при этом не будет.

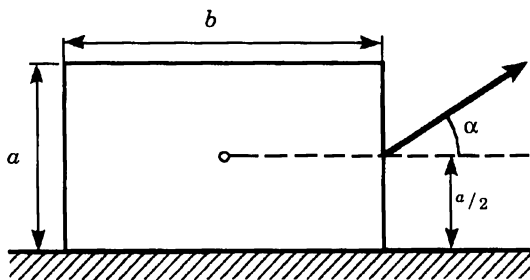


Рис. 1.17

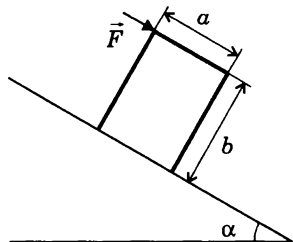


Рис. 1.18

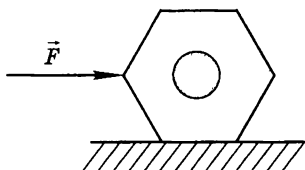


Рис. 1.19

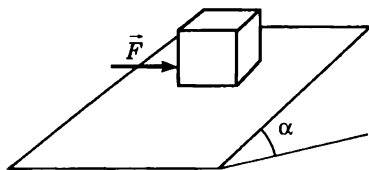


Рис. 1.20

1.39. Шестигранный карандаш толкнули вдоль горизонтальной плоскости, как показано на рисунке 1.19. При каком коэффициенте трения μ между карандашом и плоскостью карандаш будет скользить по плоскости не вращаясь?

1.40. Небольшой кубик массой $m = 100$ г покоится на шероховатой плоскости, наклоненной к горизонту под углом $\alpha = 30^\circ$ (рис. 1.20). Коэффициент трения кубика о плоскость $\mu = 0,8$. Определите минимальную горизонтальную силу F , с которой нужно толкать кубик, чтобы он начал двигаться. Сила лежит в плоскости склона.

1.41. Автомобиль массой $M = 1$ т равномерно поднимается по наклонному участку шоссе с углом наклона $\alpha = 12^\circ$. На сколько отличаются силы давления передних и задних колес автомобиля на шоссе, если известно, что расстояние между осями $L = 2,5$ м, а центр масс расположен на равных расстояниях от осей на высоте $H = 0,75$ м?

1.42. Как изменится сила давления передних колес автомобиля массой $m = 1500$ кг, движущегося по горизонтальной дороге (с коэффициентом трения $\mu = 0,4$), при максимально возможном без возникновения скольжения торможении задних колес? Центр масс автомобиля находится посередине между колесами и приподнят над землей на высоту $h = 60$ см; расстояние между передними и задними колесами $d = 3,5$ м.

1.43. Автомобиль массой $m = 1000$ кг, тормозя при выключенной передаче, катится вниз с постоянной скоростью по наклонному участку шоссе с углом наклона $\alpha = 6^\circ$. Каждое из четырех колес автомобиля (рис. 1.21) имеет внешний радиус R и жестко скреплено с тормозным барабаном радиусом $r = 0,4R$, к которому прижимаются с одинаковой силой N тормозные колодки A и A' . Найдите силу N , если коэффициент трения скольжения между барабаном и колодками $\mu = 0,5$.

1.44. На земле вплотную друг к другу лежат два одинаковых цилиндрических бревна. Сверху на них кладут такое же бревно (рис. 1.22). При каком минимальном коэффициенте трения μ между бревнами они не будут раскатываться? Скольжения бревен по земле не происходит.

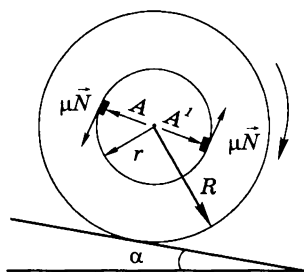


Рис. 1.21

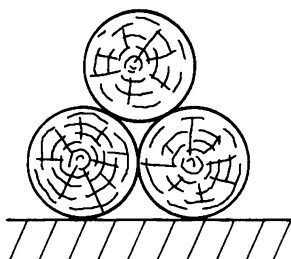


Рис. 1.22

1.45. Детская игрушка неваляшка (ванька-встанька) представляет собой фигуру высотой $h = 21$ см и массой $M = 300$ г с симметричным распределением массы относительно оси KD . Поверхность нижней части неваляшки представляет собой сферу радиусом $R = 6$ см (рис. 1.23). Если неваляшку поставить на шероховатую плоскую поверхность, наклоненную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, то игрушка займет устойчивое положение равновесия, при котором ее ось KD отклонится от вертикали на угол $\beta = 45^\circ$. Какую наименьшую массу пластилина надо прикрепить к макушке неваляшки в точке K , чтобы она потеряла устойчивость на горизонтальной поверхности стола?

1.46. Составной стержень представляет собой два соосных цилиндра, прижатых друг к другу торцами. Оказалось, что центр масс такого стержня находится в стыковочном сечении. Цилиндры имеют одинаковые площади сечения, но изготовлены из различных материалов с плотностями ρ и 2ρ . Определите отношение масс цилиндров.

1.47. Однородная тонкая пластина имеет форму круга радиусом R , в котором вырезано отверстие вдвое меньшего радиуса, касающееся края пластины (рис. 1.24). Где находится центр масс пластины?

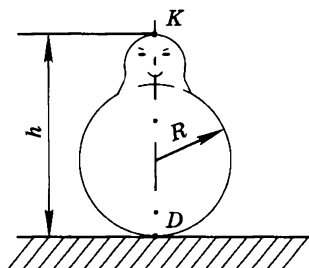


Рис. 1.23

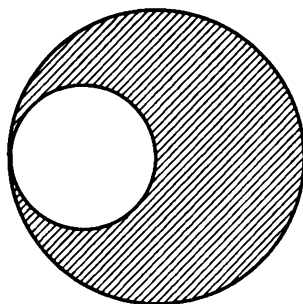


Рис. 1.24

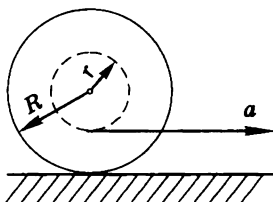


Рис. 1.25

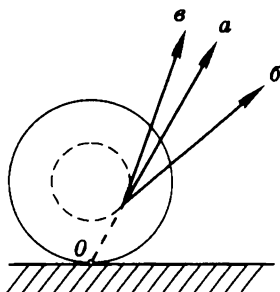


Рис. 1.26

1.48. Катушку тянут за нить по полу (рис. 1.25). Ускорение катушки постоянно и равно a . При каком коэффициенте трения между ободами катушки и полом катушка будет скользить не вращаясь? Радиусы обода и вала катушки равны R и r .

1.49. В какую сторону будет катиться катушка, если ее тянуть за нить под разными углами (рис. 1.26)? Рассмотрите случаи: a — направление нити проходит через точку O (точку касания катушки и стола); b — угол наклона нити меньше, чем в случае a ; v — угол наклона нити больше, чем в случае a . Катушка не проскальзывает.

1.50. В цилиндре на расстоянии $2R/3$ от центра параллельно оси просверлено отверстие радиусом $R/4$ (рис. 1.27). Отверстие залито веществом, плотность которого в 11 раз больше плотности вещества цилиндра. Цилиндр лежит на дощечке, которую медленно поднимают за один конец. Каков максимальный угол α наклона дощечки, при котором цилиндр еще может находиться на ней в равновесии? Коэффициент трения цилиндра о дощечку $\mu = 0,3$.

1.51. В цилиндре на расстоянии $R/2$ от центра просверлено отверстие радиусом $R/2$. Цилиндр лежит на дощечке, которую медленно поднимают за один конец. При каком максимальном угле α наклона дощечки цилиндр еще может находиться на ней в равновесии? Коэффициент трения цилиндра о дощечку $\mu = 0,2$.

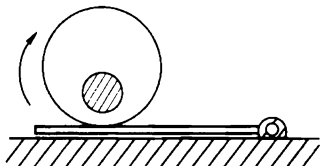


Рис. 1.27

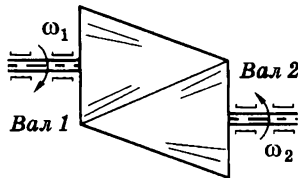


Рис. 1.28

1.52. Вращение вала 1 передается на вал 2 за счет сил трения во фрикционной передаче, представляющей собой два одинаковых конуса, равномерно прижатых друг к другу по образующей (рис. 1.28). Найдите угловую скорость ω_2 ненагруженного вала 2, если угловая скорость вала 1 равна ω_1 .

1.3. ДИНАМИКА

1.53. Три бруска, обозначенных цифрами 1, 2, 3, одинаковой массы $M = 5$ кг лежат на горизонтальном столе. Бруски связаны нитями, которые рвутся при силе натяжения $T = 20$ Н. Коэффициенты трения брусков о стол равны $\mu_1 = 0,3$, $\mu_2 = 0,2$, $\mu_3 = 0,1$. К бруску 3 прикладывают силу F , которую медленно увеличивают. Какая из нитей, скрепляющих бруски, порвется и при какой минимальной силе F это произойдет? Как изменится ответ, если силу F прикладывать к бруску 1?

1.54. Два бруска массами $m_1 = 7$ кг и $m_2 = 6$ кг соединили нитью и положили на горизонтальный стол. К бруску массой m_2 привязали вторую нить с грузом массой $m = 3$ кг (рис. 1.29). Определите: 1) натяжение обеих нитей и силы трения между каждым из брусков и столом; коэффициент трения бруска массой m_1 равен $\mu_1 = 0,2$, бруска массой m_2 — $\mu_2 = 0,1$; 2) те же величины, если $m = 1$ кг.

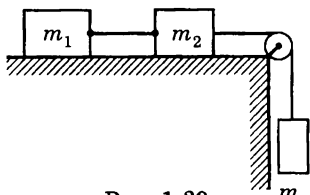


Рис. 1.29

1.55. К грузу 1 массой $m_1 = 7$ кг подвешен на веревке груз 2 массой $m_2 = 5$ кг. Масса веревки $m = 4$ кг. К грузу 1 приложена направленная вверх сила $F = 188,8$ Н. Найдите силу натяжения в верхнем конце и в середине веревки.

1.56. Две гири неравной массы висят на концах нити, перекинутой через невесомый блок, причем легкая гиря расположена на $h = 2$ м ниже тяжелой. Если дать им возможность двигаться, то через $t = 2$ с они окажутся на одной высоте. Определите отношение масс гирь.

1.57. Два грузика массами $m_1 = 300$ г и $m_2 = 200$ г соединены нитью, перекинутой через блок, подвешенный на пружинных весах. Определите ускорение грузов, показание пружинных весов и натяжение нити. Трением в оси блока, его массой и массой нити пренебречь.*

* Это приближение используется при решении многих задач данного раздела.

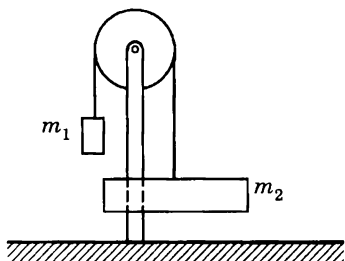


Рис. 1.30

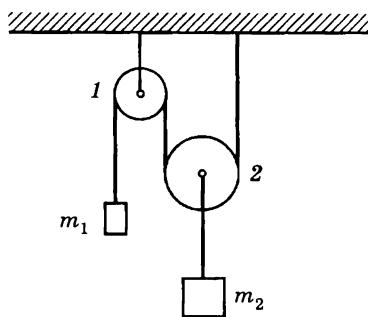


Рис. 1.31

1.58. На штанге укреплен неподвижный невесомый блок, через который перекинута нить с двумя грузами, массы которых $m_1 = 500$ г и $m_2 = 100$ г. В грузе массой m_2 имеется отверстие, через которое проходит штанга (рис. 1.30). Сила трения груза о штангу постоянна и равна $F_{\text{тр}} = 3$ Н. Найдите ускорение a грузов и силу натяжения T нити.

1.59. Предполагая массы грузов m_1 и m_2 известными, найдите их ускорения a_1 и a_2 в системе, состоящей из неподвижного блока 1 и подвижного блока 2 (рис. 1.31). Массами блоков и трением в их осях пренебречь.

1.60. Два бруска одинаковой массы $m = 0,2$ кг поставили на наклонную плоскость с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ (рис. 1.32). Коэффициент трения верхнего бруска о плоскость $\mu_1 = 0,01$, нижнего $\mu_2 = 1$. Определите силу взаимодействия брусков при их совместном соскальзывании с наклонной плоскости.

1.61. Блок льда массой $m = 50$ кг скользит без трения вниз по наклонной плоскости. Его придерживают сверху веревкой, натянутой параллельно наклонной плоскости, так, чтобы он спускался с постоянной скоростью. С какой силой T надо тянуть за веревку? Высота наклонной плоскости $h = 1$ м, длина основания $l = 1,5$ м.

1.62. Брусек массой $m = 0,5$ кг кладут на доску длиной $l = 2,5$ м. Затем медленно поднимают ее за один конец. Когда доска составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтальной поверхностью, брусок начинает скользить по доске и проходит путь l за $t = 4,0$ с. На сколько максимальная сила трения покоя F_{max} превосходит силу трения скольжения F ? Чему равна относительная ошибка, когда их считают равными? Чему равен коэффициент трения скольжения?

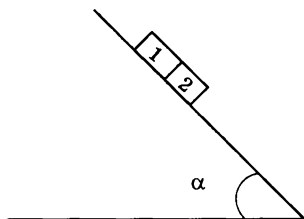


Рис. 1.32

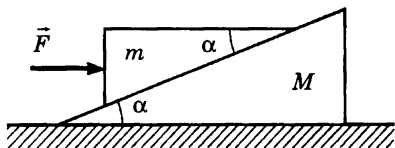


Рис. 1.33

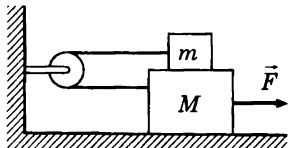


Рис. 1.34

1.63. На гладком горизонтальном столе лежит призма массой M с углом наклона α , а на ней призма массой m (рис. 1.33). На меньшую призму действует горизонтальная сила F , при этом обе призмы движутся вдоль стола как одно целое (т. е. не изменяя взаимного расположения). Определите силу трения между призмами.

1.64. За какое время t тело массой m соскользнет с наклонной плоскости высотой h с углом наклона β , если по наклонной плоскости с углом наклона α оно движется вниз равномерно?

1.65. Чему должен быть равен минимальный коэффициент трения μ между шинами и поверхностью наклонной дороги с уклоном $\alpha = 30^\circ$, чтобы автомобиль мог двигаться по ней вверх с ускорением $a = 0,6 \text{ м/с}^2$? Сделайте оценку μ для реального случая, когда $\text{tg } \alpha = 0,1$.

1.66. На гладком горизонтальном столе лежит брусок массой $M = 2 \text{ кг}$, на котором находится брусок массой $m = 1 \text{ кг}$. Оба бруска соединены легкой нитью, перекинутой через невесомый блок (рис. 1.34). Какую силу F нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он начал двигаться от блока с постоянным ускорением $a = g/2$? Коэффициент трения между брусками $\mu = 0,5$. Трением между нижним бруском и столом пренебречь.

1.67. Человек скатывается на санях под уклон, составляющий угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Масса человека M в два раза больше массы саней m . Коэффициент трения саней о поверхность склона $\mu = 0,3$. Как должен двигаться человек относительно саней, чтобы сани двигались под уклон равномерно?

1.68. Человек скатывается на санях под уклон, составляющий угол $\alpha = 6^\circ$ с горизонтом. Масса саней M в два раза больше массы человека m . Коэффициент трения саней о поверхность склона $\mu = 0,2$. Как должен двигаться человек относительно саней, чтобы сани двигались под уклон равномерно?

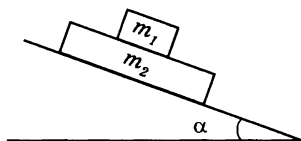


Рис. 1.35

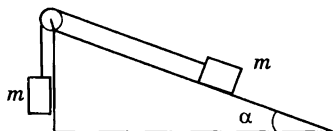


Рис. 1.36

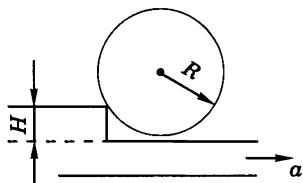


Рис. 1.37

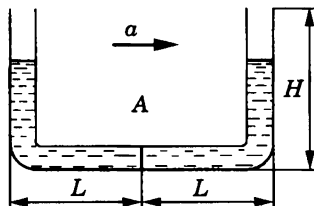


Рис. 1.38

1.69. На наклонную плоскость с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ помещена плоская плита массой $m_2 = 10$ кг, а на нее — брусок массой $m_1 = 5$ кг (рис. 1.35). Коэффициент трения между бруском и плитой $\mu_1 = 0,15$, а между плитой и плоскостью $\mu_2 = 0,3$. Определите ускорения обоих тел. При каком коэффициенте трения μ_2 плита не будет двигаться?

1.70. Через блок, укрепленный на вершине наклонной плоскости, перекинута веревка с двумя грузами одинаковой массы m (рис. 1.36). Найдите силу давления на ось, если коэффициент трения между наклонной плоскостью и лежащим на ней грузом равен μ , а угол наклона плоскости равен α . Трением в оси блока и его массой пренебречь.

1.71. Горизонтальная доска имеет ступеньку высотой H , в которую упирается свободно лежащий на доске однородный цилиндр радиусом $R > H$ (рис. 1.37). Доску двигают в горизонтальном направлении с ускорением a . Определите максимально возможное ускорение, при котором цилиндр еще не будет подниматься на ступеньку. Трением пренебречь. $H = 5$ см, $R = 10$ см.

1.72. Тонкая U-образная трубка, размеры которой указаны на рисунке 1.38, заполнена ртутью до половины вертикальных частей трубки. Трубка движется горизонтально с ускорением a . Найдите разность высот h ртути в вертикальных частях трубки и давление в сечении А. При каком ускорении ртуть начнет выливаться из трубки? Нормальное атмосферное давление p_0 , $H = 10$ см, $L = 10$ см, $a = 3$ м/с².

1.73. Два одинаковых шарика связаны невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, причем один из шариков погружен в сосуд с жидкостью (рис. 1.39). С какой установившейся скоростью v будут двигаться шарики, если известно, что установившаяся скорость падения одиночного шарика в той же жидкости равна v_0 ? Сила сопротивления жидкости пропорциональна скорости. Плотность жидкости равна $\rho_{ж}$, плотность материала шариков равна ρ .

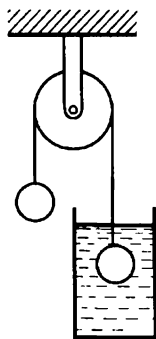


Рис. 1.39

1.74. Груз массой $M = 10$ кг привязан к свободно свисающему концу веревки, намотанной на лебедку. И груз, и лебедка находятся на некоторой высоте. Груз начинает падать, причем веревка натянута, когда груз пролетел расстояние $h = 12$ м. После этого при помощи лебедки начали тормозить движение груза. Какую минимальную длину l веревки пришлось выпустить до полной остановки груза, если веревка выдерживает силу натяжения $T = 180$ Н?

1.75. От поезда, идущего по горизонтальному участку пути с постоянной скоростью v_0 , отцепляется $1/3$ состава. Через некоторое время скорость отцепившихся вагонов уменьшилась в два раза. Считая, что сила тяги при разрыве состава не изменилась, определите скорость головной части поезда в этот момент. Силу сопротивления движению считайте пропорциональной длине состава и не зависящей от скорости.

1.76. Парашютист массой $m_1 = 80$ кг падает при открытом парашюте с установившейся скоростью $v_1 = 5$ м/с. Какой будет установившаяся скорость, если на том же парашюте спускается мальчик массой $m_2 = 40$ кг? Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости.

1.77. Длина взлетной полосы самолета $L = 1$ км, скорость при взлете $v = 200$ км/ч. Какую перегрузку испытывает пассажир в этом самолете, если разгон происходит равномерно?

1.78. При скоростном спуске лыжник шел вниз по склону с углом наклона $\varphi = 45^\circ$, не отталкиваясь палками. Коэффициент трения лыж о снег $\mu = 0,1$. Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости: $F = \alpha v^2$, где α — постоянная величина, $\alpha = 0,7$ кг/м. Какую максимальную скорость мог развить лыжник, если его масса $m = 90$ кг?

1.79. Поезд, подъезжая к станции со скоростью $v = 72$ км/ч, начинает тормозить. Каково наименьшее время торможения поезда до полной остановки, безопасное для спящих пассажиров (пассажиры не падают с полок)? Коэффициент трения о полки $\mu = 0,2$.

1.80. Автомобиль массой $m = 2 \cdot 10^3$ кг движется со скоростью $v = 90$ км/ч. В момент времени $t = 0$ на него начинает действовать тормозящая горизонтальная сила F , которая нарастает со временем по линейному закону (рис. 1.40). Через какое время автомобиль остановится?

1.81. Какую скорость может сообщить футболист мячу при ударе, если максимальная сила, с которой он может действовать на мяч, $F_{\max} = 3,5 \cdot 10^3$ Н, время удара $t_0 = 8 \cdot 10^{-3}$ с? Считайте, что сила во время удара нарастает и спадает по линейному закону (рис. 1.41). Масса мяча $m = 0,5$ кг.

1.82. Футболист бьет по мячу со средней силой $F = 5 \cdot 10^2$ Н. Мяч после удара улетает под углом 45° к горизонту

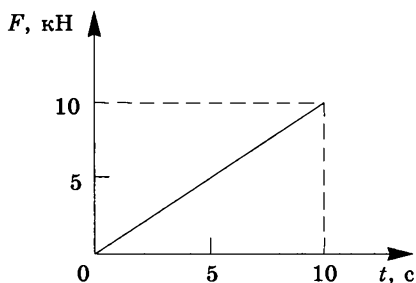


Рис. 1.40

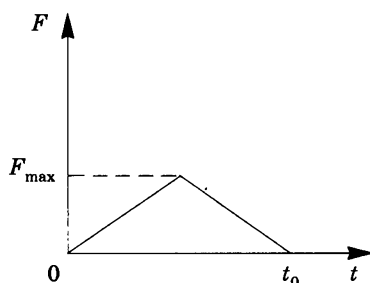


Рис. 1.41

и приземляется на расстоянии $L = 40$ м. Масса мяча $m = 0,5$ кг. Пренебрегая сопротивлением воздуха, оцените время удара по мячу.

1.83. На две частицы — одну массой m , летящую со скоростью v , другую массой $2m$, летящую со скоростью $v/2$ перпендикулярно первой (рис. 1.42), — в течение некоторого времени действуют одинаковые по модулю и направлению силы. К моменту прекращения действия сил первая частица начинает двигаться со скоростью v в направлении, перпендикулярном первоначальному. С какой скоростью будет двигаться при этом вторая частица?

1.84. На две частицы — одну массой m , летящую со скоростью v , другую массой $2m$, летящую со скоростью $2v$ перпендикулярно к первой (рис. 1.43), — в течение некоторого времени действуют одинаковые по модулю и направлению силы. К моменту прекращения действия сил первая частица начинает двигаться в обратном направлении со скоростью $2v$. С какой скоростью будет двигаться при этом вторая частица?

1.85. Водометный катер движется с постоянной скоростью, забирая забортную воду и выбрасывая назад струю со скоростью $u = 20$ м/с относительно катера. Площадь поперечного сечения струи $S = 0,01$ м². Найдите скорость катера, если действующая на него сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости: $F = kv^2$, причем $k = 7,5$ Н·с²/м².

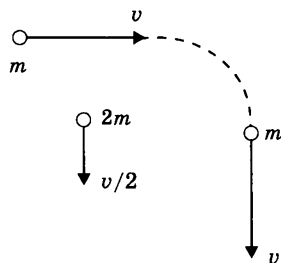


Рис. 1.42

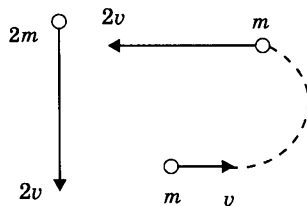


Рис. 1.43

1.86. Водометный катер забирает забортную воду и выбрасывает ее назад со скоростью u относительно катера. При этом он движется со скоростью v_0 . К катеру на длинном тросе прицепили буксируемое судно, сила сопротивления которого при одинаковой скорости движения равна силе сопротивления катера. Определите скорость буксира, если известно, что силы сопротивления для катера и буксируемого судна изменяются пропорционально их скоростям.

1.87. Двигатель реактивного самолета, летящего со скоростью $v = 720$ км/ч, за одну секунду засасывает воздух массой $M_t = 100$ кг, расходует топливо массой $m_t = 4$ кг и выбрасывает продукты сгорания массой $M_t + m_t = 104$ кг со скоростью $u = 500$ м/с относительно самолета. Определите силу тяги двигателя.

1.88. Межзвездный корабль, движущийся за пределами Галактики, попал в облако космической пыли. Относительная скорость v пылевок, имеющих среднюю массу m , оказалась достаточно малой, так что их удары о корпус корабля можно считать абсолютно упругими. Принимая концентрацию пылинок в облаке равной n , определите силу, которая действует на корабль. Нос корабля можно считать конусом с углом при вершине 90° с площадью основания S .

1.89. Огнетушитель выбрасывает за одну секунду пену массой $m_t = 0,2$ кг со скоростью $v = 20$ м/с. Масса полного огнетушителя $M = 2$ кг. Какую силу должен развить человек, чтобы удерживать огнетушитель неподвижно в вертикальном положении в начальный момент его работы?

1.4. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

1.90. На вертикальной оси укреплена горизонтальная штанга, по которой могут свободно перемещаться два груза массами m_1 и m_2 , связанные нитью длиной l . Система вращается с угловой скоростью ω . На каких расстояниях от оси будут находиться грузы в равновесии? Чему равны при этом сила натяжения нити и кинетическая энергия грузов? Вернутся ли грузы в положение равновесия, если их сместить из этого положения на малое расстояние?

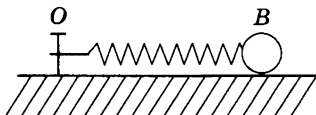


Рис. 1.44

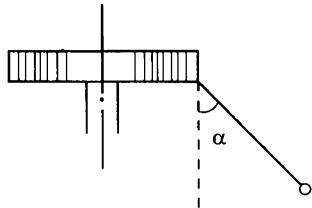


Рис. 1.45

1.91. Один конец пружины прикреплен к гвоздю O , вбитому в стол, а другой к грузу B (рис. 1.44). Груз, скользя по столу без трения, совершает круговое движение с линейной скоростью v вокруг гвоздя. Найдите радиус окружности, по которой движется груз. Длина недеформированной пружины равна l_0 . Длина пружины возрастает вдвое, если к ней подвесить груз B . Массой пружины пренебречь и считать, что ее удлинение прямо пропорционально нагрузке.

1.92. Груз, подвешенный на нити длиной L , равномерно движется по окружности в горизонтальной плоскости. Определите период вращения груза, если при его движении нить отклонена от вертикали на угол α .

1.93. На вращающемся горизонтальном диске укреплен отвес, который устанавливается под углом $\alpha = 45^\circ$ к вертикали (рис. 1.45). Расстояние от точки подвеса до оси вращения $d = 10$ см, длина нити $L = 6$ см. Определите угловую скорость вращения диска.

1.94. К концу вертикального вала с помощью горизонтальной оси подвешена невесомая штанга с грузом массой $m = 10$ кг так, что точка подвеса штанги находится на оси вала (рис. 1.46). Найдите силу натяжения штанги, если вал вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 2$ рад/с. Длина штанги $L = 1$ м. Как изменится сила натяжения штанги, если угловая скорость возрастет до $\omega_2 = 4$ рад/с?

1.95. На дно сферы радиусом R насыпали горсть песка. Где будут находиться песчинки после того, как сферу привели во вращение вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω ? Трение песчинок о сферу мало.

1.96. С высшей точки полусферического купола вниз скользит небольшое тело. На какой высоте h тело оторвется от купола? Радиус купола равен R . Трением пренебречь.

1.97. На внутренней поверхности полого шара радиусом R , вращающегося вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω , находится маленькая шайба A (рис. 1.47). Считая угол α

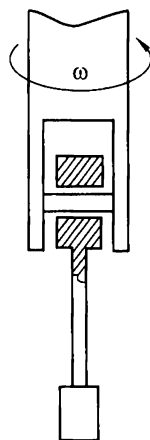


Рис. 1.46

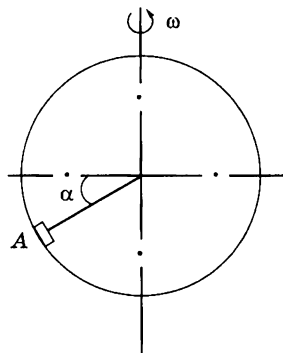


Рис. 1.47

известным, найдите минимальный коэффициент трения, при котором шайба не сорвется вниз.

1.98. Какую минимальную скорость должен иметь математический маятник, проходя через положение устойчивого равновесия, чтобы он мог вращаться по окружности в вертикальной плоскости? Задачу решите для двух случаев: а) маятник подвешен на невесомой недеформируемой штанге; б) маятник подвешен на нерастяжимой нити. Длина нити маятника L .

1.99. Математическому маятнику массой m сообщили такой минимальный толчок, чтобы он совершил полный оборот в вертикальной плоскости. Какой будет сила натяжения нити маятника при прохождении положения равновесия? Трением пренебречь.

1.100. Шарик массой m , висящий на нити длиной l , отводят в сторону так, что нить занимает горизонтальное положение A , и отпускают без толчка. Внизу на расстоянии $h = (2/3)l$ под точкой подвеса O вбит гвоздь C (рис. 1.48). Какую силу натяжения будет иметь нить в момент, когда она займет горизонтальное положение B ?

1.101. С какой минимальной угловой скоростью нужно вращать ведро в вертикальной плоскости, чтобы из него не вылилась вода? Расстояние от поверхности воды до центра вращения равно $l = 1$ м.

1.102. Внутри камеры автомобильного колеса находится небольшое тело. Радиус колеса $R = 0,4$ м. При какой минимальной скорости автомобиля v тело будет вращаться вместе с колесом? Толщиной шины пренебречь.

1.103. Определите радиус R горбатого мостика, имеющего вид дуги окружности, при условии, что давление автомобиля, движущегося со скоростью $v = 90$ км/ч, в верхней точке мостика уменьшилось вдвое.

1.104. С какой максимальной скоростью v может ехать по горизонтальной плоскости мотоциклист, описывая дугу радиу-

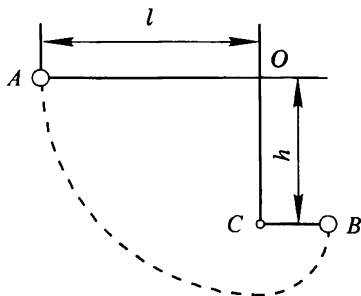


Рис. 1.48

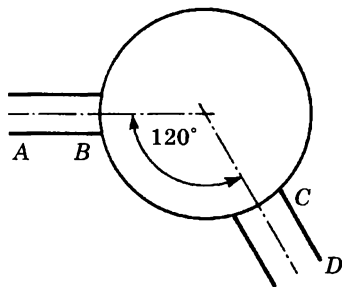


Рис. 1.49

сом $R = 90$ м, если коэффициент трения резины о почву $\mu = 0,4$? На какой угол от вертикали он при этом отклонится?

1.105. Во сколько раз увеличится максимально допустимая скорость v_1 движения велосипедиста по наклонному треку с углом наклона α по сравнению с допустимой скоростью v движения по горизонтальному треку при одинаковых радиусах закругления и коэффициентах трения μ ?

1.106. Горизонтальный диск радиусом $R = 10$ м вращается вокруг своей оси с частотой $n = 2$ мин⁻¹. Вдоль края диска навстречу вращению едет мотоциклист со скоростью $v = 30$ км/ч относительно диска. Каким должен быть коэффициент трения между шинами мотоцикла и диском, чтобы мотоцикл не соскальзывал с диска?

1.107. Какова должна быть скорость мотоциклиста, чтобы он мог ездить по внутренней вертикальной стенке цилиндра в горизонтальной плоскости, если известно, что при езде по горизонтальной поверхности с тем же коэффициентом трения минимальный радиус поворота на скорости v равен R ? Радиус цилиндра равен R_1 . Под каким углом α к стенке цилиндра наклонится мотоциклист?

1.108. Две дороги AB и CD , направленные под углом $\alpha = 120^\circ$ друг к другу, выходят на круговую площадь радиусом $R = 60$ м (рис. 1.49). С какой максимальной скоростью может ехать по площади автомобиль, чтобы попасть с одной дороги на другую? Коэффициент трения между асфальтом и шинами автомобиля $\mu = 0,4$.

1.109. Автомобиль, трогаясь с места, равномерно набирает скорость, двигаясь по горизонтальному участку дороги, представляющему собой дугу окружности с углом $\alpha = 30^\circ$ (рис. 1.50). Радиус окружности $R = 100$ м. С какой максимальной скоростью v автомобиль может выехать на прямой участок пути? Коэффициент трения колес о землю $\mu = 0,3$.

1.110. Гладкий желоб состоит из горизонтальной части AB и дуги окружности BC с углом $\alpha = 45^\circ$ (рис. 1.51). Радиус

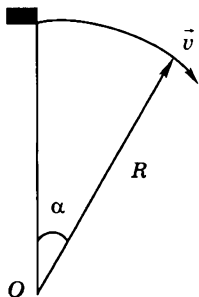


Рис. 1.50

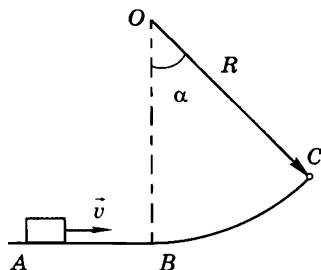


Рис. 1.51

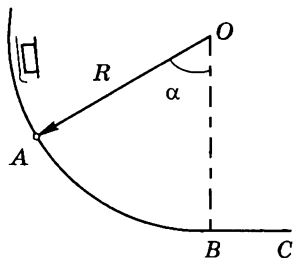


Рис. 1.52

окружности $R = 1$ м. Тело, имеющее начальную скорость $v = 10$ м/с, скользит без трения по желобу. Определите модуль и направление ускорения тела в точке C.

1.111. Спуск с горы представляет собой дугу окружности AB радиусом $R = 10$ м с плавным выездом на горизонтальную поверхность BC (рис. 1.52). Поверхность горы гладкая, а горизонтальная поверхность

шероховатая с коэффициентом трения $\mu = 0,15$. На каком расстоянии от конца горы остановятся съехавшие с нее санки, если в точке A их полное ускорение было равно по модулю ускорению свободного падения g ? Радиус, проведенный в точку A, образует с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$.

1.112. Выезд с горы на горизонтальную поверхность представляет собой дугу окружности радиусом $R = 4$ м. Поверхность горы гладкая, а горизонтальная поверхность шероховатая с коэффициентом трения $\mu = 0,2$. Санки, съехав с горы, остановились на расстоянии $l = 30$ м от ее конца. На какой высоте h человек испытывал двукратную перегрузку?

1.113. Конечный участок горы разгона на лыжном трамплине представляет собой дугу окружности радиусом $R = 15$ м (рис. 1.53). Полная высота горы $H = 50$ м. Найдите полное ускорение прыгуна в точке B, если угол $\alpha = 30^\circ$. Считайте, что лыжник спускается из точки A без начальной скорости. Трением пренебречь.

1.114. Тележка массой m совершает мертвую петлю, скатываясь с минимально необходимой для этого высоты (рис. 1.54). С какой силой F тележка давит на рельсы в точке A, радиус-вектор которой составляет угол α с вертикалью? Трением пренебречь.

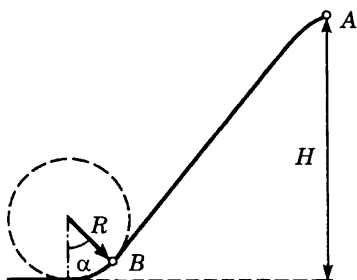


Рис. 1.53

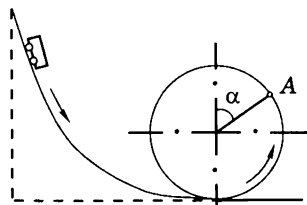


Рис. 1.54

1.115. Небольшая тележка совершает мертвую петлю радиусом R , скатываясь с минимальной высоты, обеспечивающей прохождение всей петли. Чему равно полное ускорение тележки в момент, когда скорость вертикальна? На какой высоте H сила давления на рельсы равна $3/2$ силы тяжести тележки? Трением пренебречь.

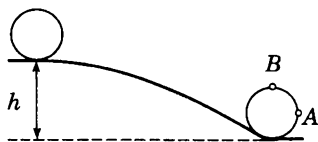


Рис. 1.55

1.116. По «экватору» внутренней поверхности сферической оболочки массой M движется шарик массой m , совершая полный оборот за время T (с постоянной по модулю скоростью). Считая, что внешних сил нет и трение не действует, определите, с какой силой шарик давит на сферическую оболочку. Расстояние между центром шарика и центром сферы равно a .

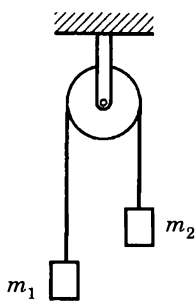


Рис. 1.56

1.117. Обруч радиусом r скатился без проскальзывания с горки высотой h (рис. 1.55). Найдите скорости и ускорения точек A и B обода.

1.118. Через неподвижный блок перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы массами m_1 и m_2 (рис. 1.56). Определите, с каким ускорением они движутся, если момент инерции блока равен I и нить по блоку не проскальзывает. Радиус блока r .

1.119. Шар радиусом R скатывается без проскальзывания по наклонной плоскости с углом наклона α . Определите ускорение центра шара. Трением качения пренебречь.

1.5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

1.120. Тележка стоит на гладких рельсах. Человек переходит с одного ее конца на другой. На какое расстояние l переместится при этом тележка? Масса человека $m_1 = 60$ кг. Масса тележки $m_2 = 120$ кг, ее длина $L = 3$ м.

1.121. Доска массой m_1 свободно скользит по поверхности льда со скоростью v_1 . На доску с берега прыгает человек массой m_2 . Скорость человека перпендикулярна к скорости доски и равна v_2 . Определите скорость v доски с человеком. Силой трения доски о лед пренебречь.

1.122. На гладком столе покоятся точечные массы $3m$ и $2m$, скрепленные невесомой жесткой штангой. На массу $3m$ налетает и прилипает к ней кусочек пластилина массой m ,

двигавшийся вдоль стола со скоростью v_0 перпендикулярно штанге (рис. 1.57). С какой скоростью должен двигаться наблюдатель, для которого движение штанги после соударения является чистым вращением? В каком отношении точка, вокруг которой происходит вращение, делит штангу?

1.123. Снаряд, вылетевший из орудия, разбивается на два одинаковых осколка в наивысшей точке своей траектории на расстоянии a от орудия (по горизонтали). Один из осколков полетел в обратном направлении с той же скоростью, с которой летел снаряд до разрыва. На каком расстоянии от орудия упадет второй осколок? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.124. Две ракеты одинаковой массы M летят в одном направлении — одна со скоростью v , другая со скоростью $1,1v$. Когда ракеты поравнялись, первая ракета на короткое время включила двигатель. Какую массу m топлива должна она выбросить со скоростью $3v$ относительно ракеты, чтобы скорости ракет уравнились?

1.125. Открытая цистерна с водой стоит на рельсах, по которым может двигаться без трения. Масса цистерны равна M , масса воды равна m . Сверху в цистерну на расстоянии l от ее центра падает вертикально груз массой m_0 . В какую сторону и на какое расстояние x сдвинется цистерна к тому времени, когда движение воды успокоится и груз будет плавать?

1.126. Цирковой гимнаст падает с высоты $H = 1,5$ м на тугую натянутую упругую предохранительную сетку. Каково будет максимальное провисание гимнаста в сетке, если в случае спокойно лежащего в сетке гимнаста провисание $l_0 = 0,1$ м?

1.127. Легкая пружина жесткостью k и длиной l стоит вертикально на столе. С высоты H на нее падает небольшой шарик массой m (рис. 1.58). Какую максимальную скорость будет иметь шарик при своем движении вниз? Трением пренебречь.

1.128. В детском пистолете шарик кладут на пружинку, укрепленную внутри ствола. Пружинку сжимают на длину

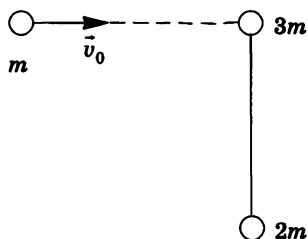


Рис. 1.57

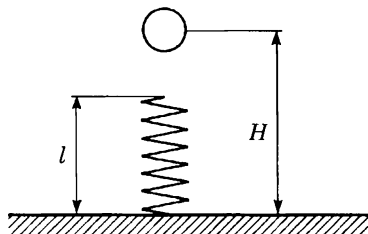


Рис. 1.58

$l = 5$ см, а потом отпускают, направив ствол вертикально вверх. Шарик взлетает на высоту $H = 0,5$ м. Какое максимальное ускорение испытывал шарик? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

1.129. Груз массой $m = 10^3$ кг опускается с помощью лебедки с постоянной скоростью $v = 4$ м/с (рис. 1.59). Какова будет максимальная сила натяжения троса при внезапной остановке лебедки, если жесткость троса $k = 5 \cdot 10^5$ Н/м? Массой троса и трением пренебречь.

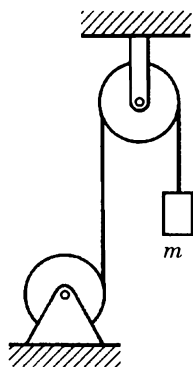


Рис. 1.59

1.130. Автомобиль массой $m = 10^3$ кг двигался по горизонтальной дороге со скоростью $v_0 = 60$ км/ч. На сколько изменилась кинетическая энергия автомобиля, если он сбросил скорость до $v = 48$ км/ч?

1.131. Автомобиль массой $m = 1,5$ т стартует с места на горизонтальной дороге и достигает скорости 72 км/ч за 30 с. Какую кинетическую энергию он приобрел? Какова средняя мощность двигателя за это время? Если ускорение автомобиля постоянно, какова мгновенная мощность в конце разгона?

1.132. Изучая дорожное происшествие, автоинспектор установил, что след торможения автомобиля, ехавшего по асфальтовой дороге, $L = 60$ м. С какой скоростью ехал автомобиль, если коэффициент трения колес об асфальт при торможении $\mu = 0,5$?

1.133. Какой путь пройдут сани по горизонтальной поверхности после спуска с горы высотой $H = 15$ м, имеющей угол наклона $\alpha = 30^\circ$? Коэффициент трения саней о поверхность $\mu = 0,2$ считайте всюду одинаковым.

1.134. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы втащить сани с грузом (общей массой $m = 30$ кг) на гору высотой $H = 10$ м? Угол наклона горы $\alpha = 30^\circ$. Коэффициент трения между санями и горой линейно убывает вдоль пути от $\mu_1 = 0,5$ у подножия до $\mu_2 = 0,1$ у вершины.

1.135. Сани, движущиеся по горизонтальному льду со скоростью $v = 6$ м/с, выезжают на асфальт. Длина полозьев саней $L = 2$ м, коэффициент трения саней об асфальт $\mu = 1$. Какой путь пройдут сани до полной остановки?

1.136. Какая сила необходима для вытаскивания из доски гвоздя длиной $l = 80$ мм, если он забит шестью ударами молотка массой $m = 0,5$ кг при скорости молотка непосредственно перед ударом $v = 2$ м/с? Массой гвоздя пренебречь.

1.137. Трактор может тащить связку бревен вверх по склону с углом $\alpha_1 = 6^\circ$ со скоростью $v_1 = 12$ км/ч. При той же

мощности двигателя на склоне с углом $\alpha_2 = 3^\circ$ скорость трактора равна $v_2 = 15$ км/ч. Определите коэффициент трения бревен о склон, считая его одинаковым в обоих случаях. Масса трактора равна массе бревен.

1.138. Скатываясь под уклон с углом наклона $\alpha = 6^\circ$, автомобиль массой $m = 1000$ кг разгоняется при выключенной передаче до максимальной скорости $v = 72$ км/ч, после чего движение становится равномерным. Какую мощность развивает двигатель автомобиля при подъеме с такой же скоростью по той же дороге вверх?

1.139. Легковой автомобиль массой $M = 1000$ кг равномерно движется по наклонному участку шоссе, поднимаясь на высоту $h = 10$ м на каждый километр пути. На сколько в этом случае расход бензина больше, чем при движении с той же скоростью по горизонтальному участку шоссе? Удельная теплота сгорания бензина $q = 4,6 \cdot 10^7$ Дж/кг, КПД двигателя $\eta = 10\%$. Расход бензина принято относить к пути $l = 100$ км.

1.140. Чему была равна средняя сила сопротивления воды движению парохода, если он в течение трех суток при средней скорости $v = 10$ км/ч израсходовал $M = 6,5$ т угля? КПД судового двигателя $\eta = 0,1$. Удельная теплота сгорания угля $q = 33,5 \cdot 10^6$ Дж/кг.

1.141. В большом городе автомобиль вынужден часто останавливаться у светофоров. Например, такси в Москве на каждые 100 км пробега совершает до 100 остановок. Допустим, что после каждой остановки такси развивает скорость $v = 60$ км/ч. Сила сопротивления движению автомобиля $F = 300$ Н и при этом мало зависит от скорости. Во сколько раз расход бензина в Москве больше по сравнению с загородным маршрутом, где остановки практически отсутствуют? Масса такси $M = 1,5$ т. КПД двигателя не зависит от скорости.

1.142. Железнодорожный состав идет со скоростью $v = 72$ км/ч по горизонтальному участку пути. На сколько должна измениться мощность, развиваемая локомотивом, чтобы состав с той же скоростью двигался во время сильного дождя? Считайте, что в единицу времени на состав падает масса $m_t = 100$ кг/с воды, которая затем стекает по стенкам вагонов. Изменением силы трения во время дождя пренебречь.

1.143. Самолет садится на палубу авианосца, имея скорость $v = 108$ км/ч. Зацепившись за упругий канат торможения, он пробегает путь $l = 30$ м до полной остановки. Определите максимальный вес пилота при посадке, считая, что торможение вызвано только упругими силами каната (т. е. не учитывая сил трения). Масса пилота $m = 70$ кг.

1.144. Из колодца глубиной $H = 20$ м достают воду ведром. Внизу ведро заполняется водой до краев. Из-за течи при подъеме ведра часть воды выливается обратно в колодец. Считая, что подъем производится равномерно, а скорость вытекания воды постоянна, определите работу по подъему ведра, если к концу подъема в ведре остается $2/3$ первоначальной массы воды. Масса пустого ведра $m = 2$ кг, его вместимость $V = 15$ л.

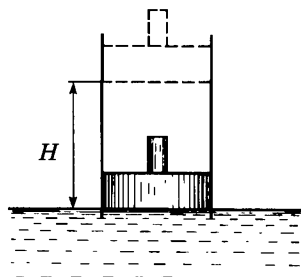


Рис. 1.60

1.145. В водоеме укреплена вертикальная труба с поршнем так, что нижний конец ее погружен в воду. Поршень, лежавший вначале на поверхности воды, медленно подняли на высоту $H = 15$ м (рис. 1.60). Какую работу пришлось при этом совершить? Площадь поршня $S = 1$ дм². Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Массой поршня пренебречь.

1.146. Математический маятник длиной l и массой m раскачивают так, что каждый раз, когда маятник проходит положение равновесия, на него в течение короткого промежутка времени t действует сила F , направленная параллельно скорости. Через сколько колебаний маятник отклонится на 90° ?

1.147. У двух одинаковых ракет, одна из которых движется, а другая покоится, на короткое время включаются двигатели. За время работы они выбрасывают газ одинаковой массы (малой по сравнению с массой ракет) с одинаковыми относительно ракет скоростями. Кинетическая энергия двигавшейся ракеты, равная вначале K , возросла на 4%. Определите кинетическую энергию второй ракеты.

1.148. Сила $F = 20$ Н, действовавшая в течение короткого промежутка времени $t = 10^{-2}$ с на покоящееся тело, сообщила ему кинетическую энергию $K_0 = 3$ Дж. Какую энергию сообщает эта сила тому же телу за то же время t , если начальная скорость тела $v_0 = 10$ м/с, а сила действует в направлении скорости?

1.149. Веревка длиной $l = 20$ м переброшена через блок. В начальный момент веревка висит симметрично и покоится, а затем в результате незначительного толчка начинает двигаться по блоку. Будет ли движение веревки равноускоренным? Какой будет скорость веревки, когда она сойдет с блока? Массой блока пренебречь, радиус блока считать малым.

1.150. Вокруг горизонтальной оси O может свободно вращаться легкий рычаг, плечи которого равны l_1 и

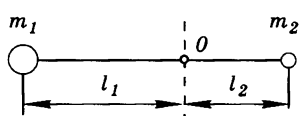


Рис. 1.61

l_2 (рис. 1.61). На концах рычага укреплены грузы с массами m_1 и m_2 . Какую скорость будет иметь в нижней точке один из грузов, если первоначально рычаг находился в горизонтальном положении?

1.151. Тело массой M под действием пружины совершает колебания с амплитудой A_0 на гладком горизонтальном столе. В момент, когда тело проходит положение равновесия, на него сверху падает и прилипает к нему кусок пластилина массой m . Как изменится амплитуда колебаний?

1.152. Между двумя шариками с массами m_1 и m_2 находится сжатая пружина. Если один из шариков (массой m_2) удерживать на месте, а другой освободить, то он отлетит со скоростью v_0 . С какой скоростью будет двигаться шарик с массой m_1 , если оба шарика освобождаются одновременно? Деформации пружины в обоих случаях одинаковы.

1.153. Из духового ружья стреляют в спичечную коробку, лежащую на расстоянии $l = 30$ см от края стола. Пуля массой $m = 1$ г, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 150$ м/с, пробивает коробку и вылетает из нее со скоростью $v_0/2$. Масса коробки $M = 50$ г. При каком коэффициенте трения μ между коробкой и столом коробка упадет со стола?

1.154. Две частицы массами m и $2m$, имеющие импульсы p и $p/2$, движутся по взаимно перпендикулярным направлениям. После соударения частицы обмениваются импульсами. Определите потерю механической энергии при соударении.

1.155. Тело массой m_1 , движущееся со скоростью v , налетает на покоящееся тело и после упругого соударения отскакивает от него под углом 90° к первоначальному направлению своего движения со скоростью $v/2$. Определите массу второго тела.

1.156. По гладкой плоскости скользят навстречу друг другу два упругих шарика одинакового радиуса, массами $m_1 = 10$ г и $m_2 = 50$ г и со скоростями соответственно $v_1 = 2$ м/с и $v_2 = 1$ м/с. Определите их скорости после удара.

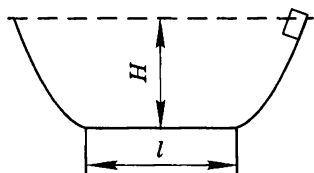


Рис. 1.62

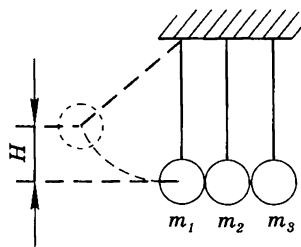


Рис. 1.63

1.157. Два шара — стальной массой m и свинцовый массой $m/4$ — подвешены на нитях в одной точке. Свинцовый шар отклоняют так, что он поднимается на высоту H , и отпускают. После соударения он поднимается на высоту h . Удар центральный. Определите количество энергии, перешедшей в тепло.

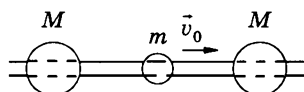


Рис. 1.64

1.158. Тело без начальной скорости соскальзывает в яму, стенки которой гладкие и плавно переходят в горизонтальное дно (рис. 1.62). Длина дна ямы $l = 2$ м. Коэффициент трения тела о дно $\mu = 0,3$. Глубина ямы $H = 5$ м. На каком расстоянии от середины ямы тело остановится?

1.159. Два упругих шарика подвешены на тонких нитях рядом так, что они находятся на одной высоте и соприкасаются. Длины нитей равны $l_1 = 10$ см и $l_2 = 6$ см. Массы шариков $m_1 = 8$ г и $m_2 = 20$ г. Шарик массой m_1 отклоняют на угол $\alpha = 60^\circ$ и отпускают. Определите максимальное отклонение шариков от вертикали после соударения. Соударение считать абсолютно упругим.

1.160. Три шара с одинаковыми радиусами, но различными массами подвешены рядом на нитях одинаковой длины и соприкасаются. Шар массой m_1 отклоняют так, что он поднимается на высоту H , и отпускают (рис. 1.63). При каких массах m_2 и m_3 все три шара после соударения первого шара со вторым и второго с третьим будут иметь одинаковые импульсы? На какую высоту они поднимутся? Все соударения считать абсолютно упругими.

1.161. Бусинке массой $m = 1$ г сообщают скорость $v_0 = 10$ м/с, направленную вдоль горизонтальной спицы (рис. 1.64). По обе стороны от бусинки на ту же спицу надеты две гири одинаковой массы $M = 1$ кг. Бусинка поочередно упруго отражается от них и приводит их в движение. Найдите скорости гирь после того, как соударения прекратятся, если трение при движении всех трех тел пренебрежимо мало.

1.162. Тело массой $m = 1$ кг скользит без трения по гладкому горизонтальному столу и въезжает на подвижную горку массой $M = 5$ кг (рис. 1.65). Высота горки $H = 1,2$ м. Трение

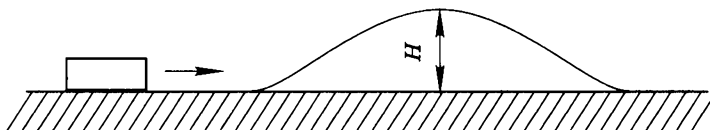


Рис. 1.65

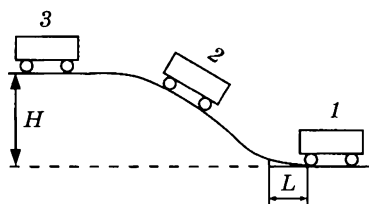


Рис. 1.66

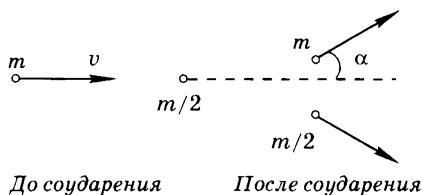


Рис. 1.67

между горкой и столом отсутствует. Найдите конечные скорости тела и горки. Начальная скорость тела $v_0 = 5$ м/с.

1.163. На пути тела, скользящего по гладкому горизонтальному столу, находится незакрепленная горка высотой $H = 2$ м (см. рис. 1.65). При какой минимальной скорости тело сможет преодолеть горку? Масса горки в пять раз больше массы тела. Считать, что тело движется не отрываясь от горки. Тело по горке, а также горка по столу скользят без трения.

1.164. Профиль железнодорожной горки, используемой на сортировочной станции, показан на рисунке 1.66. На горизонтальном участке на расстоянии L от конца уклона стоит вагон 1. С горки скатывается без начальной скорости вагон 2, а через некоторое время t вагон 3. На каком расстоянии от конца уклона все три вагона окажутся сцепленными? Вагоны одинаковы и снабжены автосцепкой. Трением пренебречь. Высота горки равна H .

1.165. Мешок с мукой сползает без начальной скорости с высоты H по гладкой доске, наклоненной под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. После спуска мешок попадает на горизонтальный пол. Коэффициент трения мешка о пол $\mu = 0,7$. Где остановится мешок?

1.166. Мешок с мукой сползает без начальной скорости с высоты $H = 2$ м по доске, наклоненной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. После спуска мешок попадает на горизонтальный пол. Коэффициенты трения мешка о доску и пол одинаковы и равны $\mu = 0,5$. На каком расстоянии от конца доски остановится мешок?

1.167. В цилиндре, наполненном газом, поршень перемещается со скоростью u . Определите, на сколько изменится энергия молекулы, скорость которой перпендикулярна поверхности поршня, при соударении с поршнем. Скорость молекулы $v \gg u$. Соударение молекулы с поршнем считайте абсолютно упругим.

1.168. Частица массой m , движущаяся со скоростью v , налетает на покоящуюся частицу массой $m/2$ и после упругого соударения отскакивает от нее под углом $\alpha = 30^\circ$ к направле-

нию своего первоначального движения (рис. 1.67). С какой скоростью начнет двигаться вторая частица?

1.169. Гладкий стальной шарик прыгает по длинной гладкой лестнице, отскакивая по одному разу от каждой ступеньки (рис. 1.68). При каждом соударении со ступенькой шарик теряет $\alpha = 50\%$ энергии. С какой скоростью v и под каким углом φ к вертикали был брошен шарик? Ступенька лестницы имеет высоту $h = 10$ см и длину $l = 20$ см.

1.170. Какой должна быть минимальная мощность насоса, поднимающего воду по трубе на высоту $h = 10$ м? Сечение трубы $S = 10$ см²; насос за секунду перекачивает воду объемом $V_t = 10$ л/с (рис. 1.69).

1.171. Вентилятор гонит струю воздуха через отверстие в стене. Во сколько раз надо увеличить мощность N_1 вентилятора, чтобы перегоняемая вентилятором в единицу времени масса воздуха m_t увеличилась в два раза?

1.172. На рисунке 1.70 изображена зубчатая передача. На вал двигателя насажено зубчатое колесо 1, сцепленное с зубчатым колесом 2, сидящим на рабочем валу. Известно, что полезная мощность двигателя $N = 63$ кВт, а рабочий вал вращается с частотой $n = 3000$ об/мин. Определите моменты M_1 и M_2 сил, действующие на вал двигателя и рабочий вал, если отношение чисел зубьев зубчатых колес $z_1/z_2 = m = 5$.

1.173. Имеются два тонкостенных цилиндра. Один из них, радиус которого равен R , вращается с угловой скоростью ω вокруг своей оси, а другой покоится. Цилиндры приводятся в соприкосновение так, что их оси вращения параллельны (рис. 1.71). Через некоторое время (за счет трения) цилиндры начинают вращаться без проскальзывания. Какое количество энергии перешло в теплоту? Массы цилиндров равны m_1 и m_2 .

1.174. С наклонной плоскости одновременно начинает соскальзывать брусок и скатываться без проскальзывания об-
руч. При каком коэффициенте трения μ между бруском и

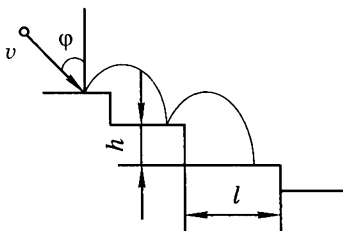


Рис. 1.68

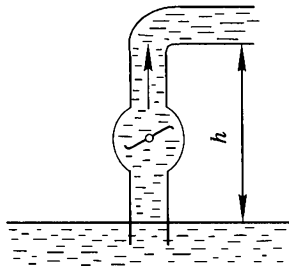


Рис. 1.69

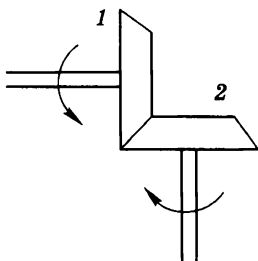


Рис. 1.70

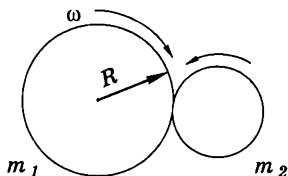


Рис. 1.71

плоскостью оба тела будут двигаться не обгоняя друг друга? Угол наклона плоскости равен α .

1.175. Тонкий обруч скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости с углом наклона α на горизонтальную плоскость. На какую высоту h подпрыгнет обруч, если он скатился с высоты H ? Обруч и плоскость считайте абсолютно упругими.

1.176. Шарик для игры в настольный теннис радиусом $r = 15$ мм и массой $m = 5$ г погружен в воду на глубину $h = 30$ см. Когда шарик отпустили, он выпрыгнул из воды на высоту $h_1 = 10$ см. Какая энергия перешла в теплоту вследствие трения шарика о воду?

1.177. В стакане с водой плавает брусок высотой L и сечением S_1 . С помощью тонкой спицы брусок медленно опускают на дно стакана. Какая работа при этом совершена? Сечение стакана $S_2 = 2S_1$, начальная высота воды в стакане равна L . Плотность материала бруска $\rho = 0,5\rho_0$, где ρ_0 — плотность воды.

1.178. Два сосуда одинакового сечения $S = 10$ см² заполнены до высоты $h = 1$ м несмешивающимися жидкостями. Плотности жидкостей в сосудах $\rho_1 = 1$ г/см³ и $\rho_2 = 2$ г/см³. В тонкой трубке, соединяющей сосуды, открывают кран (рис. 1.72). Какое количество теплоты выделится при переходе системы в положение равновесия?

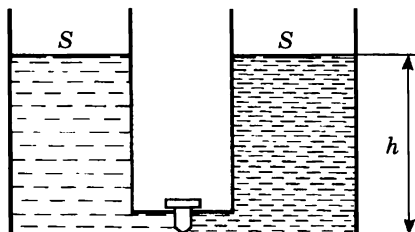


Рис. 1.72

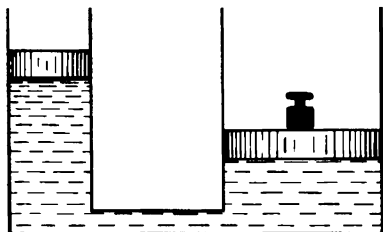


Рис. 1.73

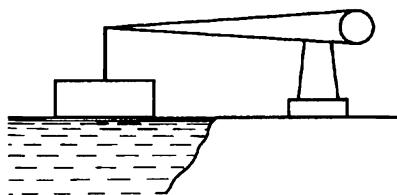


Рис. 1.74

1.179. Два сообщающихся цилиндра с сечениями $S_1 = 100 \text{ см}^2$ и $S_2 = 200 \text{ см}^2$ заполнены водой и закрыты легкими поршнями. Система находится в равновесии. В этом положении на большой поршень помещают гирию массой $m = 1 \text{ кг}$ (рис. 1.73). Какое количество теплоты выделится при переходе системы в новое положение равновесия?

1.180. Понтон массой $m = 1500 \text{ кг}$, сечением $S = 4 \text{ м}^2$ и высотой $h = 0,5 \text{ м}$ плавно опускают на воду краном. В момент, когда днище понтона коснулось воды (рис. 1.74), трос отцепили. Какое количество теплоты выделится к моменту установления равновесия?

1.181. Цилиндрический сосуд с водой стоит на горизонтальной поверхности. На какой высоте h надо пробить небольшое отверстие, чтобы дальность струи L была максимальной (рис. 1.75)? Во время вытекания струи уровень жидкости H в сосуде поддерживается постоянным.

1.182. В сосуд налита вода до высоты H . В дне сосуда проделано небольшое круглое отверстие радиусом r_0 . Найдите радиус струи воды, вытекающей из отверстия, в зависимости от расстояния h до дна сосуда.

1.183. По горизонтальной трубке с переменным сечением течет вода. От нее отведены две открытые вертикальные трубки (рис. 1.76). Чему равен расход воды Q , если разность высот в трубках равна $\Delta h = 6 \text{ см}$, а площади сечений трубки соответственно $S_1 = 1 \text{ см}^2$ и $S_2 = 0,7 \text{ см}^2$?

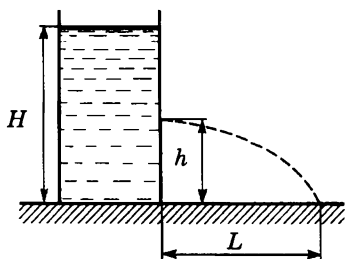


Рис. 1.75

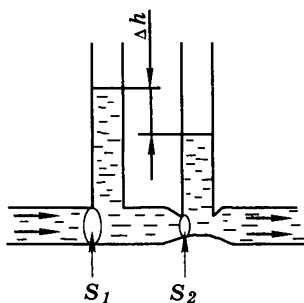


Рис. 1.76

1.6. ТЯГОТЕНИЕ, СПУТНИКИ

1.184. Период обращения Луны вокруг Земли $T_{\text{л}} = 27,32$ сут. Зная радиус Земли $R_{\text{з}} = 6370$ км и ускорение падающего яблока, определите расстояние до Луны $R_{\text{л}}$.

1.185. Считая орбиты Земли и Луны приблизительно круговыми, найдите отношение масс Земли и Солнца. Известно, что Луна совершает 13 обращений в течение года и расстояние от Солнца до Земли в 390 раз больше расстояния от Луны до Земли.

1.186. Зная радиус Солнца $r_{\text{с}} = 696$ тыс. км и параметры земной орбиты $r_{\text{з}} = 1,5 \cdot 10^8$ км и $T_0 = 1$ г., определите среднюю плотность солнечного вещества. Выразите через полученную плотность минимальный период обращения спутника Солнца.

1.187. Открытое в 1991 г., небесное тело 1991ДА (пока не ясно, астероид это или комета) движется по вытянутой орбите, так что минимальное расстояние от Солнца у него равно радиусу орбиты Марса, а максимальное — радиусу орбиты Урана. Определите период T обращения 1991ДА вокруг Солнца, если известны периоды Марса $T_1 = 1,88$ г. и Урана $T_2 = 84$ г.

1.188. Комета Брукса принадлежит к семейству Юпитера, т. е. максимальное ее удаление от Солнца равно радиусу орбиты Юпитера. Минимальное расстояние кометы от Солнца равно радиусу круговой орбиты астероида Венгрия. Зная периоды обращения вокруг Солнца кометы Брукса $T = 6,8$ г. и Юпитера $T_1 = 11,86$ г., определите период обращения вокруг Солнца Венгрии T_2 .

1.189. Орбита космического корабля «Восток» имела высоту в перигее 181 км, а в апогее 327 км. Определите период обращения вокруг Земли космического корабля Ю. А. Гагарина.

1.190. Искусственный спутник, используемый в системе телесвязи, запущен в плоскости земного экватора так, что все время находится в зените одной и той же точки земного шара. Во сколько раз радиус орбиты спутника R больше радиуса Земли ($R_{\text{з}} = 6400$ км)? Считайте известным ускорение свободного падения у поверхности Земли: $g = 9,8$ м/с².

1.191. Искусственный спутник Земли запущен с экватора и движется по круговой орбите в плоскости экватора в направлении вращения Земли. Найдите отношение радиуса орбиты спутника к радиусу Земли, при котором он периодически проходит над точкой запуска ровно через двое суток. Радиус Земли $R_{\text{з}} = 6400$ км.

1.192. Искусственный спутник Земли запущен с экватора и движется по круговой орбите в плоскости экватора в направлении вращения Земли. Радиус орбиты спутника $R = 3R_{\text{з}}$, где

$R_3 = 6400$ км — радиус Земли. Через какое время спутник в первый раз пройдет над точкой запуска?

1.193. Определите отношение массы Марса к массе Земли по параметрам орбиты автоматической станции «Марс-2»: максимальное удаление от поверхности (в апоцентре) $a = 25\,000$ км, минимальное (в перигентре) $p = 1380$ км, период обращения $T = 18$ ч. Радиус Марса $R_M = 3400$ км. Радиус Земли $R_3 = 6400$ км.

1.194. Один из спутников Юпитера движется по орбите радиуса $R_1 = 4,22 \cdot 10^5$ км и совершает полный оборот за время $T_1 = 1,77$ сут. Во сколько раз масса Юпитера больше массы Земли? Известно, что Луна движется по орбите радиуса $R_2 = 3,8 \cdot 10^5$ км с периодом $T_2 = 27,3$ сут.

1.195. Каково ускорение свободного падения на поверхности Солнца, если радиус Солнца в 108 раз больше радиуса Земли, а плотность относится к плотности Земли как 1:4?

1.196. Подсчитайте ускорение свободного падения на поверхности Солнца, если радиус земной орбиты $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$ км, радиус Солнца $R_C = 7 \cdot 10^5$ км и время обращения Земли вокруг Солнца $T = 1$ г.

1.197. Определите минимальный период обращения спутника нейтронной звезды. Ее плотность $\rho = 10^{17}$ кг/м³.

1.198. Вычислите первую космическую скорость при старте с поверхности Юпитера, используя параметры орбиты спутника Юпитера Ганимеда, который движется практически по круговой орбите радиусом $R = 1 \cdot 10^6$ км с периодом $T = 7,15$ сут. Радиус Юпитера $R_{Ю} = 70\,000$ км.

1.199. На какое максимальное расстояние от Солнца удаляется комета Галлея? Период обращения ее вокруг Солнца $T = 76$ лет, минимальное расстояние, на котором она проходит от Солнца, $R_{\min} = 0,9 \cdot 10^8$ км. Радиус орбиты Земли $r_3 = 1,5 \cdot 10^8$ км.

1.200. Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите радиусом $R = 3R_3$, где $R_3 = 6400$ км — радиус Земли. В результате кратковременного действия тормозного устройства скорость спутника уменьшилась так, что он начал двигаться по эллиптической орбите, касающейся поверхности Земли (рис. 1.77). Через какое время после этого спутник приземлится?

1.201. Две звезды под действием силы взаимного гравитационного притяжения описывают круговые орбиты вокруг их общего центра масс с периодом

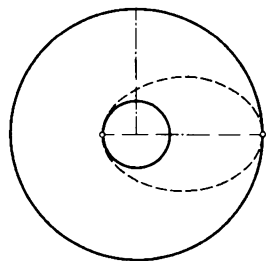


Рис. 1.77

T , равным 2 года. Сумма масс звезд $m_1 + m_2 = 2M_{\odot}$, где M_{\odot} — масса Солнца. Найдите расстояние между звездами, зная, что среднее расстояние от Земли до Солнца $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$ км. Масса Земли пренебрежимо мала по сравнению с массой Солнца.

1.202. Две звезды с массой, равной массе Солнца каждая, находятся друг от друга на расстоянии, равном расстоянию от Земли до Солнца. Чему равен период их обращения вокруг общего центра масс?

1.203. Рассчитайте вторую космическую скорость для Земли.

1.204. Чему равна вторая космическая скорость для Юпитера? $M_{\text{Ю}} = 318M_{\text{З}}$, $r_{\text{Ю}} = 11r_{\text{З}}$.

1.205. Спутник обращается вокруг Земли недалеко от ее поверхности. Какую дополнительную скорость надо ему сообщить, чтобы он мог попасть в сферу притяжения Луны?

1.206. В 1978 г. у планеты Плутон обнаружен спутник — Харон. Плутон и Харон обращаются вокруг общего центра масс по круговым орбитам, причем расстояние между телами $R = 19\,640$ км, а период обращения $T = 6,4$ сут. Определите, какую часть массы Земли составляет суммарная масса системы Плутон—Харон. Радиус Земли $R_{\text{З}} = 6400$ км.

1.207. Масса Харона, недавно открытого спутника Плутона, в $\beta = 8$ раз меньше массы планеты. Плутон и Харон обращаются по круговым траекториям вокруг общего центра масс, причем они все время «смотрят друг на друга», т. е. система вращается как единое твердое тело. Расстояние между их центрами $R = 19\,640$ км, радиус Харона $r = 593$ км. Определите относительное различие в ускорениях свободного падения для наиболее близкой к Плутону и наиболее удаленной от него точек Харона.

1.208. Расстояние от Земли до двойной звезды в созвездии Центавра равно $l = 2,61 \cdot 10^5$ а. е. Наблюдаемое угловое расстояние между звездами в этой системе периодически (с периодом $T = 80$ лет) меняется, достигая максимального значения $\varphi = 0,85 \cdot 10^{-5}$ рад. Определите суммарную массу звезд. 1 а. е. = $1,5 \cdot 10^{11}$ м. Орбиты звезд считайте круговыми.

1.209. При наблюдении пульсара $PSR\ 1257 + 12$ были обнаружены периодические изменения интервалов времени между приходящими от него импульсами. Период изменений $T = 66,6$ сут = $5,75 \cdot 10^6$ с. Одно из возможных объяснений этого явления состоит в том, что пульсар под действием гравитационного взаимодействия с обращающейся вокруг него планетой движется по круговой орбите радиусом $R = 440$ км. Определите массу планеты, считая ее малой по сравнению с массой пульсара. Масса пульсара $M_{\text{п}} = 2 \cdot 10^{30}$ кг.

1.210. Космический корабль движется вокруг Солнца по той же круговой орбите, что и Земля ($r_3 = 1,5 \cdot 10^8$ км), причем настолько далеко от Земли, что ее влиянием можно пренебречь. Корабль получает в направлении своего движения дополнительную скорость Δv , достаточную для достижения орбиты Марса по траектории, касающейся орбиты Марса. Марс вращается вокруг Солнца по круговой орбите радиусом $R_M = 2,28 \cdot 10^8$ км. Определите время перелета корабля и значение Δv . Для Солнца $GM_C = 1325 \cdot 10^8$ км³/с².

1.211. Спутник, запущенный на круговую орбиту высотой $H = 500$ км над поверхностью Земли, тормозится в верхних слоях атмосферы. Угловое ускорение спутника $\beta = 3 \cdot 10^{-13}$ рад/с². На какой высоте окажется спутник через месяц? Радиус Земли $R_3 = 6400$ км.

1.212. Известно, что в настоящее время Луна удаляется от Земли со скоростью $v = 3,3$ см/г. Найдите угловое ускорение Луны. Среднее расстояние Луны от Земли $R = 3,84 \cdot 10^5$ км, угловая скорость вращения Луны вокруг Земли $\varphi = 2,56 \cdot 10^{-6}$ рад/с.

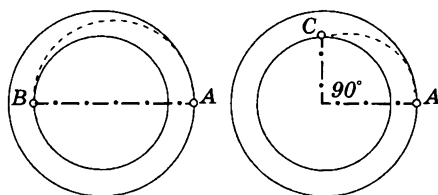
1.213. Ракета запущена с поверхности Земли вертикально вверх с первой космической скоростью и возвращается на Землю недалеко от места старта. Сколько времени она находилась в полете? Радиус Земли $R_3 = 6400$ км.

1.214. Космонавты, высадившиеся на Луну, должны возвратиться на базовый космический корабль, который летает по круговой орбите на высоте, равной радиусу Луны $R_L = 1700$ км. Какую начальную скорость v на поверхности Луны необходимо сообщить лунной кабине, чтобы стыковка с базовым кораблем стала возможной без дополнительной коррекции модуля скорости кабины? Ускорение свободного падения на поверхности Луны $g_L = 1,7$ м/с².

1.215. Космический корабль массой $M = 12$ т движется вокруг Луны по круговой орбите на высоте $h = 100$ км. Для перехода на орбиту прилунения на короткое время включается двигатель. Скорость вытекающих из сопла ракеты газов $u = 10^4$ м/с. Радиус Луны $R_L = 1700$ км, ускорение свободного падения у поверхности Луны $g_L = 1,7$ м/с².

а) Какую массу топлива необходимо израсходовать для того, чтобы при включении тормозного двигателя в точке А траектории корабль опустился на Луну в точке В (рис. 1.78, а)?

б) Какую массу топлива необходимо израсходовать для того, чтобы кораблю в точке А сообщить импульс в направлении на центр Луны и перевести его на орбиту, касающуюся Луны в точке С (рис. 1.78, б)?



а) Рис. 1.78 б)

1.216. Вокруг Солнца по орбите Земли обращается спутник, масса которого $m = 100$ кг. В некоторый момент спутник открывает солнечный парус — тонкую зеркальную пленку в форме круга радиусом $r = 70$ м. Во время дальнейшего полета парус непрерывно меняет свою ориентацию таким образом, чтобы его плоскость постоянно располагалась перпендикулярно направлению на Солнце. Пренебрегая влиянием планет, найдите период обращения спутника с открытым парусом. Орбиту Земли можно считать круговой. Светимость Солнца (световая мощность) $L = 3,86 \cdot 10^{26}$ Вт, масса Солнца $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ кг.

1.7. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1.217. Мембрана совершает $\nu = 1000$ колебаний в секунду. Определите длину звуковой волны λ , получающейся при этом в воздухе. Температура воздуха 20°C .

1.218. Груз висит на упругой нити. Если к грузу прикладывать силу, которая медленно нарастает от нулевого значения, то нить оборвется, когда сила достигнет значения F_1 . При какой минимальной силе оборвется нить, если приложенная сила мгновенно достигает некоторого значения и в дальнейшем остается постоянной?

1.219. На неподвижный груз массой $m = 1$ кг, лежащий на горизонтальном столе и прикрепленный к стенке пружиной жесткостью $k = 9 \cdot 10^2$ Н/м, начинает действовать постоянная горизонтальная сила F (рис. 1.79). Через время t действие силы

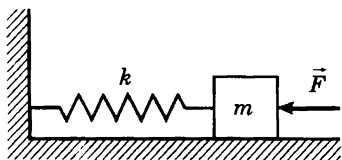


Рис. 1.79

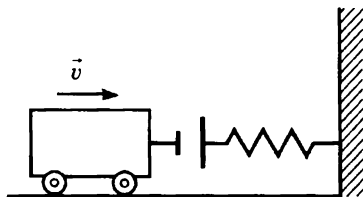


Рис. 1.80

прекращается. При каком времени действия силы t_1 скорость груза будет максимальной в момент прекращения действия силы? При каком времени t_2 груз останется неподвижным?

1.220. Брусок, прикрепленный к пружине, совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 5$ см. Его максимальная скорость равна $v = 1,3$ м/с, а энергия $E = 0,25$ Дж. Найдите массу бруска m , упругость пружины k и период колебаний T .

1.221. Тело массой M под действием пружины совершает колебания с амплитудой A_0 на гладком горизонтальном столе. В момент, когда тело проходит положение равновесия, на него сверху падает и прилипает к нему кусок пластилина массой m . Как изменится амплитуда колебаний?

1.222. Вагон движется на пружинный упор со скоростью v . В момент, когда скорость вагона обратилась в нуль, пружины сжались на длину l . Определите, за какое время t это произошло (рис. 1.80).

1.223. Коробка массой M стоит на горизонтальном столе. В коробке на пружине жесткостью k подвешен груз массой m (рис. 1.81). При какой амплитуде колебаний груза коробка начнет подпрыгивать на столе?

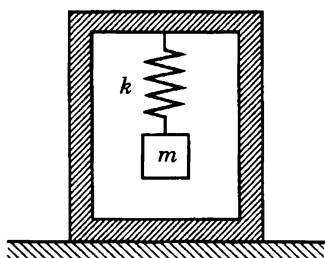


Рис. 1.81

1.224. Коробка массой M стоит на горизонтальном столе. Коэффициент трения между столом и коробкой равен μ . Внутри коробки лежит груз массой m , который может без трения двигаться по дну коробки. Он прикреплен к стенке коробки пружиной жесткостью k (рис. 1.82). При какой амплитуде колебаний груза коробка начнет двигаться по столу?

1.225. Две пружины жесткостями k_1 и k_2 присоединены одним концом к вертикальной стенке, другим — к грузу массой m , лежащему на горизонтальном столе (рис. 1.83). В начальный момент пружину жесткостью k_1 растянули на длину l_1 , а пружину жесткостью k_2 сжали на длину l_2 , после

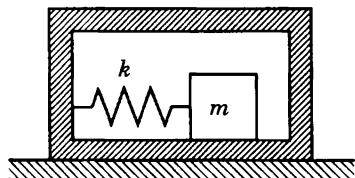


Рис. 1.82

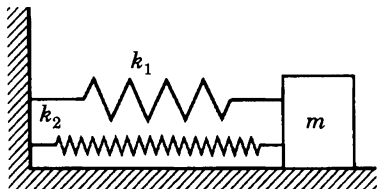


Рис. 1.83

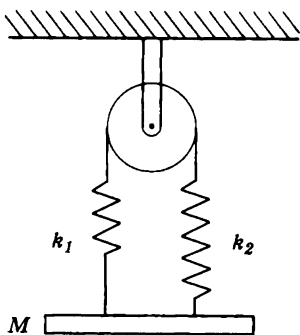


Рис. 1.84

чего груз отпустили. Найдите амплитуду и период колебаний груза. Трением пренебречь.

1.226. Определите период колебаний однородного бруска, подвешенного на двух пружинах, жесткость которых равна k_1 и k_2 соответственно ($k_1 > k_2$), и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок (рис. 1.84). Масса бруска равна M .

1.227. Два шарика одинаковой массы m соединены невесомой пружиной жесткостью k и длиной l и лежат неподвижно на гладком горизонтальном столе. Третий шарик массой m движется со скоростью v_0 по линии, соединяющей центры первых двух, и упруго соударяется с одним из них. Определите максимальное и минимальное расстояния между шариками, связанными пружиной, при их дальнейшем движении и период колебаний. В моменты максимального сжатия и растяжения пружины шарики имеют одинаковые скорости.

1.228. Тело массой m может перемещаться вдоль горизонтальной оси $O-O'$ между двумя вертикальными стенками (рис. 1.85). По бокам к телу прикреплены невесомые пружины одинаковой жесткости k . Если тело расположено симметрично между стенками, расстояния от концов пружин до стенок равны a . Если телу сообщить скорость v_0 , оно начнет совершать колебания между стенками. Каков период этих колебаний? Трением пренебречь.

1.229. Шарик массой m совершает гармонические колебания с амплитудой A на пружине жесткостью k . На расстоянии $A/2$ от положения равновесия установили массивную стальную плиту, от которой шарик абсолютно упруго отскакивает (рис. 1.86). Найдите период колебаний в этом случае.

1.230. Невесомая штанга длиной L одним концом закреплена в идеальном шарнире, а другим опирается на пружину

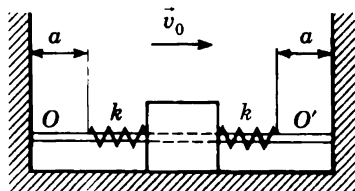


Рис. 1.85

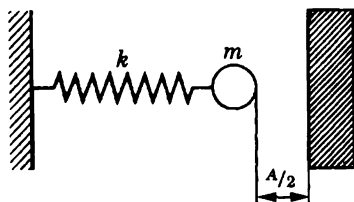


Рис. 1.86

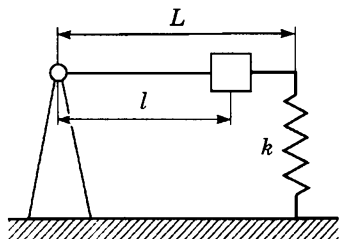


Рис. 1.87

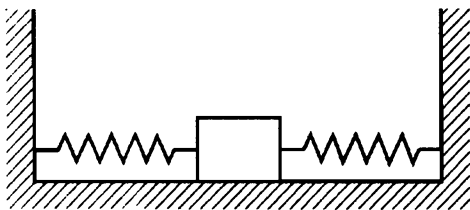


Рис. 1.88

жесткостью k (рис. 1.87). Определите период малых колебаний штанги в зависимости от положения l на ней груза массой m .

1.231. В кабине подъемника висит маятник. Когда кабина неподвижна, его период $T_0 = 1$ с, а в движущейся с постоянным ускорением кабине период $T = 1,2$ с. Определите значение и направление ускорения кабины.

1.232. В высотной ракете помещены часы с математическим маятником и часы с пружинным маятником. Ракета движется вертикально вверх с ускорением $a = 10g$. На высоте $h = 50$ км двигатель выключается, а ракета продолжает подниматься. Какое время покажут те и другие часы в высшей точке подъема ракеты? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.233. Брусok, лежащий на горизонтальном столе, прикреплен горизонтально расположенной пружиной к стене. Вначале пружина не напряжена. Затем брусok отвели от стены на расстояние $A = 4,8$ см и отпустили без начальной скорости. Какая часть первоначальной энергии пружины перейдет в тепло? Если брусok подвесить на этой пружине, то она растянется на $a = 10$ см. Коэффициент трения между столом и бруском $\mu = 0,1$.

1.234. Груз, лежащий на горизонтальном столе, с помощью двух одинаковых пружин прикреплен к стенам (рис. 1.88). Вначале пружины были не напряжены, груз и точки прикрепления пружин к стенкам находились на одной прямой. Затем груз отвели вправо вдоль этой прямой на расстояние $A = 10,5$ см и отпустили без начальной скорости. Если подвесить груз на одной из пружин, то она растягивается на $a = 20$ см. На каком расстоянии от положения равновесия и с какой стороны от него остановится груз? Коэффициент трения скольжения между грузом и столом $\mu = 0,1$.

II. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

2.1. ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ТЕЛ

2.1. В центре стального диска имеется отверстие диаметром $d = 4,99$ мм (при 0°C). До какой температуры следует нагреть диск, чтобы в отверстие начал проходить шарик диаметром $D = 5,00$ мм? Коэффициент линейного расширения стали $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

2.2. Стекланный шарик с коэффициентом объемного расширения β взвешивается трижды: в воздухе и в жидкости при температурах t_1 и t_2 . Показания весов при трех взвешиваниях равны P , P_1 , P_2 . Определите коэффициент объемного расширения жидкости β_1 .

2.3. Стальная и бронзовая пластинки одинаковой толщины $a = 0,2$ мм склепаны на концах так, что при температуре $T = 293 \text{ K}$ образуют биметаллическую пластинку. Каков будет радиус изгиба этой пластинки при температуре $T_1 = 393 \text{ K}$? Коэффициенты линейного расширения стали и бронзы $\alpha_1 = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ и $\alpha_2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

2.4. В одном из двух сообщающихся сосудов, наполненных жидкостью при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ до уровня $H_0 = 10$ см, температура жидкости поднялась на $\Delta t = 10^\circ\text{C}$. Какая возникает при этом разность уровней, если коэффициент объемного расширения жидкости $\beta = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$? Расширением сосуда пренебречь.

2.5. Два сообщающихся сосуда заполнены жидкостью до высоты h . Правый сосуд имеет постоянное сечение S ; левый сосуд до уровня h имеет сечение $2S$, а выше этого уровня — сечение S (рис. 2.1). Температура жидкости в правом сосуде поддерживается неизменной. В левом сосуде температуру повысили на Δt . Определите новый уровень жидкости в правом сосуде. Коэффициент объемного расширения жидкости равен β . Расширением сосудов и объемом соединительной трубки пренебречь.

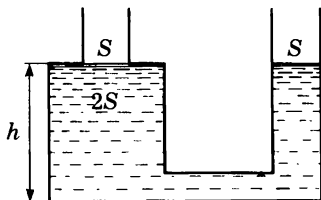


Рис. 2.1

2.6. Два сообщающихся сосуда заполнены до высоты h жидкостью. Правый сосуд имеет постоянное сечение S ; левый сосуд до уровня h имеет сечение $S/2$, а выше этого уровня — сечение S . Температура жидкости в правом сосуде поддерживается неиз-

менной. В левом сосуде температуру повысили на Δt . Определите новый уровень жидкости в правом сосуде. Коэффициент объемного расширения жидкости равен β . Распирением сосудов и объемом соединительной трубки пренебречь.

2.7. Бронзовый стержень был охлажден в жидком азоте до температуры $T_1 = 72$ К. Охлажденный стержень плотно вставили в прямоугольное отверстие жесткой обоймы, имеющей температуру $T_2 = 293$ К, так, что зазор между торцами стержня и соответствующими плоскостями отверстия обоймы можно считать равным нулю. Каким стало давление стержня на обойму после того, как он нагрелся до температуры $T_2 = 293$ К? Коэффициент линейного расширения бронзы $\alpha = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$, модуль Юнга $E = 1,04 \cdot 10^{11} \text{ Па}$.

2.8. Между двумя стенками помещен стержень сечением S , состоящий из двух частей одинаковой длины $l/2$, имеющих коэффициенты линейного расширения α_1 и α_2 и модули Юнга E_1 и E_2 . При температуре T_1 торцы стержня лишь касаются стенок. С какой силой стержень будет давить на стенки, если его нагреть до температуры T_2 ? Деформацией стенок пренебречь. На сколько сместится место стыка частей стержня?

2.2. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

2.9. Какое давление создает азот массой $m = 1$ кг, занимающий объем $V = 1 \text{ м}^3$ при температуре $t = 27^\circ\text{С}$?

2.10. Температура комнаты была $t_1 = 10^\circ\text{С}$. После того как печь натопили, температура в комнате поднялась до $t_2 = 20^\circ\text{С}$. Объем комнаты $V = 50 \text{ м}^3$, давление в ней $p = 97 \text{ кПа}$. На сколько изменилась масса воздуха, находящегося в комнате? Молярная масса воздуха $\mu = 29 \text{ г/моль}$.

2.11. Перед вылетом пули из ствола винтовки объем, занимаемый пороховым газом (продуктами сгорания пороха), в $n = 100$ раз превышает объем твердого пороха. Температура газов в этот момент $T = 1000$ К. Молярная масса продуктов сгорания $\mu = 30 \text{ г/моль}$, плотность твердого пороха $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$. Определите давление пороховых газов при вылете пули.

2.12. Баллон, содержащий азот массой $m_1 = 1$ кг, во время испытаний взорвался при температуре $T_1 = 350^\circ\text{С}$. Водород какой массой m_2 можно хранить в таком баллоне при температуре $T_2 = 20^\circ\text{С}$, имея пятикратный запас прочности?

2.13. До какой температуры нужно нагреть запаянный шар, содержащий воду массой $m = 17,5$ г, чтобы он разорвался, если известно, что стенки шара выдерживают давление не более $p = 10^7 \text{ Па}$, а его объем $V = 1 \text{ дм}^3$?

2.14. Сжиженные газы хранят в сосудах, сообщающихся с атмосферой. В одном из таких сосудов вместимостью $V = 10 \text{ дм}^3$ находится жидкий азот объемом $V = 0,5 \text{ дм}^3$, плотность которого $\rho = 0,81 \text{ г/см}^3$. По ошибке сосуд плотно закупорили. Разорвется ли сосуд, когда азот испарится и нагреется до комнатной температуры? Сосуд может выдержать давление $p_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

2.15. Органическое соединение массой $m = 716 \text{ мг}$, имеющее формулу $(\text{C}_3\text{H}_6\text{O})_n$, при давлении $p = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $t = 200^\circ\text{C}$ занимает в газообразном состоянии объем $V = 243 \text{ см}^3$. Найдите n .

2.16. Найдите формулу некоторого соединения углерода с водородом, если известно, что это вещество массой $m = 0,65 \text{ г}$ в газообразном состоянии создает в объеме $V = 1 \text{ дм}^3$ при температуре $t = 27^\circ\text{C}$ давление $p = 10^5 \text{ Па}$.

2.17. Найдите формулу некоторого соединения углерода с кислородом, если известно, что это вещество массой $m = 1 \text{ г}$ в газообразном состоянии создает в объеме $V = 1 \text{ дм}^3$ при температуре $t = 27^\circ\text{C}$ давление $p = 5,6 \cdot 10^4 \text{ Па}$.

2.18. Шаровая молния представляет собой слабо светящийся газовый шар, свободно плавающий в воздухе. Обычно она наблюдается после грозы. Согласно одной из моделей молния состоит из идеального газа, представляющего собой комплексное соединение, каждая молекула которого содержит ион азота, связанный с несколькими молекулами воды. Температура молнии $t = 600^\circ\text{C}$, температура окружающего воздуха $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Сколько молекул воды связывает каждый ион азота? Электроны, потерянные атомом азота, связаны с молекулами воды, так что комплексная молекула остается в целом нейтральной.

2.19. Из сосуда хотят откачать водород ($p = 10^5 \text{ Па}$, $T = 80 \text{ К}$) с помощью адсорбционного насоса, т. е. подсоединенного к сосуду отростка с насыпанным в него адсорбентом. Масса поглощенного водорода не превышает $1/50$ массы самого адсорбента. Из сосуда какой вместимости может быть откачан водород с помощью адсорбента массой $m = 1 \text{ кг}$?

2.20. В сосуде вместимостью $V = 1,1 \text{ дм}^3$ находится $m = 100 \text{ г}$ адсорбента и водород при температуре $t = -193^\circ\text{C}$ и давлении $p = 2 \cdot 10^4 \text{ Па}$. Адсорбент при этой температуре поглощает массу водорода, равную $1/50$ массы самого адсорбента. Определите давление p_1 в сосуде, если его нагреть до температуры $t_1 = 31^\circ\text{C}$, когда все молекулы водорода покинут адсорбент. Плотность адсорбента $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.

2.21. Баллон вместимостью $V_1 = 200 \text{ дм}^3$ содержал азот при давлении $p_1 = 2 \cdot 10^4 \text{ Па}$ и температуре $T_1 = 273 \text{ К}$. Когда

часть газа израсходовали, новое измерение давления, проведенное при температуре $T_2 = 253 \text{ К}$, дало значение $p_2 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Па}$. Какой объем займет израсходованный газ при нормальных условиях?

2.22. Из баллона вместимостью $V_1 = 200 \text{ дм}^3$, содержащего гелий при давлении $p_1 = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}$ и температуре $T_1 = 273 \text{ К}$, израсходовали часть газа, занявшего при нормальных условиях объем $V = 1 \text{ м}^3$. При повторном измерении давления в баллоне получено значение $p_2 = 1,4 \cdot 10^6 \text{ Па}$. При какой температуре проведено это измерение?

2.23. Водород некоторой массы занимает объем $V = 10 \text{ дм}^3$ при давлении $p = 10^7 \text{ Па}$ и температуре $t = 20^\circ \text{С}$. Водород какой массы израсходован, если при сжигании оставшегося водорода образовалось $0,5 \text{ дм}^3$ воды?

2.24. Стеклянный баллон при постоянной температуре был взвешен трижды: а) откачанный, б) заполненный воздухом при атмосферном давлении $p_{\text{в}} = 10^5 \text{ Па}$, в) заполненный неизвестным газом при давлении $p_{\text{г}} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Оказалось, что $m_1 = 200 \text{ г}$, $m_2 = 204 \text{ г}$, $m_3 = 210 \text{ г}$. Определите молярную массу неизвестного газа $\mu_{\text{г}}$. Молярная масса воздуха $\mu_{\text{в}} = 29 \text{ г/моль}$.

2.25. Баллон с гелием при давлении $p_1 = 6,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$ и температуре $t_1 = -3^\circ \text{С}$ имеет массу $M_1 = 21 \text{ кг}$, а при давлении $p_2 = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}$ и той же температуре — массу $M_2 = 20 \text{ кг}$. Какую массу гелия содержит баллон при давлении $p = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$ и температуре $t = 27^\circ \text{С}$?

2.26. Баллон, содержащий азот при давлении $p_1 = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$ и температуре $t_1 = 27^\circ \text{С}$, имеет массу $m_1 = 97 \text{ кг}$. Когда часть азота была израсходована, так что при температуре $t_2 = -3^\circ \text{С}$ давление в баллоне стало равным $p_2 = 6 \cdot 10^6 \text{ Па}$, масса баллона с азотом стала равной $m_2 = 93,5 \text{ кг}$. Какое количество азота осталось в баллоне?

2.27. Баллончик для приготовления газированной воды имеет вместимость $V = 5 \text{ см}^3$ и содержит углекислый газ при давлении $p = 15 \text{ атм}$ ($1,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$). Можно ли на весах с погрешностью взвешивания 10 мг заметить разницу в массах полного и пустого баллончиков?

2.28. Аквалангист затратил время $\tau_1 = 10 \text{ мин}$ на осмотр повреждения подводной части корабля. За это время давление в баллоне аквалангиста, первоначально равное $p_1 = 150 \text{ атм}$ ($1,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$), упало на 20%. После этого аквалангист приступил к ремонтным работам, и расход воздуха возрос в полтора раза. Через какое время τ после погружения аквалангист должен закончить работы, если давление не должно упасть ниже $p_2 = 30 \text{ атм}$ ($0,3 \cdot 10^7 \text{ Па}$)?

2.29. При нагревании газа при постоянном объеме на 1 К давление увеличилось на 0,2%. При какой начальной температуре T находился газ?

2.30. Объем идеального газа некоторой массы при нагревании на 1 К при постоянном давлении увеличился на $1/335$ своего первоначального значения. При какой температуре находился газ вначале?

2.31. Спутник погрузился в тень Земли. При этом температура внутри спутника, равная вначале $T = 300$ К, упала на 1%, из-за чего давление воздуха понизилось на $\Delta p = 10$ гПа. Определите массу воздуха в спутнике, если его объем $V = 10$ м³.

2.32. С какой максимальной силой прижимается к телу человека медицинская банка, если диаметр ее отверстия $D = 4$ см? В момент прикладывания к телу воздух в ней прогрет до температуры $t = 80^\circ\text{C}$, а температура окружающего воздуха $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Изменением объема воздуха в банке (из-за втягивания кожи) пренебречь.

2.33. Чтобы изотермически уменьшить объем газа в цилиндре с поршнем в n раз, на поршень поместили груз массой M . Какой груз следует добавить, чтобы объем газа изотермически уменьшился еще в k раз?

2.34. В вертикально расположенном цилиндре сечением S под поршнем массой m находится воздух при температуре T_1 . Когда на поршень положили груз массой M , расстояние от него до дна цилиндра уменьшилось в n раз. На сколько повысилась температура воздуха в цилиндре? Атмосферное давление равно p_0 .

2.35. В вертикально расположенном цилиндре сечением S под поршнем массой m находится воздух. На поршне лежит груз. Когда груз с поршня убрали, объем, занимаемый воздухом под поршнем, вдвое возрос, а температура этого воздуха вдвое уменьшилась. Определите массу груза M . Атмосферное давление равно p_0 .

2.36. В цилиндре под поршнем площадью $S = 100$ см² находится азот ($m = 28$ г) при температуре $T_1 = 273$ К. Цилиндр нагревается до температуры $T_2 = 373$ К. На какую высоту Δh поднимется поршень массой $M = 100$ кг? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

2.37. В цилиндре под поршнем площадью $S = 100$ см² находится азот ($m = 28$ г) при температуре $t_1 = 100^\circ\text{C}$. К поршню через систему блоков подвешен груз массой $M = 50$ кг (рис. 2.2). Цилиндр охлаждается до $t_2 = 0^\circ\text{C}$. На какую высоту

Δh поднимется груз? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Массой поршня пренебречь.

2.38. По газопроводной трубе идет углекислый газ при давлении $p = 4 \cdot 10^5$ Па и температуре $t = 7^\circ\text{C}$. Какова средняя скорость движения газа по трубе, если за время $\tau = 10$ мин протекает углекислый газ массой $m = 2$ кг? Площадь сечения трубы $S = 5$ см².

2.39. Масса M_τ пороха, сгорающего в единицу времени в камере ракетного двигателя, зависит от давления p по закону $M_\tau = Ap^n$, где A и n — некоторые постоянные. Скорость истечения газа из сопла пропорциональна давлению в камере p . Во сколько раз отличаются давления в камерах ракетных двигателей, если сечения их сопел равны S_1 и S_2 ? Рассмотрите случай, когда $n = 2/3$ и $S_1/S_2 = 2$.

2.40. Масса M_τ пороха, сгорающего в единицу времени в камере ракетного двигателя, зависит от давления p по закону $M_\tau = Ap^n$. Найдите показатель степени n , если при уменьшении сечения сопла двигателя в 2 раза давление в камере возрастает в 4 раза. Скорость истечения газа из сопла пропорциональна давлению в камере p .

2.41. В камере сгорания реактивного двигателя объемом $V = 0,1$ м³ при температуре $T = 2000$ К давление $p = 2 \cdot 10^6$ Па. Скорость сгорания топлива $M_\tau = 30$ кг/с, средняя молярная масса продуктов сгорания $\mu = 21$ г/моль. Определите время пребывания топлива в камере сгорания.

2.42. Из сосуда вместимостью $V = 10$ дм³ воздух откачивается насосом, имеющим производительность $V_\tau = 100$ дм³/мин. До какого наилучшего вакуума может быть откачан сосуд, если из-за имеющейся в нем течи давление в откачанном сосуде поднимается на величину $\Delta p = 1$ мм рт. ст. за время $\tau = 1$ ч 40 мин (при остановленном насосе)? Температуру воздуха в сосуде считать неизменной.

П р и м е ч а н и е. Производительность вакуумных насосов принято характеризовать объемом газа, который удаляется в единицу времени из откачиваемого сосуда.

2.43. Внутри закрытого с обоих концов горизонтально расположенного цилиндра имеется поршень, который скользит в цилиндре без трения. С одной стороны поршня находится водород ($m_1 = 3$ г), а с другой — азот ($m_2 = 17$ г). Какую часть объема цилиндра занимает водород?

2.44. Сосуды с вместимостями $V_1 = 200$ см³ и $V_2 = 100$ см³ соединены короткой трубкой, в которой имеется теплоизоли-

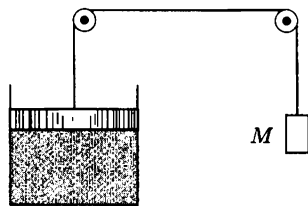


Рис. 2.2

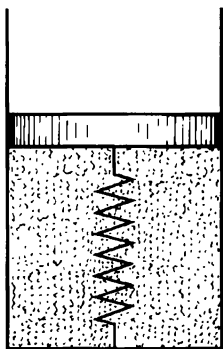


Рис. 2.3

рующая пористая перегородка. С помощью этой перегородки в сосудах устанавливаются одинаковые давления. Система находится при температуре $t_0 = 27^\circ\text{C}$ и содержит газ при давлении $p_0 = 10^5$ Па. Какое давление установится в системе, если малый сосуд поместить в лед при температуре $t_2 = 0^\circ\text{C}$, а большой — в пар при температуре $t_1 = 100^\circ\text{C}$? Тепловым расширением сосудов пренебречь.

2.45. Два баллона с вместимостями $V_1 = 20$ дм³ и $V_2 = 10$ дм³ соединены тонкой трубкой и содержат $\nu = 6$ моль водорода. Первый баллон находится при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Какую температуру имеет второй баллон, если известно, что в нем содержится водород ($m = 9$ г)?

2.46. В двух стеклянных шарах одинаковой вместимости $V_0 = 1$ дм³ находится воздух при температуре $t = 0^\circ\text{C}$. Шары соединены достаточно длинной тонкой (диаметром $d = 4$ мм) трубкой. На какое расстояние переместится капля ртути, помещенная в трубку, если один шар нагреть до температуры $t_1 = 1^\circ\text{C}$, а другой охладить до температуры $t_2 = -1^\circ\text{C}$?

2.47. Поршни двух одинаковых цилиндров жестко связаны так, что объемы под поршнями равны между собой. В цилиндры при температуре T введен воздух таким образом, что давление в одном из цилиндров стало равным p . Затем этот цилиндр нагрели до температуры T_1 . Какое установилось в нем давление? Во втором цилиндре поддерживалась температура T . Атмосферное давление равно p_0 . Массами поршней пренебречь.

2.48. Поршни двух одинаковых цилиндров жестко связаны так, что объемы под поршнями равны между собой. В оба цилиндра введен воздух одинаковой массы при температуре T . Затем один сосуд нагревают до температуры T_1 , другой поддерживают при температуре T . Каковы будут давления в цилиндрах? Атмосферное давление равно p_0 . Массами поршней пренебречь.

2.49. В вертикальном расположенном цилиндре находится газ массой m . Газ отделен от атмосферы поршнем, соединенным с дном цилиндра пружиной жесткостью k (рис. 2.3). При температуре T_1 поршень расположен на расстоянии h от дна цилиндра. До какой температуры T_2 надо нагреть газ, чтобы поршень поднялся до высоты H ? Молярная масса газа равна μ .

2.50. В цилиндре под невесомым поршнем находится газ при атмосферном давлении p_0 и температуре T_0 . Поршень удерживается упругой пружиной (рис. 2.3). Во сколько раз

нужно увеличить температуру газа, чтобы его объем увеличился в полтора раза? Если газ полностью откачать из-под поршня, поршень будет находиться в равновесии у дна цилиндра.

2.51. Два соединенных тонкой трубкой баллона вместимостями $V_1 = 7 \text{ дм}^3$ и $V_2 = 12 \text{ дм}^3$ содержат некоторое количество азота. Первый баллон имеет неизменную температуру $t_1 = 0^\circ \text{С}$. До какой температуры надо нагреть второй баллон для того, чтобы в нем осталась только $1/3$ общего количества азота?

2.52. Вертикально расположенный цилиндр разделен на две равные части тяжелым теплонепроницаемым поршнем, который может скользить без трения. В верхней половине цилиндра находится водород при температуре T и давлении p , в нижней части — кислород при температуре $2T$. Цилиндр перевернули вверх дном. Чтобы поршень по-прежнему делил цилиндр на две равные части, пришлось охладить кислород до температуры $T/2$. Температура водорода осталась прежней (T). Определите давление кислорода в первом и во втором случаях.

2.53. Вертикально расположенный цилиндр, закрытый с обеих сторон, разделен тяжелым теплонепроницаемым поршнем на две части; обе части сосуда содержат одинаковое количество воздуха. При одинаковой температуре воздуха в обеих частях $T_1 = 400 \text{ К}$ давление p_2 в нижней части сосуда вдвое больше давления p_1 в верхней части. До какой температуры T_2 надо нагреть воздух в нижней части сосуда, чтобы объемы частей стали одинаковыми?

2.54. Два сосуда вместимостями $V_1 = 50 \text{ дм}^3$ и $V_2 = 12,5 \text{ дм}^3$ соединены трубкой, в которой имеется специальный клапан, позволяющий газу просачиваться из большого сосуда в малый, если разность давлений в сосудах превышает $\Delta p = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Па}$. В большой сосуд вводится газ при давлении $p_1 = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $t_0 = 27^\circ \text{С}$. Каким будет давление в малом сосуде (первоначально откачанном), если систему нагреть до температуры $t = 177^\circ \text{С}$?

2.55. Цилиндр, закрытый поршнем, соединен короткой тонкой трубкой с откачанным сосудом (рис. 2.4). Под поршень при закрытом кране вводится некоторое количество газа ν . Объем, занимаемый этим газом в цилиндре, равен объему сосуда. Какая часть газа останется в цилиндре после того, как

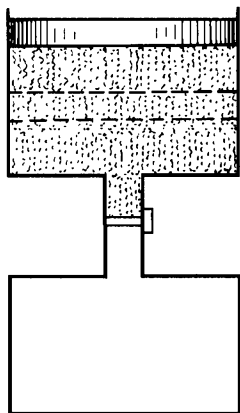


Рис. 2.4

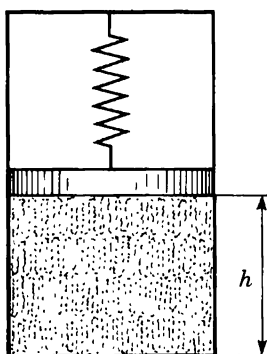


Рис. 2.5

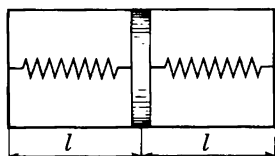


Рис. 2.6

кран откроют? Температура газа в цилиндре $t_1 = -173^\circ\text{C}$, а в сосуде $t_2 = 127^\circ\text{C}$.

2.56. Цилиндр, закрытый поршнем, соединен короткой тонкой трубкой с откачанным сосудом (см. рис. 2.4). Вместимость сосуда равна V . Под поршень при закрытом кране вводится газ, занимающий объем $V/2$. Затем кран открывают, и половина газа переходит в сосуд. Найдите отношение температур газа в цилиндре и в сосуде.

2.57. В закрытом с обоих концов откачанном цилиндре подвешен на пружине скользящий без трения поршень, положение равновесия которого находится у дна цилиндра. Под поршень вводится такое количество газа, что поршень поднимается на высоту h (рис. 2.5). На какой высоте h_1 установится поршень, если этот газ нагреть от начальной температуры T до температуры T_1 ? Сила, действующая со стороны пружины на поршень, пропорциональна смещению поршня.

2.58. В цилиндре длиной $2l = 2$ м поршень соединен с днищами пружинами одинаковой жесткости $k = 1500$ Н/м (рис. 2.6). Вначале цилиндр откачан, пружины находятся в ненапряженном состоянии. На какое расстояние переместится поршень, если в одну из частей цилиндра ввести $m = 28$ г азота? Температура азота $T = 273$ К.

2.59. Газ некоторой массы занимает объем V_1 при давлении p_1 и температуре T_1 . Этот газ при постоянном объеме нагревают до температуры $T_2 = 2T_1$, после этого происходит расширение газа при постоянном давлении до объема $V_2 = 4V_1$. Из получившегося состояния газ возвращают в начальное (p_1, V_1, T_1), причем так, что во время этого процесса $pV^n = \text{const}$. Определите показатель степени n .

2.60. На pT -диаграмме изображен замкнутый процесс, который совершает кислород некоторой массы (рис. 2.7). Известно, что максимальный объем, который занимал газ в этом процессе, $V_{\text{max}} = 16,4$ дм³. Определите массу газа и его объем в точке 1. Значения T_1, T_2, p_1 и p_2 указаны на рисунке.

2.61. На VT -диаграмме изображен замкнутый процесс, который совершает азот некоторой массы (рис. 2.8). Известно, что минимальное давление газа в этом процессе

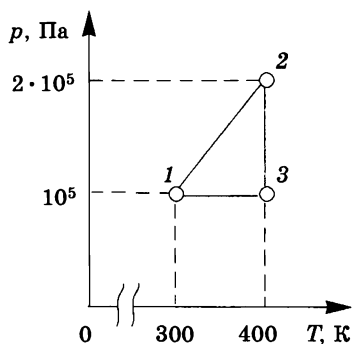


Рис. 2.7

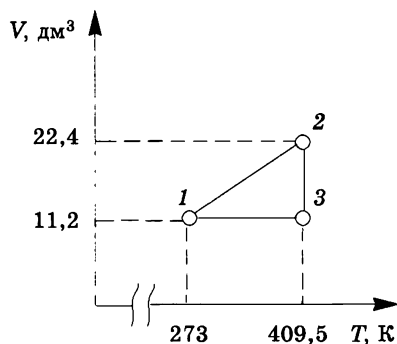


Рис. 2.8

$p_{\min} = 3 \cdot 10^5$ Па. Определите массу газа и его давление в точке 1. Значения T_1 , T_2 , V_1 и V_2 указаны на рисунке.

2.62. Шахта глубиной $h = 224$ м пробурена в склоне горы и имеет горизонтальный выход (рис. 2.9). Температура атмосферного воздуха $t_0 = 0^\circ\text{C}$, средняя температура воздуха внутри шахты $t = 14^\circ\text{C}$. Вертикальный ствол шахты имеет сечение $S = 3,5$ м². Какую силу нужно приложить к легкой заслонке, чтобы закрыть сверху вертикальный ствол? Давление воздуха на уровне горизонтального ствола шахты $p_0 = 10^5$ Па.

2.63. Фабричная труба имеет высоту $h = 22,4$ м. Входное отверстие трубы наглухо закрыто заслонкой А (рис. 2.10), имеющей сечение $S = 1$ м². Температура атмосферного воздуха $t_0 = 0^\circ\text{C}$, давление $p_0 = 10^5$ Па. Определите среднюю температуру воздуха в трубе, если известно, что из-за разности температур на заслонку действует сила $F = 85$ Н.

2.64. Цилиндр сечением $S = 10$ см² закрыт тяжелым поршнем. При подъеме сосуда с ускорением $2g$ объем газа под поршнем уменьшается в полтора раза. Найдите массу поршня, считая температуру газа постоянной. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

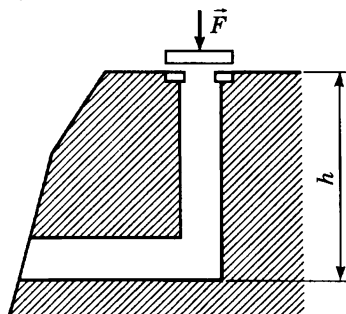


Рис. 2.9

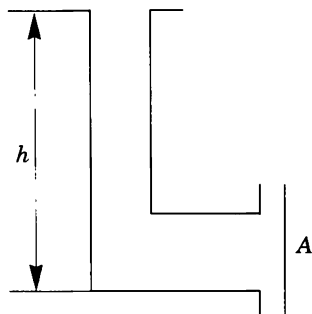


Рис. 2.10

2.65. Цилиндр сечением $S = 10 \text{ см}^2$ закрыт поршнем массой $m = 5 \text{ кг}$. При движении сосуда вниз с ускорением $4g$ объем газа под поршнем увеличивается в два раза. Температура газа не изменяется. Найдите внешнее давление p_0 .

2.66. Запаянный сосуд с газом взвешен дважды — при температурах $t_1 = 0^\circ\text{С}$ и $t_2 = 17^\circ\text{С}$. Различие в результатах оказалось равным $\Delta m = 0,1 \text{ г}$. Определите вместимость сосуда. Взвешивание проводилось при атмосферном давлении ($p_0 = 10^5 \text{ Па}$). Расширением сосуда пренебречь.

2.67. Золотая пластинка толщиной $0,1 \text{ мм}$ и площадью $8 \times 10 \text{ см}^2$ взвешивается с помощью латунных гирь. При какой точности взвешивания можно заметить различие в результатах определения массы пластинки на весах в вакууме и в воздухе при давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $t = 17^\circ\text{С}$? Плотности золота и латуни $\rho_1 = 19,3 \text{ г/см}^3$ и $\rho_2 = 8,5 \text{ г/см}^3$.

2.68. Алюминиевая и латунная гири уравновешены в воздухе при давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $t = 27^\circ\text{С}$ на аналитических весах, точность взвешивания которых $m_0 = 0,1 \text{ мг}$. При какой массе гирь можно заметить нарушение равновесия весов, если поместить их в вакуум? Плотности алюминия и латуни $\rho_1 = 2,7 \text{ г/см}^3$ и $\rho_2 = 8,5 \text{ г/см}^3$.

2.69. В легкой герметичной оболочке воздушного шара находится водород. Определите подъемную силу шара. Считайте, что оболочка сделана из неупругого материала и может свободно растягиваться. Масса водорода равна m_2 . Молярные массы воздуха и водорода равны μ_1 и μ_2 .

2.70. Водород, содержащийся в баллоне вместимостью $V = 100 \text{ дм}^3$ при давлении $p = 10^7 \text{ Па}$, используется для наполнения метеорологических шаров-зондов, имеющих мягкую оболочку. Каждый шар-зонд должен иметь подъемную силу $F = 20 \text{ Н}$. Сколько шаров можно наполнить водородом из одного баллона? Температура водорода в баллоне и шарах равна температуре окружающего воздуха $T = 300 \text{ К}$.

2.71. Чтобы не стать помехой движению самолетов, олимпийский аэростат «Миша», наполненный гелием при давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $T_0 = 300 \text{ К}$, должен был подняться над Лужниками на высоту $h = 1,5 \text{ км}$, где плотность воздуха на 20% меньше, чем у поверхности Земли. Найдите массу M оболочки аэростата, если его вместимость $V = 500 \text{ м}^3$. Оболочка аэростата нерастяжимая и герметичная.

2.72. Балласт какой массы должен выбросить аэростат вместимостью $V = 300 \text{ м}^3$, чтобы подняться с высоты, на которой барометр показывает давление $p_1 = 84 \text{ кПа}$ при температуре $T_1 = -15^\circ\text{С}$, до высоты, на которой барометр показывает давление $p_2 = 66,7 \text{ кПа}$ при температуре $T_2 = -30^\circ\text{С}$?

2.73. Вместимость воздушного шара $V = 224 \text{ м}^3$, масса оболочки $M = 145 \text{ кг}$. Шар наполнен горячим воздухом при нормальном атмосферном давлении. Какую температуру должен иметь воздух внутри оболочки, чтобы шар начал подниматься? Температура воздуха вне оболочки равна $t_0 = 0^\circ\text{C}$.

2.74. В одном из проектов управляемого дирижабля предлагается теплоту, выделяющуюся при работе двигателя, использовать для нагрева газа, наполняющего баллон дирижабля. Определите дополнительную подъемную силу для дирижабля с баллоном объемом $V = 1,3 \cdot 10^6 \text{ м}^3$. Баллон наполнен гелием. Температура за счет нагрева повышается от $T_1 = 300 \text{ К}$ до $T_2 = 400 \text{ К}$. Давление газа в обоих случаях $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

2.75. Для удержания на поверхности Земли метеорологического шара-зонда массой $M = 20 \text{ кг}$ необходимо приложить силу $F = 10^3 \text{ Н}$. Шар поднимается до такой высоты, где его объем увеличивается в два раза. Температура воздуха, измеренная с помощью зонда на этой высоте, оказалась равной $t = -43^\circ\text{C}$. Вычислите давление воздуха на указанной высоте, если у поверхности Земли давление $p_0 = 754 \text{ мм рт. ст.}$, а температура $t_0 = 17^\circ\text{C}$.

2.76. Шар-зонд, наполняемый водородом, имеет нерастяжимую герметичную оболочку вместимостью $V = 50 \text{ м}^3$. Масса шара вместе с водородом $M = 5 \text{ кг}$. На какую максимальную высоту сможет подняться шар-зонд, если известно, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые $h = 5 \text{ км}$ высоты? Температура воздуха в стратосфере $t = -53^\circ\text{C}$, температура водорода равна температуре окружающего воздуха.

2.77. Нерастяжимая оболочка шара-зонда вместимостью $V = 75 \text{ м}^3$ имеет в нижней части небольшое отверстие. Масса оболочки $m = 7 \text{ кг}$. Шар наполнен водородом. На какую максимальную высоту сможет подняться шар-зонд, если известно, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые $h = 5 \text{ км}$ высоты? Температура воздуха в стратосфере $t = -53^\circ\text{C}$, температура водорода равна температуре окружающего воздуха.

2.78. Сферическая оболочка воздушного шара сделана из материала, поверхностная плотность которого (масса единицы площади данного материала) $\sigma = 1 \text{ кг/м}^2$. Шар наполнен гелием при нормальном атмосферном давлении. При каком минимальном радиусе шар поднимет сам себя? Температуры гелия и окружающего воздуха одинаковы и равны 0°C .

2.79. Герметичный шар-зонд, изготовленный из нерастяжимого материала, должен поднять аппаратуру массой $M =$

$= 10$ кг на высоту $h = 5,5$ км, где плотность воздуха вдвое меньше, чем у поверхности Земли. Шар наполняют гелием при температуре $T = 300$ К и давлении $p_0 = 10^5$ Па. Объем шара $V = 100$ м³. Определите массу 1 м² материала оболочки шара.

2.80. Баллон вместимостью $V = 50$ дм³ наполнен воздухом при температуре $t = 27^\circ\text{C}$ до давления $p = 100$ атм (10^7 Па). Какой объем воды можно вытеснить из цистерны подводной лодки воздухом этого баллона, если вытеснение производится на глубине $h = 40$ м? Температура всего воздуха после расширения $t_1 = 3^\circ\text{C}$.

2.81. При подводных работах раньше применялся так называемый кессон («подводный колокол») — резервуар, в который по шлангу подавался воздух, вытесняющий воду (рис. 2.11). Какое время понадобится для вытеснения воды из кессона, опущенного на глубину $H = 20$ м? Кессон представляет собой куб с ребром $l = 2$ м. Компрессор забирает из атмосферного воздуха ($p_0 = 10^5$ Па) объем $V_t = 1$ м³/мин.

2.82. В запаянную с одного конца U-образную трубку длиной $2L$ налита жидкость так, что в правом запаянном колене остался воздух. Уровень жидкости в открытом колене совпадает с краем трубки. Разность между уровнями равна $L/3$ (рис. 2.12). Какую часть жидкости нужно выпустить через кран в нижней части сосуда, чтобы уровни жидкости в открытом и закрытом коленах сравнялись? Давлением паров жидкости пренебречь. Плотность жидкости равна ρ , атмосферное давление равно p_0 .

2.83. Пробирка длиной L погружается в воду до тех пор, пока ее дно не окажется на одном уровне с поверхностью воды (рис. 2.13). Когда температура воздуха в пробирке и температура воды уравнились, оказалось, что вода в пробирке поднялась на высоту $2L/3$. Найдите начальную температуру воздуха в пробирке. Температура воды T , атмосферное давление p_0 .

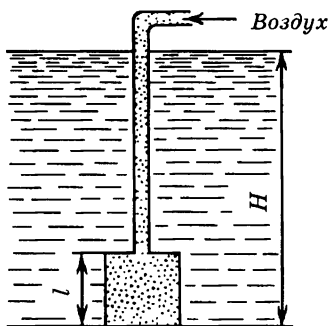


Рис. 2.11

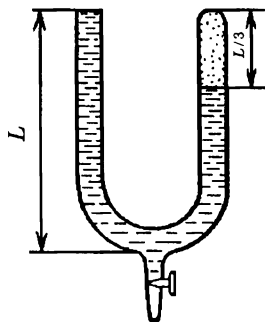


Рис. 2.12

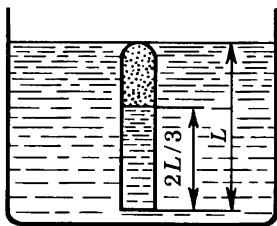


Рис. 2.13

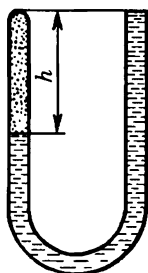


Рис. 2.14

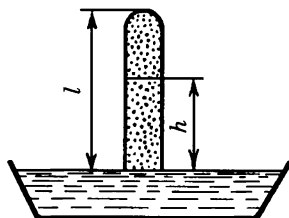


Рис. 2.15

2.84. Пробирка длиной L , содержащая газ при температуре T , полностью погружена в жидкость плотностью ρ , так что дно пробирки касается поверхности жидкости. При этом жидкость заполняет половину пробирки. Пробирку поднимают вверх до тех пор, пока она не коснется поверхности жидкости своим открытым концом. Как надо изменить температуру газа в пробирке, чтобы жидкость снова заполняла половину пробирки? Атмосферное давление p_0 .

2.85. В запаянную с одного конца U-образную трубку налита вода, причем за счет присутствия в трубке воздуха разность уровней воды оказалась равной h (рис. 2.14). Как нужно изменить температуру воздуха в трубке, чтобы разность уровней воды у ее концов уменьшилась вдвое? Атмосферное давление p_0 . Давлением паров воды пренебречь.

2.86. Простейшая конструкция максимального термометра, «запоминающего» максимальную температуру, до которой он нагревался в процессе опыта, изображена на рисунке 2.15. Стеклопипетка длиной l приведена в соприкосновение открытым концом с поверхностью ртути в широком сосуде. Температура и давление воздуха T_0 и p_0 . Если пипетку нагреть до некоторой температуры T , а затем вновь охладить до температуры T_0 , то уровень ртути в пипетке поднимется на высоту h . Определите температуру T при $T_0 = 273 \text{ К}$, $p_0 = 10^5 \text{ Па}$, $l = 1 \text{ м}$, $h = 0,1 \text{ м}$. Давлением паров ртути пренебречь.

2.87. На рисунке 2.16 изображена конструкция максимального термометра (см. задачу 2.86). Длинная U-образная трубка, запаянная с одного конца, заполнена при температуре $T_0 = 273 \text{ К}$ ртутью. В правом колене над ртутью находится воздух, высота столба которого $h = 24 \text{ см}$. При нагревании прибора воздух, расширяясь, вытесняет часть ртути. После охлаждения до первоначальной температуры T_0 уровень ртути в левом открытом колене понизился на величину $H = 6 \text{ см}$. Определите температуру, до которой нагревался прибор. Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

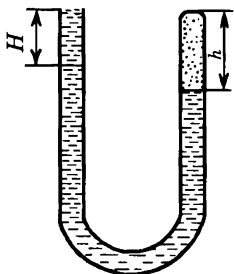


Рис. 2.16

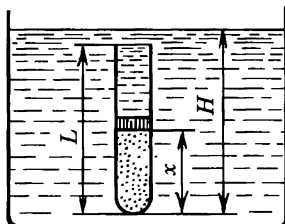


Рис. 2.17

2.88. В мензурке высотой H и сечением S , закрытой невесомым поршнем, находится газ с молярной массой μ . Поршень опускают и освободившуюся часть мензурки до краев заливают ртутью. При каких температурах газа можно найти такое положение равновесия поршня, при котором ртуть, налитая в мензурку, не будет выбрасываться из нее давлением газа? Масса газа в мензурке m . Внешним давлением пренебречь.

2.89. Цилиндрическая трубка длиной l наполовину погружена в ртуть. Ее закрывают пальцем и вынимают. Часть ртути при этом вытекает. Какой длины столбик ртути остается в трубке? Длина столбика ртути, соответствующая атмосферному давлению, равна H .

2.90. Пробирку длиной L заполнили водородом при давлении p' , закрыли легким подвижным поршнем и погрузили в сосуд с ртутью на глубину H (рис. 2.17). Какая часть длины пробирки будет при этом заполнена водородом? При каких значениях H задача имеет решение? Плотность ртути ρ , атмосферное давление p_0 . Температура водорода поддерживается неизменной.

2.91. Тонкостенный стакан массой $M = 50$ г ставят вверх дном на поверхность воды и медленно опускают его вглубь так, что он все время остается вертикальным. На какую минимальную глубину надо опустить стакан, чтобы он утонул? Высота стакана $H = 10$ см, площадь его дна $S = 20$ см². Давлением водяного пара в стакане пренебречь. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

2.3. ГАЗОВЫЕ СМЕСИ

2.92. Определите плотность смеси, содержащей водород ($m_1 = 4$ г) и кислород ($m_2 = 32$ г) при температуре $t = 7^\circ\text{C}$ и общем давлении $p = 10^5$ Па.

2.93. В баллоне вместимостью $V_1 = 16,4$ дм³ содержится смесь кислорода и азота общей массой $m = 120$ г, создающая

при температуре $t_1 = 17^\circ\text{C}$ давление $p_1 = 6 \cdot 10^5$ Па. Смесь пропускается через ловушку, содержащую раскаленные медные стружки, и закачивается в другой баллон объемом $V_2 = 30$ дм³ при температуре $t_2 = 87^\circ\text{C}$. Какое давление p_2 будет во втором баллоне, если весь кислород соединится с медью?

2.94. В баллоне вместимостью $V = 60$ дм³ содержится смесь водорода и кислорода общей массой $m = 60$ г, создающая при температуре $t = 27^\circ\text{C}$ давление $p = 3,28 \cdot 10^5$ Па. Какая масса воды образуется из этой смеси, если водороду дать возможность соединиться с кислородом?

2.95. Лазерные трубки одинаковой вместимости $V_0 = 60$ см³ должны заполняться смесью гелия и неона в молярном отношении 5:1 при общем давлении $p = 6$ мм рт. ст. (1 мм ртутного столба равен 133 Па). Имеются баллоны с этими газами одинаковой вместимости $V = 2$ дм³. В баллоне с гелием давление $p_1 = 50$ мм рт. ст., в баллоне с неоном давление $p_2 = 200$ мм рт. ст. Какое число трубок можно заполнить?

2.96. Для заполнения лазерных трубок используется смесь ксенона и гелия в молярном соотношении 1:9 при общем давлении $p = 10$ мм рт. ст. Имеется баллон ксенона вместимостью $V_1 = 1$ дм³ при давлении $p_1 = 300$ мм рт. ст. Сколько баллонов гелия потребуется для полного использования ксенона, если гелий содержится в баллонах вместимостью $V_2 = 2$ дм³ при давлении $p_2 = 50$ мм рт. ст.?

2.97. Сосуд разделен на две равные части полупроницаемой неподвижной перегородкой. В первую половину сосуда введена смесь аргона и водорода при давлении $p = 1,5 \cdot 10^5$ Па, во второй половине вакуум. Через перегородку может диффундировать только водород. После окончания процесса диффузии давление в первой половине оказалось равным $p' = 10^5$ Па. Во время процесса температура поддерживалась постоянной. Определите отношение масс аргона и водорода в смеси, которая была первоначально введена в первую половину сосуда.

П р и м е ч а н и е: полупроницаемыми называются перегородки (мембраны), через которые одни вещества могут проникать, а другие не могут. Так, через некоторые животные пленки может проникать вода, а сахар и другие органические вещества, имеющие более крупные молекулы, не проникают. Существуют полимерные пленки, проницаемые для гелия и непроницаемые для водорода. Некоторые металлы, например палладий, проницаемы только для водорода и непроницаемы для других газов. Когда с обеих сторон от перегородки установятся (при одинаковых температурах)

равные давления проникающего через нее газа, потоки газа в обе стороны выравниваются, и устанавливается динамическое равновесие. Другие газы при этом не проникают через перегородку, их парциальные давления, а следовательно, и полные давления по разные стороны от перегородки могут быть различными.

2.98. Сосуд вместимостью $V = 2 \text{ дм}^3$ разделен на две равные части полупроницаемой неподвижной перегородкой. В первую половину сосуда введена смесь аргона ($m_a = 20 \text{ г}$) и водорода ($m_v = 2 \text{ г}$), во второй половине вакуум. Через перегородку может диффундировать только водород. Какое давление установится в первой половине сосуда после окончания процесса диффузии? Во время процесса поддерживалась температура $t = 20^\circ \text{C}$.

2.99. Сосуд вместимостью $2V = 200 \text{ см}^3$ разделен на две равные части полупроницаемой неподвижной перегородкой. В первую половину введена смесь водорода ($m_v = 2 \text{ мг}$) и гелия ($m_r = 4 \text{ мг}$), во второй половине — вакуум. Через перегородку может диффундировать только гелий. Во время процесса поддерживалась температура $T = 27 \text{ К}$. Какие давления p_1 и p_2 установятся в обеих частях сосуда?

2.100. Сосуд, заполненный смесью водорода и гелия, отделен от равного ему по вместимости откачанного сосуда полупроницаемой неподвижной перегородкой, свободно пропускающей только молекулы гелия. После установления равновесия давление в первом сосуда упало на 10%. Определите отношение масс гелия и водорода. Во время процесса температура поддерживалась постоянной.

2.101. Одинаковые массы водорода и гелия поместили в сосуд вместимостью V_1 , который отделен от откачанного сосуда вместимостью V_2 полупроницаемой неподвижной перегородкой, свободно пропускающей только молекулы водорода. После установления равновесия давление в первом сосуда упало в два раза. Определите отношение V_2/V_1 . Во время процесса температура поддерживалась постоянной.

2.102. Цилиндр разделен подвижным, хорошо проводящим тепло поршнем на две части. В начальный момент справа от поршня находится кислород массой $m = 32 \text{ г}$, слева — смесь гелия и водорода. Поршень при этом расположен посередине сосуда. Поршень, непроницаемый для водорода и кислорода, оказался проницаемым для гелия. Началась диффузия гелия через поршень, в результате чего поршень начал перемещаться и окончательно расположился на расстоянии, равном $1/4$ длины цилиндра (считая от его левого дна). Определите массы гелия и водорода в цилиндре.

2.103. Под тяжелый поршень, скользящий без трения внутри вертикально расположенного откачанного цилиндра, вводится смесь водорода и гелия, в результате чего поршень располагается посередине цилиндра. С течением времени поршень смещается вниз, так как материал, из которого он изготовлен, оказался проницаемым только для гелия. Окончательное положение равновесия поршня находится на $1/3$ высоты цилиндра. Каково отношение масс гелия и водорода в смеси?

2.104. Водород некоторой массы занимает объем $V_1 = 1 \text{ м}^3$ при давлении $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ и температуре $T_1 = 250 \text{ К}$. Какое давление p_2 будет иметь водород той же массы при температуре $T_2 = 5000 \text{ К}$ в объеме $V_2 = 10 \text{ м}^3$, если при столь высокой температуре молекулы водорода полностью диссоциируют на атомы?

2.105. В сосуде находится смесь азота и водорода. При температуре T , когда азот полностью диссоциировал на атомы, а диссоциацией водорода еще можно пренебречь, давление в сосуде равно p . При температуре $2T$, когда оба газа полностью диссоциировали, давление в сосуде равно $3p$. Каково отношение чисел атомов азота и водорода в смеси?

2.106. В сосуде вместимостью $V = 0,5 \text{ дм}^3$ находится парообразный иод (I_2) массой $m = 10 \text{ г}$. При температуре $t = 1000^\circ\text{С}$ давление в сосуде оказалось равным $p = 9,33 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Найдите степень диссоциации молекул иода (I_2) на атомы иода (I) при этих условиях. Молярная масса I_2 равна $\mu = 254 \text{ г/моль}$. Степенью диссоциации называют отношение числа диссоциировавших молекул к общему числу молекул до диссоциации.

2.107. В сосуде вместимостью $V = 1 \text{ дм}^3$ находится азот массой $m = 0,28 \text{ г}$. Азот нагрет до температуры $t = 1500^\circ\text{С}$. При этой температуре $\alpha = 30\%$ молекул азота диссоциировало на атомы. Определите давление в сосуде.

2.108. В сосуде вместимостью $V = 1 \text{ дм}^3$ находится углекислый газ массой $m = 0,2 \text{ г}$. При температуре $T = 2600 \text{ К}$ некоторая часть молекул CO_2 диссоциировала на молекулы оксида углерода и кислорода: $2\text{CO}_2 \rightleftharpoons 2\text{CO} + \text{O}_2$. При этом давление в сосуде оказалось равным $p = 108 \text{ кПа}$. Найдите степень диссоциации CO_2 при этих условиях.

2.109. При комнатной температуре тетраоксид диазота частично диссоциирует на диоксид азота: $\text{N}_2\text{O}_4 \rightleftharpoons 2\text{NO}_2$. В откачанный сосуд вместимостью $V = 250 \text{ см}^3$ вводится $M = 0,92 \text{ г}$ жидкого тетраоксида диазота. Когда температура в сосуде увеличивается до $t = 27^\circ\text{С}$, жидкость полностью испаряется, а давление становится равным $p = 129 \text{ кПа}$. Какая масса тетраоксида диазота при этом диссоциирует?

2.110. В замкнутый сосуд поместили $\nu_1 = 1$ моль тетраоксида диазота. При этом произошла частичная его диссоциация на молекулы диоксида азота: $\text{N}_2\text{O}_4 \rightleftharpoons 2\text{NO}_2$. Степень диссоциации оказалась равной $\alpha_1 = 0,2$. В сосуде установилось давление $p_1 = 2,4 \cdot 10^4$ Па. Когда в тот же сосуд поместили тетраоксид диазота в количестве $\nu_2 = 0,5$ моль, то после установления равновесия при той же температуре, что и в первом опыте, давление оказалось равным $p_2 = 1,25 \cdot 10^4$ Па. Определите степень диссоциации N_2O_4 во втором опыте. В обоих случаях испарилась вся жидкость.

2.111. Серный ангидрид в количестве $\nu_1 = 1$ моль поместили в замкнутый сосуд и нагрели до температуры $T_1 = 1000$ К, при которой он частично диссоциировал на сернистый ангидрид и кислород: $\text{SO}_3 = \text{SO}_2 + 0,5\text{O}_2$. Степень диссоциации SO_3 в этих условиях оказалась равной $\alpha_1 = 0,2$. Когда в тот же сосуд поместили $\nu_2 = 0,4$ моль SO_3 , то для получения такого же, как в первом опыте, давления газ пришлось нагреть до температуры $T_2 = 2000$ К. Определите степень диссоциации SO_3 во втором опыте. Все вещества находятся в газообразном состоянии.

2.4. НАСЫЩЕННЫЕ И НЕНАСЫЩЕННЫЕ ПАРЫ

2.112. Определите массу ртути, содержащейся в единице объема воздуха зараженного ртутью помещения при температуре $t = 20^\circ\text{C}$, если давление насыщенного пара ртути при этой температуре $p = 0,15$ Па. Молярная масса ртути $\mu = 200$ г/моль.

2.113. В запаянной трубке объемом $V = 0,4$ дм³ находится водяной пар при давлении $p_1 = 8$ кПа и температуре $t_1 = 150^\circ\text{C}$. Определите массу воды, сконденсировавшейся на стенках трубки при охлаждении ее до температуры $t_2 = 22^\circ\text{C}$. Давление насыщенного пара воды при $t_2 = 22^\circ\text{C}$ $p_2 = 2,5$ кПа.

2.114. В сосуд вместимостью $V = 10$ дм³ поставили блюдо, содержащее воду массой $m = 1$ г. После этого сосуд герметически закрыли и оставили при температуре $t = 20^\circ\text{C}$, при которой давление насыщенного пара воды $p = 2,33$ кПа. Какая часть воды испарится?

2.115. В откачанном герметически закрытом сосуде вместимостью $V = 10$ дм³ находится открытая колбочка, содержащая $m = 10$ г воды. Сосуд прогревают при температуре $t = 100^\circ\text{C}$. Какая масса воды испарится?

2.116. Под поршнем цилиндра объемом $V = 10$ дм³ находится газообразный аммиак массой $m = 1,9$ г. Цилиндр поме-

щен в термостат при температуре $t = -57^\circ\text{C}$. Определите массу аммиака, который сконденсируется при сжатии газа поршнем до объема $V/2$. При температуре $t = -57^\circ\text{C}$ давление насыщенного пара аммиака $p = 26,7$ кПа. Молярная масса газообразного аммиака $\mu = 17$ г/моль.

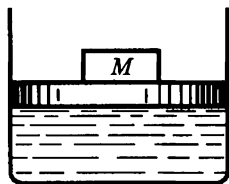


Рис. 2.18

2.117. В цилиндре под поршнем сечением $S = 100$ см² находится вода массой $m = 18$ г при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ (рис. 2.18). Цилиндр нагревается до температуры $t = 200^\circ\text{C}$. На какую высоту поднимется поршень с лежащим на нем грузом массой $M = 100$ кг? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Давление насыщенного пара при температуре $t = 200^\circ\text{C}$ $p_{\text{н}} = 1,6 \cdot 10^6$ Па.

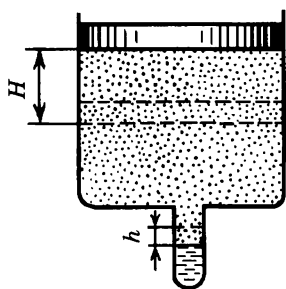


Рис. 2.19

2.118. В отростке сосуда, закрытого поршнем, находится вода некоторой массы в равновесии с насыщенным паром. Диаметры сосуда и отростка $D = 5$ см и $d = 2$ мм. Поддерживая температуру $t = 20^\circ\text{C}$, поршень опускают на глубину $H = 10$ см; уровень воды в отростке при этом повышается на высоту $h = 1$ мм (рис. 2.19). Определите давление насыщенного пара воды при $t = 20^\circ\text{C}$.

2.119. Баллон газовой плитки вместимостью $0,5$ дм³ содержит 300 г пропана (C_3H_8) при давлении $1,6 \cdot 10^6$ Па. Что можно сказать об агрегатном состоянии пропана в баллоне?

2.120. Термос заполнен кипящей водой и герметически закрыт крышкой. Какая сила потребуется (после охлаждения термоса) для того, чтобы вытащить пробку диаметром $D = 3$ см? Трением пренебречь. Давление пара над остывшей водой мало.

2.121. На какой максимальной высоте в горах можно сварить яйцо в открытой кастрюле? Белок свертывается при температуре $t = 80^\circ\text{C}$. Давление насыщенного пара воды меняется на 10% при изменении температуры на $\Delta t = 2,5^\circ\text{C}$. Атмосферное давление меняется на 10% при подъеме на высоту $\Delta h = 700$ м.

2.122. Сосуд вместимостью $V = 20$ дм³ разделен тонкой подвижной перегородкой на две части. В левую часть помещена вода ($\nu_{\text{в}} = 1$ моль), в правую — азот ($\nu_{\text{а}} = 0,5$ моль). Тем-

пература поддерживается равной $t = 100^\circ\text{C}$. Определите объем правой части сосуда.

2.123. Сосуд вместимостью $V = 120\text{ дм}^3$ разделен тонкой подвижной перегородкой на две части. В левую часть помещена вода ($\nu_{\text{в}} = 2$ моль), в правую — азот ($\nu_{\text{а}} = 1$ моль). Температура поддерживается равной $t = 100^\circ\text{C}$. Определите объем правой части сосуда.

2.124. В закрытом цилиндре объемом $V = 1\text{ дм}^3$ свободно ходит невесомый тонкий поршень. В пространство под поршнем вводится $m_{\text{в}} = 1\text{ г}$ воды, в пространство над поршнем — $m_{\text{а}} = 2\text{ г}$ азота. Какую часть объема цилиндра займет азот при температуре $t = 100^\circ\text{C}$?

2.125. Замкнутый цилиндрический сосуд делится легким подвижным поршнем на две равные части. В одной из них находится воздух, в другой — вода и пар. При медленном нагревании всего сосуда поршень начинает двигаться и в некоторый момент времени останавливается. В этот момент он делит объем сосуда на части в отношении 1:3. Определите отношение массы воды к массе пара в начальном состоянии. Температура в обеих частях сосуда во время опыта одинаковая. Объемом, занимаемым водой в одной из частей сосуда, пренебречь.

2.126. Легкий подвижный поршень делит объем замкнутого сосуда на части в отношении 4:1. В одной из частей находится воздух, в другой — водяной пар. При медленном охлаждении всего сосуда поршень в некоторый момент начинает двигаться. Какая часть пара сконденсируется к тому моменту, когда поршень делит объем сосуда на равные части? Температура в обеих частях сосуда во время опыта одинаковая. Объем, занимаемый сконденсированной водой, мал.

2.127. В сосуд с небольшим отверстием, имеющий температуру $t_1 = 76^\circ\text{C}$, налито немного воды, давление насыщенного пара которой при этой температуре $p = 4 \cdot 10^4\text{ Па}$. Затем сосуд закупоривают и погружают в жидкий воздух, кипящий при температуре $T_2 = 80\text{ К}$. Каким будет давление в сосуде? Давлением насыщенного водяного пара при температуре $T_2 = 80\text{ К}$ пренебречь. Атмосферное давление $p_0 = 10^5\text{ Па}$.

2.128. В вертикально расположенном цилиндре под поршнем массой $M = 10\text{ кг}$ находится некоторое количество воздуха, воды и водяного пара при температуре $t = 100^\circ\text{C}$. В положении равновесия поршень отстоит от дна цилиндра на расстоянии $h = 20\text{ см}$. Когда цилиндр расположили горизонтально, поршень занял новое положение равновесия, переместившись на расстояние $\Delta h = 3\text{ см}$ от первоначального положения. Какая масса воды была на дне сосуда? Площадь поршня $S = 400\text{ см}^2$. Атмосферное давление $p_0 = 10^5\text{ Па}$.

2.129. В сосуд вместимостью $V = 10 \text{ дм}^3$, наполненный сухим воздухом при давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $t_0 = 0^\circ \text{С}$, вводят $m = 3 \text{ г}$ воды. Сосуд нагревают до температуры $t = 100^\circ \text{С}$. Каково давление влажного воздуха в сосуде при этой температуре?

2.130. В камеру вместимостью $V = 1 \text{ дм}^3$, сообщающуюся с воздухом при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ и давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$, бросают кусочек сухого льда массой $m = 0,5 \text{ г}$. Камеру сразу же герметически закрывают. Определите давление в камере после установления равновесия при неизменной температуре. Давление насыщенного пара углекислоты при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ $p_{\text{н}} = 5,65 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

2.131. В сосуде вместимостью $V = 10 \text{ дм}^3$ находятся воздух и небольшое количество воды. При температуре $t_0 = 27^\circ \text{С}$, когда давление насыщенного пара воды $p_{\text{н}0} = 3,6 \text{ кПа}$, давление в сосуде равно атмосферному ($p_0 = 100 \text{ кПа}$). Сосуд закрыт клапаном площадью $S = 1 \text{ мм}^2$, который удерживается пружиной с силой $F = 0,1 \text{ Н}$. Сосуд медленно нагревают, и при температуре $t = 95^\circ \text{С}$, когда еще не вся вода испарилась, клапан открывается. Каково давление насыщенного пара воды при температуре $t = 95^\circ \text{С}$? Объемом воды по сравнению с объемом сосуда пренебречь.

2.132. В сосуде вместимостью $V = 10 \text{ дм}^3$ находятся вода массой $m = 3,5 \text{ г}$ и воздух. При температуре $t_0 = 7^\circ \text{С}$, когда давление насыщенного пара воды пренебрежимо мало, давление в сосуде равно атмосферному ($p_0 = 10^5 \text{ Па}$). Сосуд закрыт клапаном площадью $S = 1 \text{ мм}^2$, который удерживается пружиной с силой $F = 0,1 \text{ Н}$. Сосуд медленно нагревают. При какой температуре откроется клапан, если известно, что к моменту открытия клапана вся вода превращается в пар?

2.133. На рисунке 2.20 изображена изотерма влажного воздуха. Давления в точках 1, 2 и 3 равны p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Определите относительную влажность воздуха в этих точках.

2.134. На рисунке 2.21 изображена изотерма влажного воздуха. Определите относительную влажность воздуха в точках 1, 2, 3 и 4.

2.135. Относительная влажность воздуха, заполняющего сосуд вместимостью $V = 0,7 \text{ м}^3$, при температуре $t = 24^\circ \text{С}$ $\alpha = 60\%$. Какую массу воды нужно испарить в этот объем до

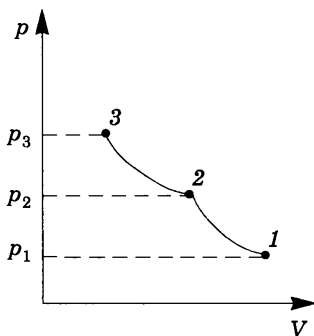


Рис. 2.20

полного насыщения пара? Давление насыщенного пара воды при этой температуре $p = 3$ кПа.

2.136. В сосуде вместимостью $V = 100$ дм³ при температуре $t = 30^\circ\text{C}$ находится воздух с относительной влажностью $\alpha_1 = 30\%$. Какова будет относительная влажность α_2 , если в сосуд ввести $m = 1$ г воды? Давление насыщенного пара воды при этой температуре $p = 4,24$ кПа.

2.137. Смешали $V_1 = 1$ м³ воздуха с относительной влажностью $\alpha_1 = 20\%$ и $V_2 = 2$ м³ воздуха с относительной влажностью $\alpha_2 = 30\%$. При этом обе порции были взяты при одинаковых температурах. Смесь занимает объем $V = 3$ м³. Определите ее относительную влажность.

2.138. Температура воздуха в комнате $t_1 = 14^\circ\text{C}$, относительная влажность $\alpha_1 = 60\%$. В комнате затопили печь, и температура воздуха повысилась до $t_2 = 22^\circ\text{C}$. При этом некоторая часть воздуха вместе с содержащимся в нем водяным паром ушла наружу и давление в комнате не изменилось. Определите относительную влажность воздуха при температуре t_2 . Давления насыщенного пара при температурах $t_1 = 14^\circ\text{C}$ и $t_2 = 22^\circ\text{C}$ $p_1 = 1,6$ кПа и $p_2 = 2,67$ кПа соответственно.

2.139. В цилиндре объемом $V_1 = 10$ дм³ под поршнем находится влажный воздух при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ и давлении $p_1 = 13,3$ кПа. Относительная влажность воздуха $\alpha = 70\%$. Каково будет давление p_2 в цилиндре, если объем при той же температуре уменьшить в 10 раз? Давление насыщенного пара воды при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ $p = 2,4$ кПа.

2.140. Какова была относительная влажность воздуха под поршнем при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$ и давлении $p_1 = 10^5$ Па, если конденсация воды из этого воздуха при температуре $t_2 = 100^\circ\text{C}$ началась при давлении $p_2 = 6 \cdot 10^6$ Па? Дав-

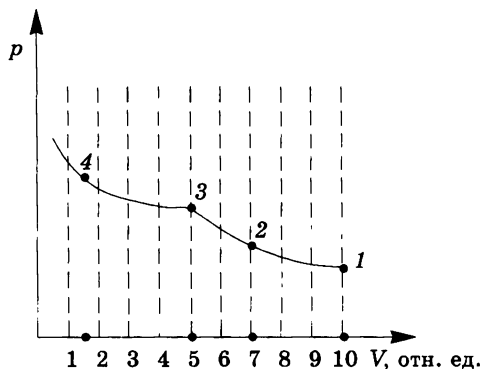


Рис. 2.21

ление насыщенного пара воды при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$ $p_{\text{нас}} = 2,33 \cdot 10^3$ Па.

2.141. Когда плотность водяного пара в воздухе больше (и во сколько раз) — после месяца затяжных дождей с мокрым снегом в ноябре при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$ и относительной влажности $\alpha_1 = 95\%$ или после месяца сухой жары в июле при температуре $t_2 = 35^\circ\text{C}$ и относительной влажности $\alpha_2 = 40\%$? Давления насыщенного пара при $t_1 = 0^\circ\text{C}$ $p_1 = 4,6$ мм рт. ст., при $t_2 = 35^\circ\text{C}$ $p_2 = 42$ мм рт. ст.

2.142. Приготовление пищи в кастрюле-скороварке идет при температуре $t = 120^\circ\text{C}$. При такой температуре давление насыщенного водяного пара $p = 2 \cdot 10^5$ Па. Во сколько раз плотность пара в таких условиях больше, чем над поверхностью кипящей воды в открытой кастрюле?

2.143. Во сколько раз плотность водяного пара под крышкой кастрюли, в которой кипит жирный бульон, больше плотности масляного пара? Давление насыщенного пара масла при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ $p_{\text{м}} = 120$ Па. Молярная масса масла $\mu_{\text{м}} = 80$ г/моль.

2.144. Давление насыщенного водяного пара при температуре $t = 36^\circ\text{C}$ $p = 44,6$ мм рт. ст. Определите плотность воздуха с относительной влажностью $\alpha = 80\%$ при этой температуре и давлении $p_0 = 760$ мм рт. ст.

2.145. Определите отношение плотностей сухого воздуха и воздуха с относительной влажностью $\alpha = 50\%$. Обе порции взяты при атмосферном давлении ($p_0 = 10^5$ Па) и температуре $t = 20^\circ\text{C}$. Отношение молярных масс пара и воздуха $\mu_{\text{п}}/\mu_{\text{в}} = 0,6$. Давление насыщенного водяного пара при этой температуре $p = 23$ гПа.

2.146. Два шара-зонда одинаковой вместимостью $V = 1$ м³ заполняют воздухом при температуре $T = 373$ К и давлении $p_0 = 10^5$ Па. Подъемные силы шаров, один из которых заполнен сухим воздухом, а другой — влажным, отличаются на $\Delta F = 0,72$ Н. Определите относительную влажность воздуха во втором шаре.

2.147. В сосуде укреплена неподвижная перегородка, по обе стороны от которой помещают подвижные поршни (рис. 2.22). Левая часть сосуда содержит по $1/2$ моль азота и водорода, правая часть — 1 моль воды. Температура системы $t = 100^\circ\text{C}$. Перегородка проницаема для водорода, а для остальных газов непроницаема. Определите объем V левой части сосуда после установления равновесия. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

2.148. В сосуде укреплена неподвижная перегородка, по обе стороны от которой помещают подвижные поршни (рис. 2.23). Левая часть сосуда содержит по 1 моль азота и

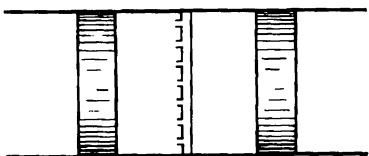


Рис. 2.22

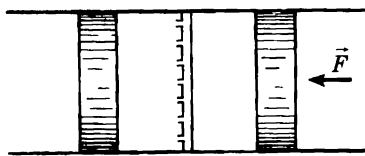


Рис. 2.23

водорода, правая часть — 3 моль воды. Температура системы $t = 100^\circ\text{C}$. Перегородка проницаема для водорода и непроницаема для остальных газов. Определите силу F , которую надо приложить к правому поршню, чтобы удержать его в положении, при котором объем правой части сосуда составляет $V = 81,6 \text{ дм}^3$. Площадь сечения сосуда $S = 1000 \text{ см}^2$. Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

2.149. Воздушный резиновый шарик надувают в комнате при температуре $t_1 = 22^\circ\text{C}$. Насколько изменится объем шарика, если его вынести на улицу, где температура $t_2 = 1^\circ\text{C}$? Считайте, что водяной пар в воздушном шарике находится в насыщенном состоянии. Давление насыщенного пара при температуре $t_1 = 22^\circ\text{C}$ $p_1 = 20 \text{ мм рт. ст.}$, при температуре $t_2 = 1^\circ\text{C}$ $p_2 = 5 \text{ мм рт. ст.}$ Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Давлением резиновых стенок шарика пренебречь.

2.150. В откачанный сосуд вместимостью $V = 500 \text{ см}^3$ ввели водород до давления $p_v = 266 \text{ гПа}$ при температуре $t = 20^\circ\text{C}$. В другой такой же сосуд ввели кислород до давления $p_k = 133 \text{ гПа}$ при той же температуре. Оба сосуда соединили и, после того как газы перемешались, пропустили электрическую искру, гремучая смесь сгорела. Какая масса воды сконденсировалась на стенках сосуда после того, как установка приняла первоначальную температуру? Давление насыщенного пара воды при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ $p = 23 \text{ гПа}$.

2.151. Взрывная камера заполняется смесью кислорода и водорода при температуре $T_1 = 300 \text{ К}$ и давлении $p_1 = 10^5 \text{ Па}$. Парциальные давления кислорода и водорода в камере одинаковы. После герметизации камеры производится взрыв. Найдите давление внутри камеры после охлаждения продуктов реакции до температуры $T_2 = 373 \text{ К}$.

2.152. Взрывная камера заполняется смесью метана и кислорода при комнатной температуре и давлении $p_1 = 10^5 \text{ Па}$. Парциальные давления метана и кислорода в камере одинаковы. После герметизации камеры производится взрыв. Проходит реакция $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$. Найдите давление внутри камеры после охлаждения продуктов реакции до первоначальной температуры, при которой давление насыщенного пара воды $p = 23 \text{ гПа}$.

2.5. МОЛЕКУЛЯРНОЕ СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

2.153. С какой скоростью растет толщина покрытия стенки серебром при напылении, если атомы серебра, обладая энергией $E = 10^{-17}$ Дж, производят давление на стенку $p = 0,1$ Па? Атомная масса серебра $A = 108$, его плотность $\rho = 10,5$ г/см³.

2.154. Сколько молекул ртути содержится в объеме $V = 1$ см³ воздуха в помещении, зараженном ртутью, при температуре $t = 30^\circ\text{C}$, если давление насыщенного пара ртути при этой температуре $p = 0,75$ Па?

2.155. Найдите среднее расстояние между молекулами насыщенного водяного пара при температуре $t = 100^\circ\text{C}$.

2.156. В комнате вместимостью $V = 60$ м³ испарили капельку духов, содержащую $m = 10^{-4}$ г ароматического вещества. Сколько молекул ароматического вещества попадает в легкие человека при каждом вдохе? Объем вдыхаемого воздуха $V_v = 1$ дм³. Молярная масса ароматического вещества $\mu = 1$ кг/моль.

2.157. При взрыве атомной бомбы ($M = 1$ кг плутония ^{242}Pu) получается одна радиоактивная частица на каждый атом плутония. Предполагая, что ветры равномерно перемешивают эти частицы во всей атмосфере, подсчитайте число радиоактивных частиц, попадающих в объем $V = 1$ дм³ воздуха у поверхности Земли. Радиус Земли принять равным $R = 6 \cdot 10^6$ м.

2.158. Сколько электронов содержится в объеме $V = 1$ дм³ кислорода при давлении $p = 10^6$ Па и температуре $t = 200^\circ\text{C}$?

2.159. Спутник сечением $S = 1$ м² движется с первой космической скоростью $v = 7,9$ км/с по околоземной орбите. Давление воздуха на высоте орбиты ($h = 200$ км) $p = 1,37 \cdot 10^{-4}$ Па, температура $T = 1226$ К. Определите число столкновений спутника с молекулами воздуха в единицу времени.

2.160. Оцените длину свободного пробега молекулы в воздухе при нормальных условиях. Диаметр молекулы $d = 3,7 \cdot 10^{-10}$ м.

2.161. Колба термоса вместимостью $V = 1$ дм³ откачана до давления $p = 1$ Па (при комнатной температуре). Оцените время, в течение которого чай в таком термосе остынет от 90 до 70°C . Площадь поверхности колбы $S = 600$ см². Утечку теплоты через пробку не учитывать.

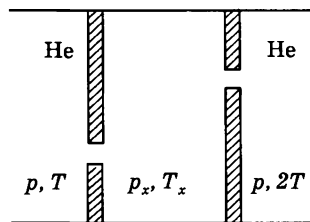


Рис. 2.24

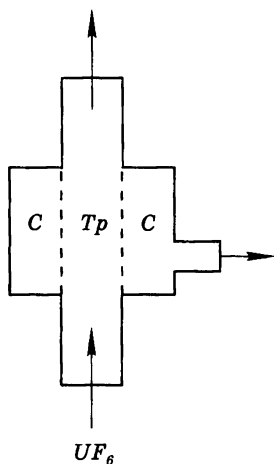


Рис. 2.25

применяется в атомных реакторах, используется истечение газообразного гексафторида урана (UF_6) в вакуум через маленькие отверстия. Газ пропускается через трубу Tr с пористыми стенками (рис. 2.25). Прошедший через стенки трубы газ откачивается из сосуда C . Оцените увеличение концентрации ^{235}U в откачанном сосуде C . Для технических целей требуется обогащение урана до высоких концентраций ^{235}U . С этой целью гексафторид урана из сосуда C направляют в следующий каскад обогащения, устроенный аналогичным образом. Определите число таких каскадов, необходимое для получения $\alpha_1 = 0,05$, $\alpha_2 = 99$.

2.164. Кристаллическая решетка железа при комнатной температуре — кубическая объемно-центрированная. Атомы железа расположены в вершинах куба и в центре — на пересечении пространственных диагоналей куба (рис. 2.26). Сколько

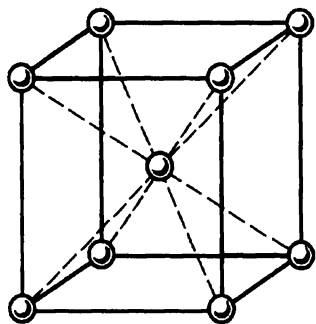


Рис. 2.26

2.162. Теплоизолированная полость одинаковыми отверстиями соединена с двумя сосудами, содержащими газообразный гелий (рис. 2.24). Размеры отверстий малы по сравнению с длиной свободного пробега молекул. Давление гелия в этих сосудах поддерживается равными p , а температуры равны T в одном сосуде и $2T$ в другом. Найдите установившееся давление и температуру внутри полости.

2.163. Природный уран состоит из смеси двух изотопов с атомными массами 235 и 238 и отношением концентраций $\alpha_0 = 0,007$. Для увеличения концентрации ^{235}U , который

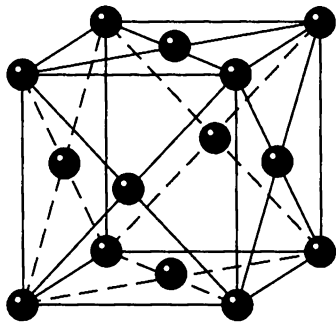


Рис. 2.27

атомов железа приходится на одну элементарную ячейку? Определите постоянную решетки (ребро куба) a и минимальное расстояние между атомами железа. Атомная масса железа $A = 56$, его плотность $\rho = 7,9 \text{ г/см}^3$.

2.165. Кристаллическая решетка алюминия — кубическая гранецентрированная. Атомы алюминия расположены в вершинах куба и в центрах граней (рис. 2.27). Сколько атомов алюминия приходится на одну элементарную ячейку? Определите постоянную решетки (ребро куба) a и минимальное расстояние между атомами алюминия. Атомная масса алюминия $A = 27$, его плотность $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$.

2.6. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ

2.166. Мыльный пузырь имеет радиус r . Поверхностное натяжение мыльной пленки равно σ . Каково дополнительное давление внутри мыльного пузыря?

2.167. В вертикальную цилиндрическую трубку, закрытую снизу пористым фильтром, налит столбик ртути высотой $h = 0,1 \text{ м}$. Каков радиус каналов фильтра, если ртуть начинает продавливаться через фильтр при дополнительном давлении на поверхность ртути $p_0 = 8 \cdot 10^4 \text{ Па}$? Поверхностное натяжение ртути $\sigma = 0,465 \text{ Н/м}$.

2.168. Каково поверхностное натяжение воды, если с помощью пипетки, имеющей отверстие диаметром $d = 0,4 \text{ мм}$, можно дозировать воду с точностью $0,01 \text{ г}$?

2.169. Капля ртути массой $m = 1 \text{ г}$ помещена между двумя параллельными стеклянными пластинками. Какую силу надо приложить к верхней пластинке, чтобы ртуть имела форму круглой лепешки радиусом $r = 5 \text{ см}$? Поверхностное натяжение ртути $\sigma = 0,465 \text{ Н/м}$. Считайте, что ртуть совершенно не смачивает стекло, так что угол между свободной поверхностью ртути и стеклянной пластинкой равен нулю.

2.170. Капля воды массой $m = 0,01 \text{ г}$ введена между двумя параллельными стеклянными пластинками, полностью смачиваемыми водой. Как велика сила притяжения между пластинками, если они находятся на расстоянии $d = 10^{-4} \text{ см}$ друг от друга? Поверхностное натяжение воды $\sigma = 0,073 \text{ Н/м}$.

2.171. В вакууме в чашку с маслом, имеющим весьма низкую упругость пара и хорошо смачивающим

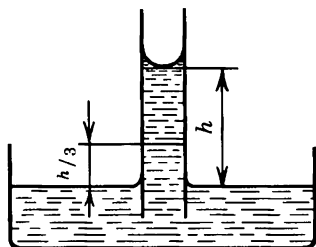


Рис. 2.28

стекло, погружена стеклянная капиллярная трубка радиусом r . Найдите давление в масле на высоте $h/3$ над уровнем масла в чашке, где h — высота, на которую поднимается масло в капилляре (рис. 2.28). Поверхностное натяжение масла равно σ .

2.7. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССАХ

2.172. В герметичном сосуде вместимостью $V = 5,6 \text{ дм}^3$ содержится воздух при давлении $p = 10^5 \text{ Па}$. Какое давление установится в сосуде, если воздуху сообщить количество теплоты $Q = 1430 \text{ Дж}$? Молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме $C_V = 21 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

2.173. В герметичном сосуде вместимостью $V = 11,2 \text{ дм}^3$ содержится воздух при давлении $p = 10^5 \text{ Па}$. Какое количество теплоты необходимо сообщить воздуху, чтобы давление в сосуде увеличилось в три раза? Молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме $C_V = 21 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

2.174. В цилиндре сечением $S = 250 \text{ см}^2$ находится азот массой $m = 10 \text{ г}$, сжатый поршнем, на котором лежит гиря массой $M = 12,5 \text{ кг}$. Какую работу совершит газ при нагревании его от $t_1 = 25^\circ \text{C}$ до $t_2 = 625^\circ \text{C}$? На сколько увеличится при этом объем газа? Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

2.175. Какая масса водорода находится в цилиндре под поршнем, если при нагревании его от температуры $T_1 = 250 \text{ К}$ до температуры $T_2 = 680 \text{ К}$ газ произвел работу $A = 400 \text{ Дж}$?

2.176. В цилиндре под поршнем находится некоторая масса воздуха. На его нагревание при постоянном давлении затрачено количество теплоты $Q = 5 \text{ кДж}$. Найдите работу, произведенную при этом газом. Удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении $c_p = 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \text{ г/моль}$.

2.177. В цилиндре под поршнем находится некоторая масса водорода при температуре $t = 130^\circ \text{C}$, занимающая при давлении $p = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ объем $V_1 = 8 \text{ дм}^3$. Как изменилась температура водорода, если при неизменном давлении объем его уменьшился настолько, что при этом была совершена работа $A = 50 \text{ Дж}$?

2.178. Какое количество теплоты необходимо для нагревания азота массой $m = 7 \text{ г}$ от температуры $t_1 = 10^\circ \text{C}$ до температуры $t_2 = 25^\circ \text{C}$? Азот находится в цилиндре под поршнем, на котором лежит постоянный груз. Молярная теплоемкость азота при постоянном объеме $C_V = 21 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

2.179. В цилиндре под поршнем находится воздух ($\nu = 0,5$ моль) при температуре $T_0 = 300$ К. Во сколько раз увеличится объем газа при сообщении ему количества теплоты $Q = 13,2$ кДж?

2.180. В цилиндре под поршнем находится воздух ($\nu = 2$ моль). Определите начальную температуру газа, если при сообщении ему количества теплоты $Q = 18$ кДж объем увеличился в 2,5 раза.

2.181. Внутри откачанной до глубокого вакуума установки находится герметичный теплоизолированный цилиндрический сосуд, заполненный идеальным одноатомным газом. Сосуд закрыт сверху теплонепроницаемым поршнем, на котором стоит гиря. Объем, занимаемый газом, равен при этом V . Гирю с поршня снимают. Найдите объем газа в новом положении равновесия. Массы поршня и гири одинаковы.

2.182. Внутри откачанной до глубокого вакуума установки находится герметичный теплоизолированный цилиндрический сосуд, заполненный идеальным одноатомным газом. Сосуд закрыт сверху теплонепроницаемым поршнем. Газ занимает при этом объем V . На поршень ставят гирю той же массы, что и масса поршня. Найдите объем газа в новом положении равновесия.

2.183. Два одинаковых теплоизолированных сосуда соединены друг с другом тонкой короткой теплоизолированной трубкой с краном K , закрытым в начальный момент (рис. 2.29). В сосуде 1 под поршнем, масса которого равна M , при температуре T_0 находится идеальный одноатомный газ, молярная масса которого равна μ . В сосуде 2 газа нет, и поршень, масса которого равна $m = M/2$, лежит на дне сосуда. Объем между поршнем и верхней крышкой в каждом сосуде вакуумирован. Кран открывают, газ из сосуда 1 устремляется под поршень сосуда 2, и тот начинает подниматься. Вычислите температуру газа после установления равновесия в сосудах. При равновесии между поршнем и крышкой в сосуде 2 остается свободное пространство. Произведите расчет для $\nu\mu/M = 0,1$, где ν — число молей газа. Трением пренебречь.

2.184. Теплоизолированный сосуд вместимостью $V = 22,4$ дм³ разделен тонкой непроницаемой проводящей теплоту перегородкой на две равные части. В первую половину сосуда вводят $m_1 = 11,2$ г азота при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$, во вторую —

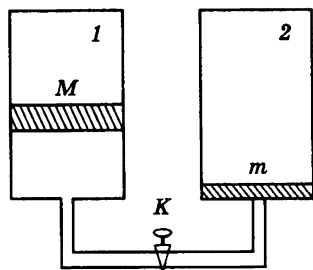


Рис. 2.29

$m_2 = 16,8$ г азота при температуре $t_2 = 15^\circ\text{C}$. Какие давления установятся в каждой части сосуда после выравнивания температур?

2.185. Два сосуда заполнены одним газом и сообщаются при помощи узкой трубки. Отношение объемов сосудов $V_1/V_2 = 2$. Первоначально газ в первом сосуде имел температуру $T_1 = 300$ К. В результате перемешивания происходит выравнивание температур. Найдите первоначальную температуру газа во втором сосуде, если конечная температура $T = 350$ К. Теплообменом газа со стенками пренебречь.

2.186. Некоторое количество газа нагревают от температуры $T_1 = 300$ К до температуры $T_2 = 400$ К. При этом объем газа изменяется пропорционально температуре. Начальный объем газа $V_1 = 3$ дм³. Давление, измеренное в конце процесса, оказалось равным $p_2 = 10^5$ Па. Какую работу совершил газ в этом процессе?

2.187. Идеальный газ в количестве 1 моль медленно нагревают так, что он переходит из состояния p_0, V_0 в состояние $2p_0, 2V_0$. Как при этом изменяется температура газа в зависимости от его объема, если зависимость давления газа от объема на графике изображается прямой линией? Определите работу, совершенную газом в этом процессе.

2.188. Температура идеального газа некоторой массы m с молярной массой μ меняется по закону $T = \alpha V^2$. Найдите работу, совершенную газом при увеличении объема от V_1 до V_2 . Поглощается или выделяется теплота при таком процессе?

2.189. Идеальный газ некоторой массы m с молярной массой μ нагревают в цилиндре под поршнем так, что температура изменяется пропорционально квадрату давления ($T \sim p^2$) от первоначальной температуры T_1 до конечной температуры T_2 . Определите работу, совершенную газом в этом процессе.

2.190. Состояние идеального газа в количестве 1 моль изменялось вначале по изобаре 1—2, а затем по изохоре 2—3 (рис. 2.30). При этом газом совершена работа A . Отношение давлений в состояниях 2 и 3 задано: $p_2/p_3 = k$. Известно, что температура в конечном состоянии 3 равна температуре в состоянии 1. Определите эту температуру.

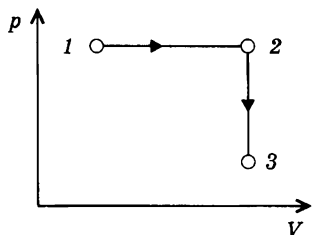


Рис. 2.30

2.191. Состояние идеального газа в количестве 1 моль изменялось вначале по изохоре 1—2, а затем по изобаре 2—3 (рис. 2.31). При этом газом совершена работа A . Известно,

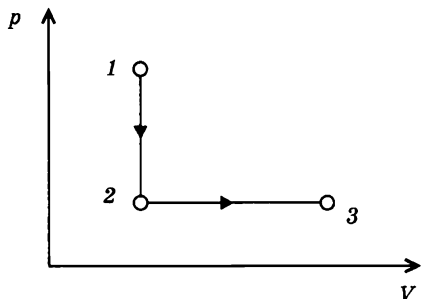


Рис. 2.31

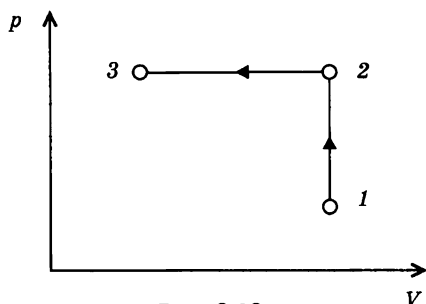


Рис. 2.32

что температура в состояниях 1 и 3 равна T . Определите отношение давлений в состояниях 1 и 2.

2.192. Идеальный газ в количестве 1 моль, первоначально находившийся при нормальных условиях, переводят в состояние с вдвое большими объемом и давлением. Процесс перевода складывается из двух участков — изобары и изохоры. Какое количество теплоты подведено к газу? Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме $C_V = 21$ Дж/(моль \cdot К).

2.193. Идеальный газ в количестве 1 моль переводят из состояния 1 в состояние 3 по изохоре 1—2, а затем по изобаре 2—3 (рис. 2.32). На изохоре газу сообщается такое же количество теплоты $Q = 3675$ Дж, какое выделяется на изобаре. Найдите конечную температуру газа. Начальная температура газа $t_1 = 27^\circ\text{C}$. Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме $C_V = 21$ Дж/(моль \cdot К).

2.194. Идеальный одноатомный газ в количестве 1 моль переводится из начального состояния с температурой $T = 300$ К в состояние, в котором его температура увеличилась в три раза, а объем уменьшился в два раза. Найдите подведенное к газу количество теплоты. Известно, что из всех путей перевода газа из начального состояния в конечное, на которых давление не падает ниже начального, был выбран путь, где над газом совершена минимальная работа.

2.195. Идеальный двухатомный газ в количестве 1 моль переводится из начального состояния с температурой $T = 300$ К в состояние, в котором его температура уменьшилась в три раза, а объем увеличился в два раза. Найдите отведенное от газа количество теплоты. Известно, что из всех путей перевода газа из начального состояния в конечное, на которых давление не превышает начальное, был выбран путь, где газ совершил максимальную работу.

2.196. В хорошо откачанную теплоизолированную вакуумную систему впустили атмосферный воздух. Сразу после выравнивания давлений кран закрыли.

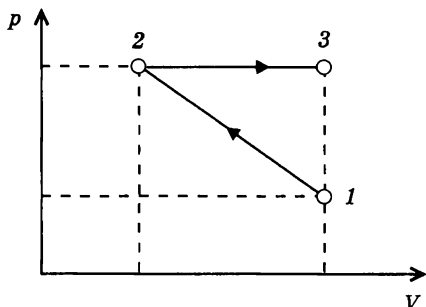


Рис. 2.33

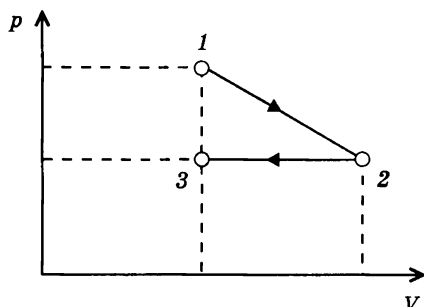


Рис. 2.34

Определите температуру воздуха в системе T , если температура в лаборатории равна T_0 .

2.197. В цилиндре под поршнем находится водяной пар при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ и давлении $p_0 = 10^5$ Па. Начальный объем пара $V = 20$ дм³. При постоянном атмосферном давлении поршень опускается так, что объем пара уменьшается вдвое. Какое количество теплоты надо отвести от цилиндра, чтобы температура пара осталась прежней? Объемом сконденсировавшейся воды пренебречь. Удельная теплота испарения воды при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ $q = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

2.198. В процессе сжатия $1-2$ (рис. 2.33) с линейной зависимостью давления от объема давление идеального газа возросло в три раза. Затем газ изобарно расширился в процессе $2-3$ до первоначального объема. Найдите отношение работ, совершенных газом в процессах сжатия и расширения.

2.199. Идеальный газ расширяется до удвоенного объема в процессе $1-2$ (рис. 2.34) с линейной зависимостью давления от объема. Затем его изобарно сжимают в процессе $2-3$ до первоначального объема. Найдите отношение работ, совершенных газом в процессах расширения и сжатия. Известно, что $T_1 = T_2$.

2.200. В электрический чайник налили воду ($t = 10^\circ\text{C}$). Через время $\tau = 10$ мин после включения чайника вода закипела. Через какое время она полностью испарится? Потерями теплоты пренебречь.

2.201. На электрической плитке мощностью $N = 1$ кВт кипит чайник с водой. Найдите скорость истечения пара из носика чайника. Площадь сечения носика $S = 1$ см². Давление на конце носика равно атмосферному. Считайте, что вся теплота, выделяемая плиткой, передается воде.

2.202. В калориметр налита вода ($M = 200$ г) при температуре $T_1 = 303$ К и опущен кусок льда массой $m = 10$ г, имеющий температуру $T_0 = 273$ К. Определите температуру, ко-

торая установится в калориметре. $t, ^\circ\text{C}$
Решите ту же задачу для $m = 100$ г.

2.203. В ведре находится смесь воды со льдом. Масса смеси $m = 10$ кг. Ведро внесли в комнату и начали измерять температуру смеси. Получившийся график зависимости $t(\tau)$ изображен на рисунке 2.35.

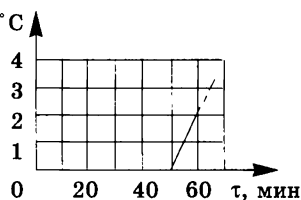


Рис. 2.35

Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,2 \cdot 10^5$ Дж/кг. Какая масса льда была в ведре, когда его внесли в комнату? Теплоемкостью ведра пренебречь.

2.204. В теплоизолированном сосуде находится насыщенный водяной пар. Через сосуд по змеевику пропускается холодная вода (рис. 2.36). Температура воды на входе равна T_0 . Если пропускать воду со скоростью v_1 , то ее температура на выходе будет равна T_1 . Оказалось, что масса пара, конденсирующегося за единицу времени, остается прежней, если пропускать воду со скоростью v_2 . Определите температуру воды на выходе во втором случае.

2.205. В цилиндре под невесомым поршнем площадью $S = 100$ см² находится насыщенный водяной пар массой $m = 18$ г. В цилиндр впрыскивают воду массой $M = 18$ г при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$. На какую высоту опустится поршень? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Теплоемкостью цилиндра и теплоотдачей пренебречь.

2.206. В цилиндре под невесомым поршнем находится насыщенный водяной пар (объем $V = 1$ м³). Определите массу воды при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, которую надо впрыснуть в цилиндр, чтобы весь пар сконденсировался. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Теплоемкостью цилиндра и теплоотдачей пренебречь.

2.207. В цилиндре под невесомым поршнем находится вода массой $M_1 = 1$ кг при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$. В воду опускают кусок железа массой $M_2 = 1$ кг, нагретый до температуры $t = 1100^\circ\text{C}$. На какую высоту поднимется поршень? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Удельная теплоемкость железа $c = 500$ Дж/(кг·К). Площадь поршня $S = 1000$ см². Теплоемкостью цилиндра и теплоотдачей пренебречь.

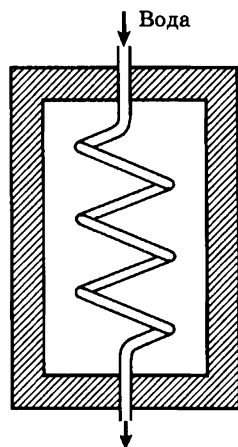


Рис. 2.36

2.208. Приготовление пищи в кастрюле-сковарке ведется при температуре $t = 108^\circ\text{C}$ и повышенном давлении. Какая часть воды испарится после разгерметизации сковарки? Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$, удельная теплота испарения воды $q = 2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$. Теплообменом за время установления равновесия пренебречь.

2.209. Гейзеры могут рассматриваться как большие подземные резервуары, наполненные грунтовой водой и прогреваемые подземным теплом (рис. 2.37). Выход из них на поверхность Земли осуществляется через узкий канал, который в «спокойный» период практически полностью заполнен водой. «Активный» период наступает, когда закипает вода в подземном резервуаре; во время извержения канал заполнен только паром, который выбрасывается наружу. Оцените, какую часть воды теряет резервуар гейзера во время одного извержения. Глубина канала $h = 90 \text{ м}$, удельная теплота испарения воды $q = 2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$. Зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры задана на рисунке 2.38.

2.210. Электрический утюг с терморегулятором, установленным в положении «шерсть», нагревается до температуры $t_1 = 140^\circ\text{C}$. При этом регулятор включает утюг на время $\tau = 30 \text{ с}$ через промежутки времени $T_1 = 5 \text{ мин}$, в течение которых утюг выключен. В положении регулятора «лен» утюг включается на то же время $\tau = 30 \text{ с}$ через более короткие промежутки $T_2 = 3 \text{ мин}$. Определите температуру t_2 при регуляторе, установленном в положении «лен». Температурной зависимостью сопротивления нагревателя пренебречь. Температура в комнате $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

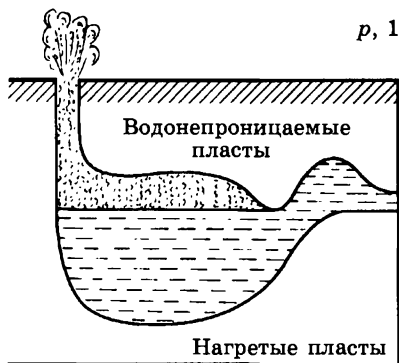


Рис. 2.37

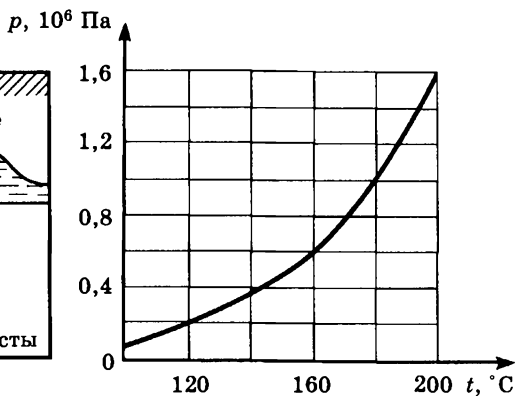


Рис. 2.38

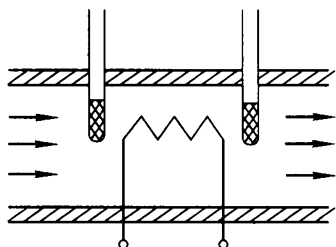


Рис. 2.39

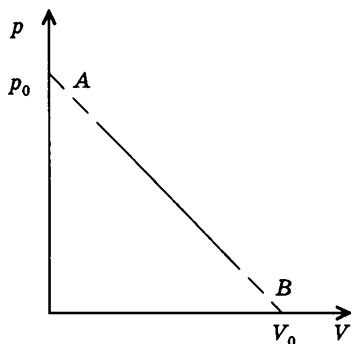


Рис. 2.40

2.211. Электрический утюг с терморегулятором, установленным в положение «хлопок», нагревается до температуры $t_1 = 180^\circ\text{C}$. При этом регулятор включает утюг на время $\tau_1 = 30$ с через промежутки времени $T_1 = 4$ мин, в течение которых утюг выключен. В положении регулятора «капрон» утюг включается на время $\tau_2 = 12$ с. Через какие промежутки времени T_2 происходит включение, если температура утюга в этом случае $t_2 = 80^\circ\text{C}$? Температурной зависимостью сопротивления нагревателя пренебречь. Температура в комнате $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

2.212. В проточном калориметре исследуемый газ пропускают по трубопроводу и нагревают электронагревателем (рис. 2.39). При этом измеряют количество газа, пропускаемое через трубопровод в единицу времени, и температуру газа перед и за нагревателем. Определите мощность нагревателя N . При продувании воздуха в калориметре температура за нагревателем оказалась на величину $\Delta T = 5$ К выше, чем перед нагревателем. В течение 1 ч расходуется воздух массой 720 кг. Считайте, что вся теплота, выделяемая нагревателем, отдается газу.

2.213. Одной из причин понижения температуры в атмосфере с высотой является расширение воздуха в восходящих потоках без теплообмена с окружающей средой. Считая воздух идеальным газом, найдите понижение температуры на каждые $h = 100$ м высоты.

2.214. Состояния идеального газа в количестве 1 моль в ходе некоторого процесса изображаются точками, лежащими на отрезке прямой, соединяющей точки A и B (рис. 2.40): $V_A = 0, p_A = p_0$; $V_B = V_0, p_B = 0$. Найдите зависимость температуры газа от объема и определите максимальную температуру газа в ходе такого процесса.

2.215. Для процесса, описанного в задаче 2.214, определите молярную теплоемкость газа как функцию объема.

Молярная теплоемкость при постоянном объеме C_V известна.

2.216. Многоатомный идеальный газ ($C_V = 3R$) расширяется в ходе процесса, описанного в задаче 2.214. На каких участках тепло подводится к газу, а на каких отводится от него?

2.8. ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ. ТЕПЛОВЫЕ МАШИНЫ

2.217. Идеальный газ в количестве 1 моль совершает замкнутый цикл, состоящий из двух изобар и двух изохор. Работа газа за цикл $A = 200$ Дж. Максимальная и минимальная температуры газа в цикле отличаются на $\Delta T = 60$ К, отношение давлений на изобарах равно 2. Найдите отношение объемов газа на изохорах.

2.218. Идеальный газ в количестве 1 моль совершает замкнутый цикл, состоящий из двух изобар и двух изохор. Отношение давлений на изобарах $\alpha = 1,25$, а отношение объемов на изохорах $\beta = 1,2$. Найдите работу, совершенную газом за цикл, если разность максимальной и минимальной температур газа в цикле составляет $\Delta T = 100$ К.

2.219. Найдите работу, совершаемую идеальным газом в количестве 1 моль в цикле, состоящем из двух участков линейной зависимости давления от объема и изохоры (рис. 2.41). Точки 1 и 2 лежат на прямой, проходящей через начало координат. Температуры в точках 1 и 3 равны. Считайте известными температуры T_1 и T_2 в точках 1 и 2.

2.220. Найдите работу, совершаемую идеальным газом в количестве 1 моль в цикле, состоящем из двух участков линейной зависимости давления от объема и изохоры

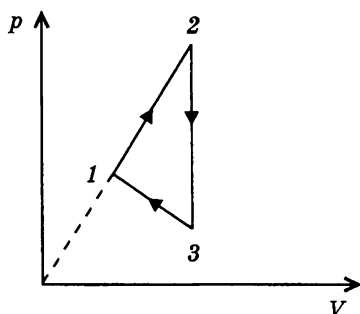


Рис. 2.41

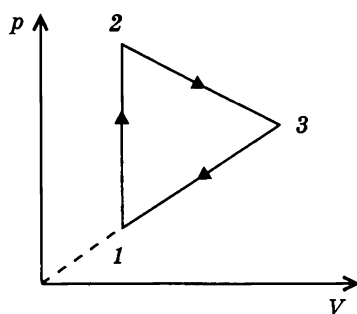


Рис. 2.42

(рис. 2.42). Точки 1 и 3 лежат на прямой, проходящей через начало координат. Температуры в точках 2 и 3 равны. Считайте заданными температуры T_1 и T_2 в точках 1 и 2.

2.221. Идеальный газ в количестве 1 моль находится в цилиндре под поршнем при температуре T_1 . Газ при постоянном давлении нагревают до температуры T_2 , затем при постоянном объеме нагревают до температуры T_3 . Далее газ охлаждают при постоянном давлении так, что его объем падает до первоначального значения. Наконец, при постоянном объеме газ возвращают в первоначальное состояние. Таким образом, над газом совершают полный замкнутый цикл. Какую работу совершает газ за цикл?

2.222. Над идеальным газом количеством 1 моль совершают замкнутый цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар (рис. 2.43). Температуры в точках 1 и 3 равны T_1 и T_3 . Определите работу, совершенную газом за цикл, если известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме.

2.223. Одноатомный идеальный газ количеством 1 моль совершает цикл, состоящий из трех процессов: адиабатного расширения, изотермического сжатия и изохорного нагревания (рис. 2.44). Какая работа была совершена газом в адиабатном процессе, если в процессе изохорного нагревания к газу подвели количество теплоты $Q = 10$ кДж?

2.224. Идеальный одноатомный газ в количестве 1 моль совершает цикл, состоящий из трех процессов: адиабатного расширения, изобарного расширения и изотермического сжатия (рис. 2.45). На сколько изменилась температура в изобарном процессе, если в процессе адиабатного расширения газ совершил работу $A = 2500$ Дж?

2.225. На рисунке 2.46 изображены два замкнутых цикла: 1—2—3—1 и 1—3—4—1. Оба цикла проведены с идеальным одноатомным газом. У какого из циклов КПД выше и во сколько раз?

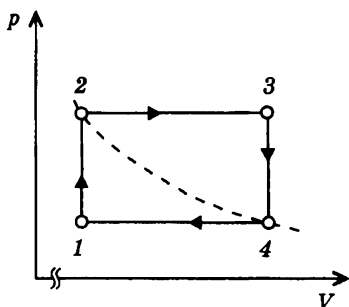


Рис. 2.43

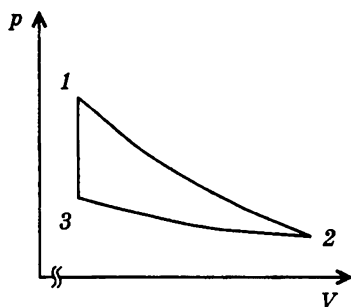


Рис. 2.44

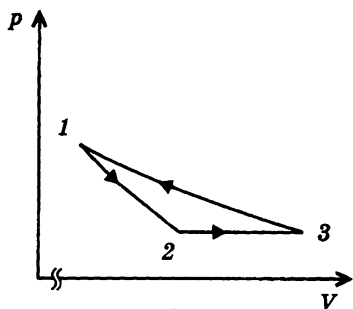


Рис. 2.45

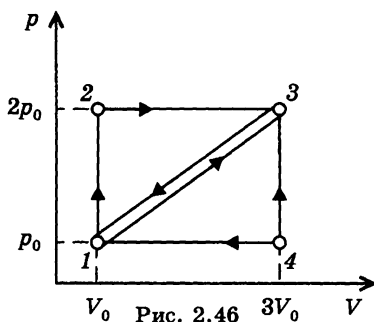


Рис. 2.46

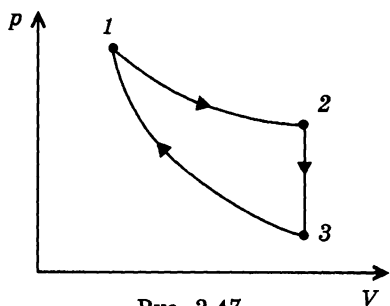


Рис. 2.47

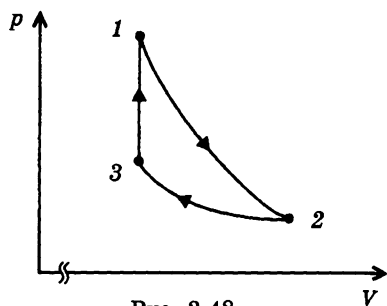


Рис. 2.48

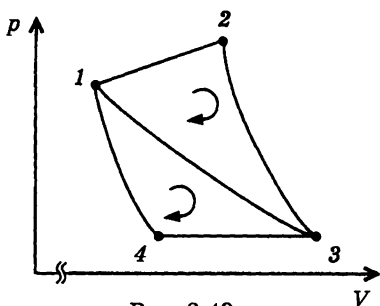


Рис. 2.49

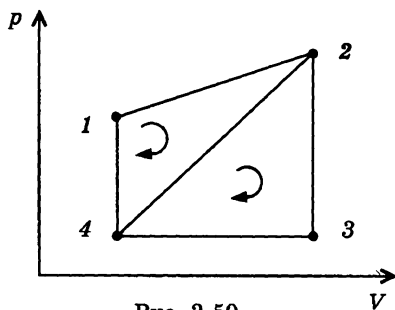


Рис. 2.50

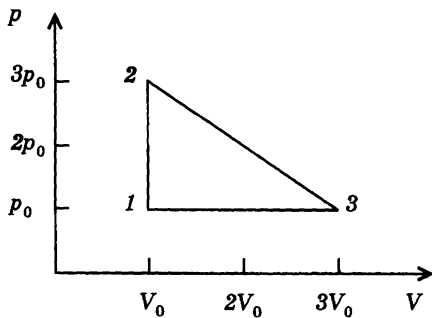


Рис. 2.51

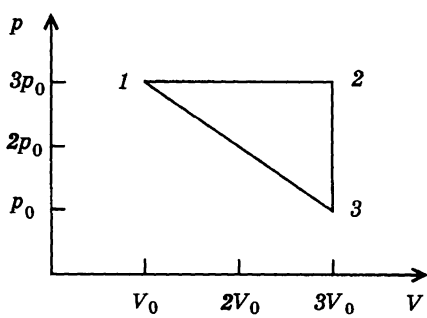


Рис. 2.52

2.226. КПД тепловой машины, работающей по циклу (рис. 2.47), состоящему из изотермы $1-2$, изохоры $2-3$ и адиабаты $3-1$, равен η , а разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна ΔT . Найдите работу, совершенную одноатомным идеальным газом количеством ν моль в изотермическом процессе.

2.227. Найдите КПД тепловой машины, работающей по циклу, изображенному на рисунке 2.48 и состоящему из адиабатного расширения $1-2$, изотермического сжатия $2-3$ и изохорного процесса $3-1$. Работа, совершенная над газом в изотермическом процессе, равна A . Разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна ΔT . Рабочее вещество — идеальный одноатомный газ в количестве ν моль.

2.228. КПД цикла (рис. 2.49), состоящего из участка $1-2$, адиабаты $2-3$ и изотермы $3-1$, равен η_1 , а цикла, состоящего из изотермы $1-3$, изобары $3-4$ и адиабаты $4-1$, равен η_2 . Чему равен КПД тепловой машины, работающей по циклу $1-2-3-4-1$? Все циклы обходятся по часовой стрелке. Рабочим веществом является идеальный газ.

2.229. КПД цикла (рис. 2.50) $1-2-4-1$ равен η_1 , а цикла $2-3-4-2$ равен η_2 . Найдите КПД цикла $1-2-3-4-1$. Участки $4-1$ и $2-3$ — изохоры, участок $3-4$ — изобара, на участках $1-2$ и $2-4$ давление линейно зависит от объема. Все циклы обходятся по часовой стрелке. Рабочее вещество — идеальный газ.

2.230. На рисунке 2.51 изображен цикл, проведенный с идеальным одноатомным газом в количестве 1 моль. Вычислите КПД цикла.

2.231. На рисунке 2.52 изображен цикл, проведенный с идеальным двухатомным газом в количестве 1 моль. Вычислите КПД цикла.

2.232. Холодильный коэффициент идеальной машины равен κ . Каким будет отопительный коэффициент K при работе этого устройства в качестве теплового насоса при тех же значениях температур «нагревателя» и «холодильника»?

2.233. Бытовой холодильник потребляет $E = 0,8$ кВт·ч электроэнергии в сутки, поддерживая при комнатной температуре ($t_1 = 27^\circ\text{C}$) в камере температуру $t_2 = 7^\circ\text{C}$. Считая холодильник агрегат идеальной машиной, работающей между камерой холодильника и комнатой, оцените, какое количество теплоты поступает в холодильник в единицу времени.

2.234. С помощью бензиновой горелки в помещении поддерживается температура $t_1 = -3^\circ\text{C}$ при температуре на улице $t_2 = -23^\circ\text{C}$. Предлагается использовать бензин в движке с КПД $\eta = 0,4$ (40%), а с помощью полученной механической

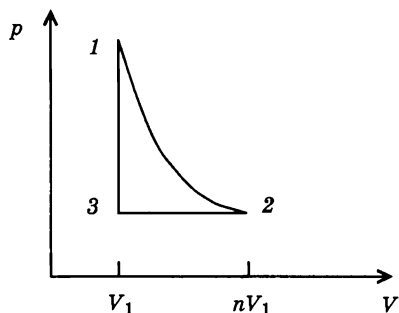


Рис. 2.53

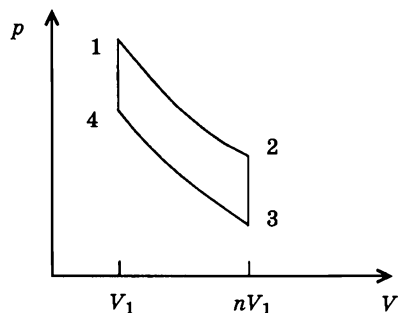


Рис. 2.54

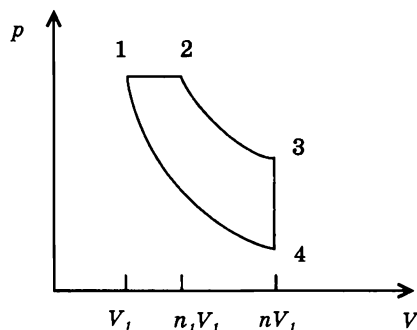


Рис. 2.55

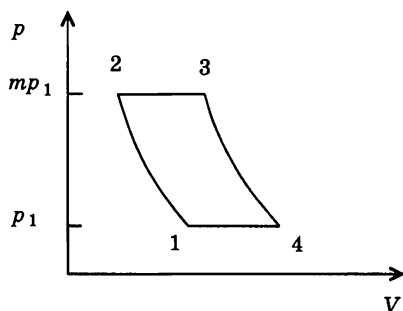


Рис. 2.56

энергии запустить тепловой насос. Какой должна быть в этом случае температура в помещении t_x ?

2.235. Работу одного из первых двигателей внутреннего сгорания можно моделировать циклом, состоящим из адиабаты, изобары и изохоры (рис. 2.53). Определите теоретический КПД такого двигателя, если известно отношение максимального и минимального объемов газа (степень сжатия) — n^* .

2.236. Работу карбюраторного (бензинового) двигателя внутреннего сгорания можно моделировать циклом Отто, который состоит из двух адиабат и двух изохор (рис. 2.54). Выразите теоретический КПД двигателя через степень сжатия n .

2.237. Цикл Дизеля, описывающий работу одноименного двигателя, состоит из изобары, изохоры и двух адиабат (рис. 2.55). Вычислите теоретический КПД, зная n и n_1 .

2.238. В газовой турбине изменение состояния рабочего тела описывается циклом из двух изобар и двух адиабат (рис. 2.56). Найдите теоретический КПД турбины, если отношение давлений на изобарах равно m .

* В задачах 2.235—2.238 считать известным показатель адиабаты γ .

2.239. В цилиндр карбюраторного двигателя (см. задачу 2.236) впрыскивается в ходе одного цикла бензин массой $m = 20$ мг. Какую работу совершает за цикл двигатель, если степень сжатия равна $n = 10$, а КПД двигателя в 2 раза меньше теоретического?

П р и м е ч а н и е. В этой и следующих задачах принимать теплоту сгорания топлива равной $\lambda = 4,2 \cdot 10^7$ Дж/кг и показатель адиабаты рабочего тела двигателя $\gamma = 1,4$.

2.240. Дизель грузовика КамАЗ при скорости $v = 60$ км/ч расходует $m_s = 25$ кг топлива на 100 км пути при мощности $N = 50$ кВт. Какую долю теоретического значения $\eta_t = 0,65$ (65%) составляет реальный КПД двигателя η_p ?

2.241. При равномерном движении автомобиля «Жигули» со скоростью $v = 60$ км/ч расход бензина равен $m_s = 5$ кг на 100 км пути. Степень сжатия рабочего тела двигателя $n = 10$, причем КПД двигателя в 3 раза меньше теоретического (см. задачу 2.236). Какую мощность развивает двигатель в этом режиме?

2.242. Турбина Костромской теплоэлектростанции развивает мощность $N = 1200$ МВт в режиме, при котором отношение давлений на изобарах равно $m = 6$ (см. задачу 2.238). КПД турбины составляет 90% от теоретического значения. Какое количество топлива (мазут, $\lambda = 4 \cdot 10^7$ Дж/кг) необходимо для непрерывной работы такой турбины в течение суток?

2.243. Один из спаев термопары находится при комнатной температуре ($t_1 = 27^\circ\text{C}$), а другой — в теплоизолированном сосуде со льдом, имеющим температуру $t_2 = 0^\circ\text{C}$. Мощность, развиваемая термопарой, выделяется на сопротивлении нагревателя, который помещен в другой теплоизолированный сосуд, содержащий воду (рис. 2.57). Оцените повышение температуры воды к моменту окончания плавления льда. Можно считать, что все электрическое сопротивление цепи сосредоточено в нагревателе. Массы воды и льда одинаковы. Теплоемкость воды $C = 4,2$ кДж/кг \cdot К; удельная теплота плавления льда $\lambda = 335$ кДж/кг.

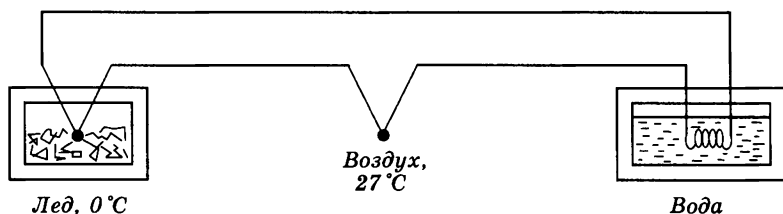


Рис. 2.57

III. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

3.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

3.1. Какой заряд Q приобрел бы медный шар радиусом $R = 10$ см, если бы удалось удалить из него все электроны проводимости? Атомная масса меди $A = 64$, плотность $\rho = 8,9$ г/см³. Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл*, постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹. Считайте, что на каждый атом меди приходится один электрон проводимости.

3.2. С какой силой F будут притягиваться два одинаковых свинцовых шарика радиусом $r = 1$ см, расположенные на расстоянии $R = 1$ м друг от друга, если у каждого атома первого шарика отнять по одному электрону и все эти электроны перенести на второй шарик? Атомная масса свинца $A = 207$, плотность $\rho = 11,3$ г/см³.

3.3. Капелька масла радиусом $r = 1$ мкм, несущая на себе заряд двух электронов, уравновешена электрическим полем горизонтально расположенного плоского конденсатора, когда к нему приложено напряжение $U = 820$ В. Расстояние между пластинами $d = 8$ мм. Плотность масла $\rho = 0,8$ г/см³. Определите заряд электрона.

3.4. Заряженная капелька масла уравновешена электрическим полем горизонтально расположенного плоского конденсатора. Какое напряжение U подано на пластины конденсатора, если капелька при радиусе $r = 2$ мкм несет в себе заряд трех электронов? Что произойдет при раздвижении пластин в случае, когда: а) пластины соединены с источником напряжения; б) пластины отключены? Плотность масла $\rho = 0,8$ г/см³. Расстояние между пластинами $d = 8$ мм.

3.5. N одинаковых шарообразных капелек ртути заряжены до одного и того же потенциала U . Каков будет потенциал U' большой капли, получившейся в результате слияния этих капелек?

3.6. Металлический шар заряжают от электрофорной машины при помощи пластинки, которую после каждого соприкосновения с шаром снова заряжают от машины до заряда Q .

* Здесь и в последующих задачах под зарядом электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл понимается его абсолютная величина, равная заряду протона. В тех случаях, когда знак заряда электрона играет существенную роль, в формулы следует подставлять величину $-e$. Например, энергия электрона в поле с потенциалом U есть $-eU$; сила, действующая на электрон в поле напряженности E , есть $-eE$.

Определите максимальный заряд шара, если его заряд после первого соприкосновения равен q .

3.7. Внутри плоского незаряженного конденсатора, пластины которого расположены горизонтально на расстоянии $d = 1$ см друг от друга, находится пылинка. Вследствие сопротивления воздуха пылинка падает с постоянной скоростью, так что путь от верхней пластины до нижней она проходит за время $t_0 = 10$ с. Когда пылинка находится у нижней пластины, на конденсатор подается напряжение $U = 980$ В. Через время $t = 5$ с после этого пылинка достигает верхней пластины. Определите отношение заряда пылинки к ее массе. Силу сопротивления воздуха считать пропорциональной скорости пылинки.

3.8. Пылинка массой $m = 10^{-10}$ г падает между вертикальными пластинами плоского конденсатора на одинаковом расстоянии от них. Из-за сопротивления воздуха скорость пылинки постоянна и равна $v = 0,1$ см/с. Конденсатор подключают к источнику высокого напряжения $U = 490$ В, и через время $t = 10$ с пылинка достигает одной из пластин. Определите заряд пылинки. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 1$ см. Силу сопротивления воздуха считайте пропорциональной скорости пылинки.

3.9. Плоский конденсатор с размером пластин 25×25 см² и расстоянием между ними $d_1 = 0,5$ мм заряжен до разности потенциалов $U_1 = 10$ В и отключен от источника. Какова будет разность потенциалов U_2 , если пластины раздвинуть до расстояния $d_2 = 5$ мм?

3.10. Найдите заряд на каждом из конденсаторов емкостями C_1 , C_2 и C_3 , схема соединения которых дана на рисунке 3.1. ЭДС батареи равна \mathcal{E} .

3.11. В схеме, изображенной на рисунке 3.2, емкость батареи конденсаторов не изменяется при замыкании ключа K . Определите емкость конденсатора C_x .

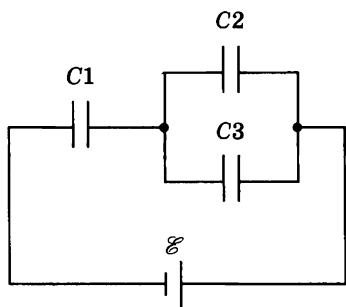


Рис. 3.1

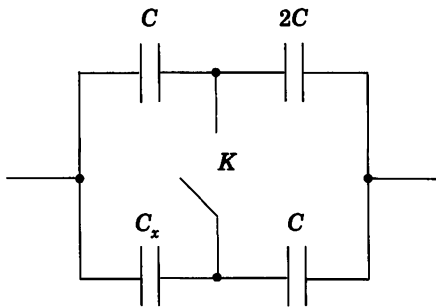


Рис. 3.2

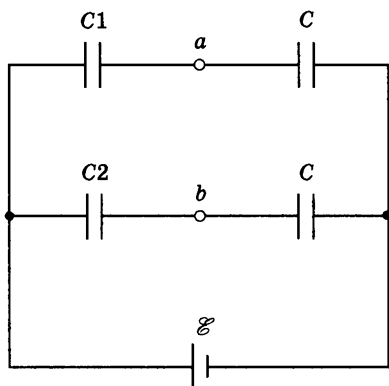


Рис. 3.3

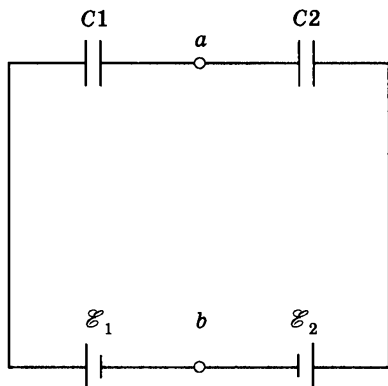


Рис. 3.4

3.12. Найдите разность потенциалов между точками a и b в схеме, изображенной на рисунке 3.3.

3.13. Найдите разность потенциалов между точками a и b в схеме, изображенной на рисунке 3.4.

3.14. Конденсатор емкостью C_1 при помощи переключателя K присоединяют сначала к батарее с ЭДС \mathcal{E} , а потом к незаряженному конденсатору емкостью C_2 (рис. 3.5). Найдите заряд q_2 , который появится на конденсаторе C_2 .

3.15. Два плоских конденсатора емкостями C_1 и C_2 , обладающие зарядами q_1 и q_2 , включают в замкнутую цепь так,

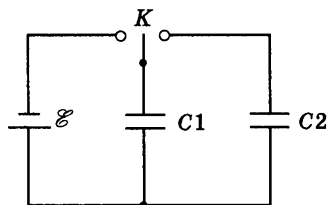


Рис. 3.5

что положительно заряженная пластина одного конденсатора соединяется с отрицательно заряженной пластиной другого. Определите заряд каждого конденсатора в этом случае.

3.16. Конденсатор емкостью C_1 заряжают от батареи с ЭДС \mathcal{E} и подключают к незаряженному конденсатору емкостью C_2 (рис. 3.6, а). Затем конденсатор C_2 отсоединяют от конденсатора C_1 и вновь подсоединяют, но при этом соединяют разноименно заряженные пластины конденсаторов C_1 и C_2 (рис. 3.6, б). Определите разность потенциалов на конденсаторах.

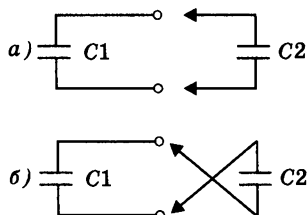


Рис. 3.6

3.17. Два плоских конденсатора одинаковой емкостью C_0 заряжают до разности потенциалов U_0 и соединяют. В одном из конденсаторов рас-

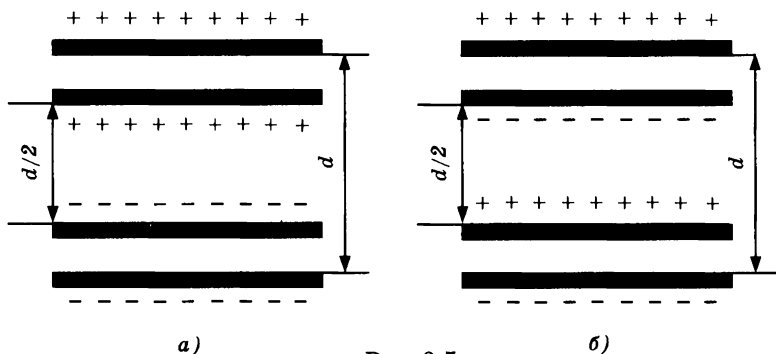


Рис. 3.7

стояние между пластинами увеличивают в три раза. Найдите заряды конденсаторов и разность потенциалов на них.

3.18. Конденсатор емкостью $C_0 = 20$ мкФ заряжают до разности потенциалов $U_0 = 400$ В и подключают к конденсатору емкостью $C = 1$ мкФ, в результате чего последний заряжается. Отключив этот конденсатор, заряжают таким же образом второй конденсатор той же емкостью ($C = 1$ мкФ), третий и т. д. Затем конденсаторы соединяют последовательно. Какую максимальную разность потенциалов можно получить таким способом?

3.19. Металлический шар радиусом R_1 , имеющий потенциал U_1 , окружают тонкой сферической проводящей оболочкой радиусом R_2 . Чему будет равен потенциал шара, если заземлить оболочку?

3.20. Металлический шар радиусом R_1 , имеющий потенциал U_1 , окружают сферической проводящей оболочкой радиусом R_2 . Как изменится потенциал шара после того, как он будет на некоторое время соединен с оболочкой?

3.21. Два плоских воздушных конденсатора с одинаковыми пластинами заряжены одинаковыми зарядами. Расстояние между пластинами у одного конденсатора вдвое больше, чем у другого. Как изменится разность потенциалов между пластинами первого конденсатора, если второй конденсатор вставить в первый, как показано на рисунке 3.7, а? Как изменится разность потенциалов между пластинами первого конденсатора, если второй конденсатор вставить в первый, как показано на рисунке 3.7, б?

3.22. На одной из пластин плоского конденсатора емкостью C находится заряд $+q$, а на другой $+4q$. Определите разность потенциалов между пластинами конденсатора.

3.23. В пространство между обкладками незаряженного плоского конденсатора вносят металлическую пластину, имеющую заряд Q , так, что между пластиной и обкладками конден-

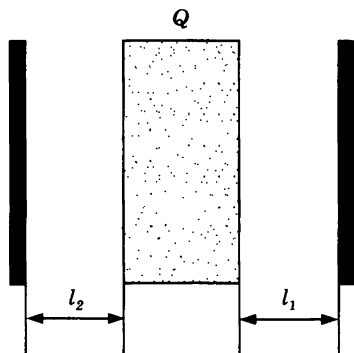


Рис. 3.8

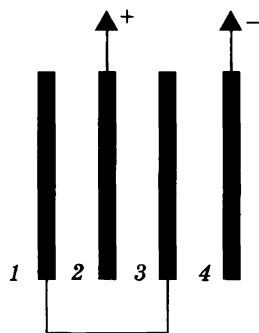


Рис. 3.9

сатора остаются зазоры l_1 и l_2 (рис. 3.8). Площади пластины и обкладок конденсатора одинаковы и равны S . Определите разность потенциалов между обкладками конденсатора.

3.24. В плоском конденсаторе одна обкладка имеет заряд $+Q_1$, а другая $+Q_2$. Внутри конденсатора параллельно обкладкам помещают незаряженную металлическую пластину. Какой заряд будет индуцирован на левой и правой поверхностях пластины?

3.25. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на равных расстояниях d друг от друга (рис. 3.9). Площадь каждой из пластин равна S . Пластина 1 соединена проводником с пластиной 3, от пластин 2 и 4 сделаны выводы. Определите емкость такого сложного конденсатора. Расстояние d между пластинами мало по сравнению с их размерами.

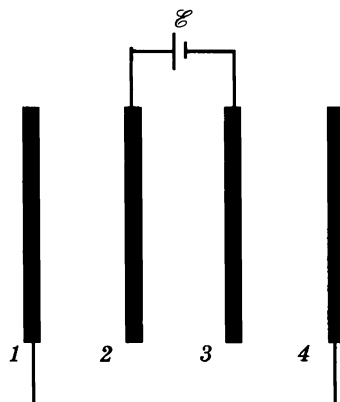


Рис. 3.10

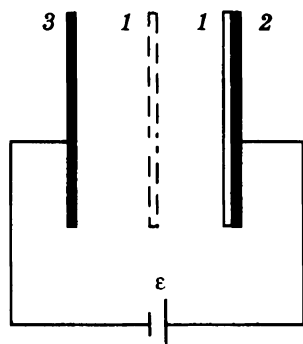


Рис. 3.11

3.26. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на равных расстояниях d друг от друга (рис. 3.10). Площадь каждой из пластин равна S . Крайние пластины соединены между собой, средние подсоединены к батарее с ЭДС \mathcal{E} . Найдите заряды средних пластин. Расстояние d между пластинами мало по сравнению с их размерами.

3.27. Тонкая металлическая пластина 1 расположена вплотную к обкладке 2 конденсатора $2-3$ емкостью C так, что между пластиной 1 и обкладкой 2 существует электрический контакт (рис. 3.11). Затем пластину 1 с находящимся на ней зарядом помещают посередине между обкладками 2 и 3 . Определите заряды обкладок 2 и 3 . ЭДС батареи равна \mathcal{E} .

3.28. Плоский воздушный конденсатор подключен через гальванометр к источнику постоянной ЭДС. В конденсатор параллельно его обкладкам вставлена металлическая пластина, несущая заряд q (геометрические размеры показаны на рис. 3.12). При этом заряд конденсатора оказался равным $q/2$. Какой заряд протечет через гальванометр, если произойдет короткое замыкание между металлической пластиной и правой обкладкой конденсатора?

3.29. Два небольших проводящих заряженных шара радиусом r расположены на расстоянии R друг от друга. Шары поочередно на некоторое время заземляют. Определите потенциал шара, который был заземлен первым, если первоначально каждый шар имел заряд q .

3.30. Два небольших проводящих заряженных шара радиусом r расположены на расстоянии R друг от друга. Шары поочередно на некоторое время заземляют. Определите заряд, оставшийся на шаре, который был заземлен вторым, если первоначально каждый шар имел потенциал U .

3.31. В плоском воздушном конденсаторе параллельно обкладкам размещена пластина слюды ($\epsilon = 7$) толщиной $d_1 = 0,3$ мм. Определите емкость конденсатора C . Площадь обкладок конденсатора $S = 2000$ см², расстояние между ними $d = 0,5$ мм.

3.32. Плоский воздушный конденсатор, пластины которого расположены горизонтально, наполовину залит жидким диэлектриком с проницаемостью ϵ . Какую часть конденсатора надо залить этим же диэлектриком при вертикальном

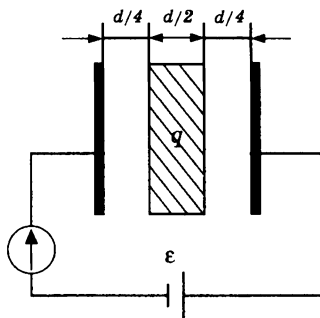


Рис. 3.12

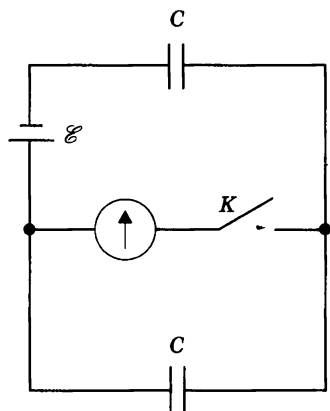


Рис. 3.13

расположении пластин, чтобы емкости в обоих случаях были одинаковы?

3.33. Воздушный конденсатор емкостью C_0 заполняют диэлектриком с проницаемостью ϵ . Конденсатор какой емкости надо включить последовательно с данным, чтобы такая система вновь имела емкость C_0 ?

3.34. Плоский конденсатор с горизонтально расположенными пластинами подсоединен к батарее с ЭДС \mathcal{E} и помещен в сосуд, который постепенно заполняется керосином ($\epsilon = 2$). Записать в виде формул и представить графически зависимости напря-

женности поля и потенциала в центре конденсатора от толщины слоя керосина h внутри его. Расстояние между пластинами конденсатора равно d .

3.35. Напряженность электрического поля у поверхности Земли равна $E_0 = -130$ В/м (знак «минус» показывает, что вектор напряженности направлен к центру Земли). На высоте $h = 0,5$ км она равна $E_1 = -50$ В/м. Вычислите объемную плотность ρ электрических зарядов в атмосфере, считая, что она до высоты h постоянна.

3.36. Какой заряд Q протечет через гальванометр после замыкания ключа K в схеме, изображенной на рисунке 3.13? ЭДС батареи равна \mathcal{E} , емкость каждого конденсатора равна C .

3.37. Какой заряд Q протечет через гальванометр после замыкания ключа K в схеме, изображенной на рисунке 3.14?

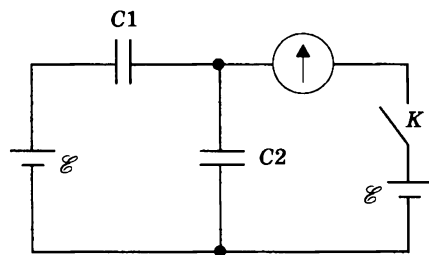


Рис. 3.14

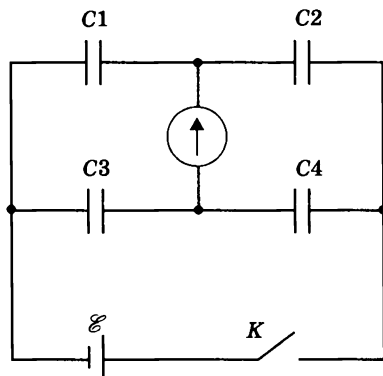


Рис. 3.15

3.38. Какой заряд протечет через гальванометр в схеме, изображенной на рисунке 3.15, если замкнуть ключ K ?

3.39. При подключении сферического воздушного конденсатора к источнику высокого напряжения он пробивается при разности потенциалов $U_0 = 40$ кВ. Определите электрическую прочность воздуха в условиях опыта*. Радиусы внутренней и внешней обкладок конденсатора равны $r = 3$ см и $R = 9$ см.

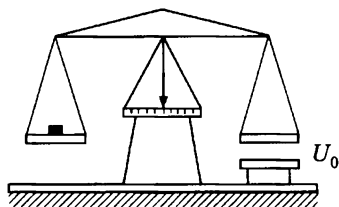


Рис. 3.16

3.40. Радиус внешней обкладки сферического воздушного конденсатора $R = 4$ см, а радиус внутренней обкладки r подбирается таким, чтобы конденсатор не пробивался при возможно большей разности потенциалов. Определите эту максимальную разность потенциалов U_0 . Электрическая прочность воздуха $E = 3 \cdot 10^4$ В/см.

3.41. Внутренняя обкладка сферического воздушного конденсатора радиусом $r = 2$ см окружена сферическим слоем диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 2$. Внешний радиус диэлектрического слоя $R = 4$ см. Какой максимальный заряд можно сообщить такому конденсатору? Электрические прочности воздуха и диэлектрика одинаковы и равны $E_0 = 30$ кВ/см.

3.42. У расположенного горизонтально незаряженного плоского воздушного конденсатора нижняя пластина закреплена, а верхняя подвешена к коромыслу весов (рис. 3.16). Весы находятся в равновесии, когда расстояние между пластинами $d = 1$ мм. Как нужно изменить нагрузку второй чашки весов, чтобы сохранить равновесие при том же расстоянии между пластинами, если конденсатор зарядить до разности потенциалов $U = 1000$ В? Площадь пластин конденсатора $S = 50$ см².

3.43. Одна пластина плоского воздушного конденсатора закреплена неподвижно, другая подвешена на пружине жесткостью k . Площадь пластины равна S . На сколько удлинится пружина, если конденсатору сообщить заряд Q ?

3.44. В пространство между обкладками плоского воздушного конденсатора, где поддерживается постоянная разность потенциалов, вводят диэлектрическую пластину с проницаемостью $\epsilon = 3$. Как изменится сила электростатического взаимодействия между обкладками конденсатора? Толщина пла-

* Электрической прочностью называют напряженность E_0 электрического поля, при которой происходит пробой в диэлектрике.

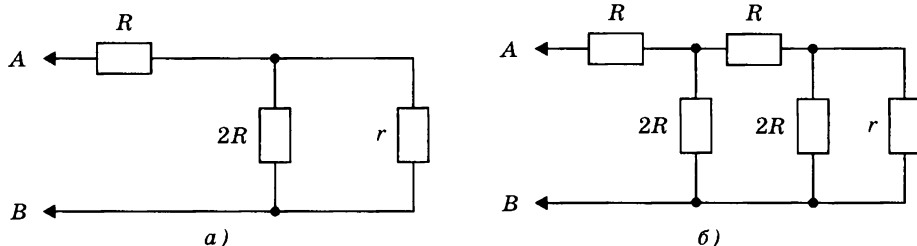


Рис. 3.17

стины составляет половину расстояния между обкладками конденсатора.

3.45. Разности потенциалов на конденсаторах емкостями C_1 и C_2 равны U_1 и U_2 . Конденсаторы через резистор соединяют между собой. Найдите энергию, которая выделится при перезарядке конденсаторов в двух случаях: а) соединены одноименно заряженные пластины; б) соединены разноименно заряженные пластины.

3.46. Плоский воздушный конденсатор заполнили керосином ($\epsilon = 2$) и зарядили, сообщив ему энергию W_1 . Затем конденсатор отсоединили от источника, слили керосин и разрядили. Какая энергия выделилась при разрядке?

3.2. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА*

3.47. Две электрические цепи состоят из резисторов с известными сопротивлениями R и $2R$ и неизвестным сопротивлением r (рис. 3.17, а и 3.17, б). При каком r сопротивления обеих цепей, измеренные между точками A и B, окажутся одинаковыми и каково при этом полное сопротивление R_{AB} ?

3.48. Из одинаковых резисторов, сопротивление каждого из которых равно R , собрана бесконечная цепочка (рис. 3.18). Определите сопротивление такой цепочки.

3.49. Определите сопротивление бесконечной цепочки резисторов, изображенной на рисунке 3.19.

3.50. Для регулирования напряжения на нагрузке собрана схема (рис. 3.20). Сопротивление нагрузки и полное сопротивление регулирующего потенциометра одинаковы и равны R . Резистор подключен к половине потенциометра. К какой части сопротивления потенциометра следует подключить резистор, чтобы напряжение на нем возросло в 2 раза?

3.51. Чтобы определить место повреждения изоляции двухпроводной телефонной линии длиной $L = 4$ км, к од-

* Во всех задачах этого раздела сопротивлением соединяющих проводов, если оно не дано в условии, следует пренебречь.

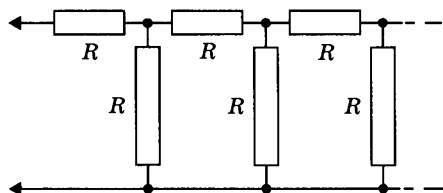


Рис. 3.18

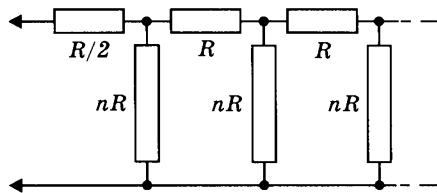


Рис. 3.19

ному ее концу присоединили батарею с ЭДС $\mathcal{E} = 15$ В. При этом оказалось, что если провода у другого конца линии разомкнуты, то сила тока через батарею равна $I_1 = 1$ А; если провода замкнуты накоротко, то сила тока через батарею равна $I_2 = 1,8$ А. Найдите место повреждения и сопротивление изоляции в месте повреждения. Сопротивление единицы длины провода $\rho = 1,25$ Ом/км. Сопротивлением батареи пренебречь.

3.52. К одному концу двухпроводной линии передачи электроэнергии присоединен источник постоянной ЭДС, а к другому — потребитель с сопротивлением R_0 . В линии произошло повреждение изоляции, в результате чего сила тока через источник возросла в два раза, а сила тока через сопротивление R_0 упала в восемь раз. Найдите сопротивление изоляции в месте повреждения, если длина каждого провода линии равна L , а сопротивление единицы длины провода равно ρ .

3.53. В схему включены два микроамперметра и два одинаковых вольтметра (рис. 3.21). Показания микроамперметров $I_1 = 100$ мкА и $I_2 = 99$ мкА; показание первого вольтметра $U_1 = 10$ В. Найдите показание второго вольтметра U_2 .

3.54. В цепь гальванометра включена термопара, состоящая из медной и константановой проволочек диаметра $2a = 0,2$ мм и длины $l = 1$ м каждая. Чувствительность гальванометра $i_0 = 10^{-6}$ А на деление шкалы; его внутреннее сопротивление $r = 50$ Ом. На сколько делений отклонится стрелка гальванометра, если температуру спая термопары увеличить на 50°C по отношению к температуре окружаю-

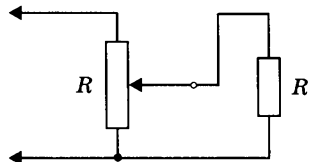


Рис. 3.20

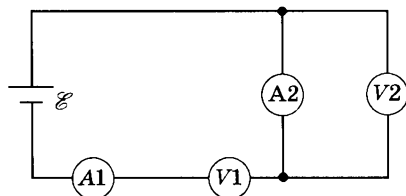


Рис. 3.21

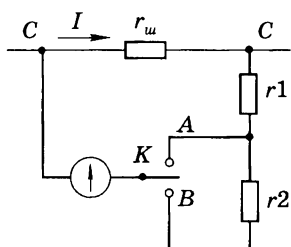


Рис. 3.22

щей среды? ЭДС термопары на единицу температуры $\mathcal{E}_0 = 40$ мкВ/К, удельные сопротивления константана и меди $\rho_1 = 0,5 \cdot 10^{-6}$ Ом·м и $\rho_2 = 0,17 \cdot 10^{-7}$ Ом·м.

3.55. Гальванометр с чувствительностью $3 \cdot 10^{-5}$ А на деление шкалы и внутренним сопротивлением $r_1 = 20$ Ом, включенный в цепь термопары, дал отклонение в 11 делений

шкалы. Другой гальванометр с чувствительностью $5 \cdot 10^{-5}$ А на деление шкалы и внутренним сопротивлением $r_2 = 30$ Ом, включенный вместо первого, дал отклонение в 5 делений шкалы. Определите сопротивление термопары R и ее ЭДС \mathcal{E} .

3.56. Для измерения больших токов в цепи CC используется шунт с сопротивлением $r_{ш}$, параллельно которому через резисторы сопротивлением $r_1 = 2$ Ом и $r_2 = 90$ Ом подключается гальванометр (рис. 3.22). В положении A переключателя K вся шкала прибора соответствует силе тока в цепи CC $I_1 = 10$ А, в положении B — силе тока $I_2 = 100$ А. Найдите внутреннее сопротивление гальванометра.

3.57. Присоединение к вольтметру некоторого добавочного сопротивления увеличивает предел измерения напряжения в n раз. Другое добавочное сопротивление увеличивает предел измерения в m раз. Во сколько раз увеличится предельно измеримое вольтметром напряжение, если включить последовательно с вольтметром эти два сопротивления, соединенные между собой параллельно?

3.58. К гальванометру с внутренним сопротивлением $r = 290$ Ом присоединили шунт, понижающий чувствительность гальванометра в 10 раз. Какой резистор надо включить последовательно с гальванометром, чтобы общее сопротивление оказалось неизменным?

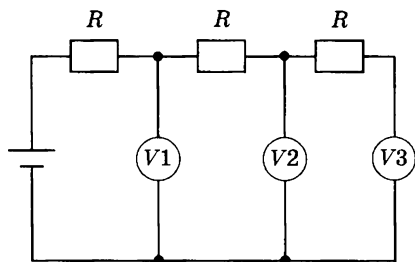


Рис. 3.23

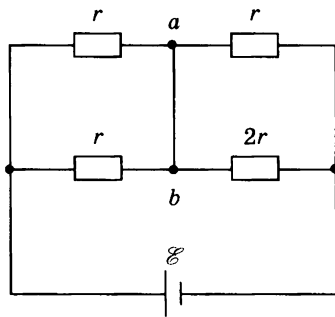


Рис. 3.24

3.59. Имеется прибор с ценой деления $i_0 = 10$ мкА. Шкала прибора имеет $n = 100$ делений, внутреннее сопротивление прибора $r = 50$ Ом. Как из этого прибора сделать вольтметр с пределом измерения напряжения $U_0 = 200$ В или миллиамперметр с пределом измерения силы тока $I_0 = 800$ мА?

3.60. При включении шунта, имеющего сопротивление $r_{\text{ш}} = 100$ Ом, параллельно измерительному прибору стрелка отклоняется на всю шкалу при силе тока во внешней цепи $I = 3$ А. При подключении добавочного резистора сопротивлением $R_0 = 300$ Ом к незашунтированному гальванометру шкала прибора становится в 4 раза грубее, чем без добавочного сопротивления и шунта. Какое сопротивление должен иметь шунт для того, чтобы стрелка прибора отклонилась на всю шкалу при силе тока во внешней цепи $I' = 7,5$ А?

3.61. Цепь собрана из одинаковых резисторов и одинаковых вольтметров (рис. 3.23). Показания первого и третьего вольтметров $U_1 = 10$ В и $U_3 = 8$ В. Найдите показание второго вольтметра U_2 .

3.62. Найдите силу тока через переключку ab в схеме, представленной на рисунке 3.24. Сопротивлениями переключки, подводящих проводов и внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

3.63. Два аккумулятора с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 57$ В и $\mathcal{E}_2 = 32$ В соединены, как показано на рисунке 3.25. Какова разность потенциалов между точками a и b , если отношение внутренних сопротивлений аккумуляторов $r_2/r_1 = 1,5$?

3.64. Две батареи с ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 включены, как показано на рисунке 3.26. При каком соотношении между внутренними сопротивлениями батарей ток через гальванометр не пойдет?

3.65. Две батареи с одинаковыми ЭДС \mathcal{E} соединены так, что ЭДС образовавшегося источника равна $\mathcal{E}/2$. Внутреннее

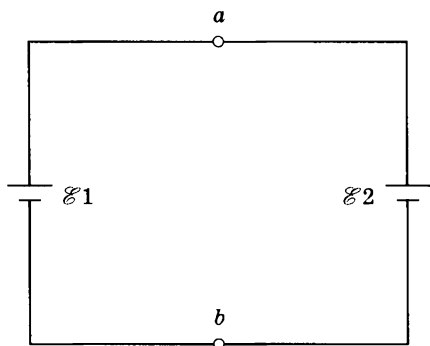


Рис. 3.25

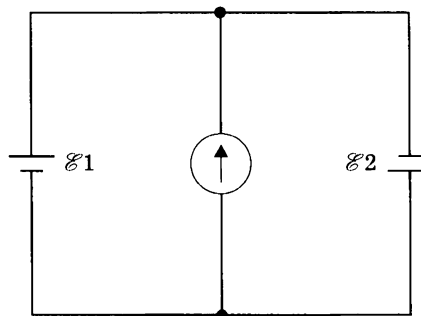


Рис. 3.26

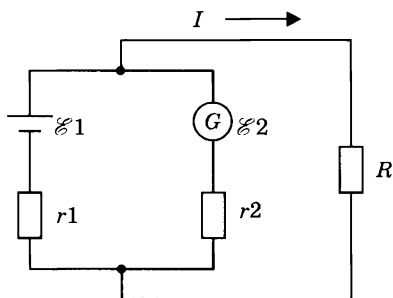


Рис. 3.27

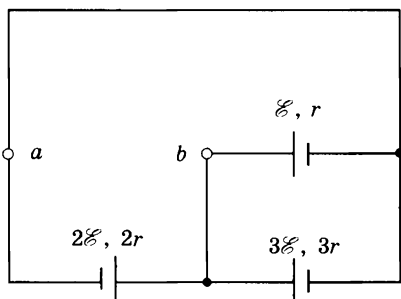


Рис. 3.28

сопротивление одной из батарей равно r . Изобразите схему включения и определите возможные значения внутреннего сопротивления второй батареи.

3.66. Две батареи с одинаковыми внутренними сопротивлениями соединили так, что ЭДС образовавшегося источника равна \mathcal{E} . ЭДС одной из батарей равна $3\mathcal{E}/2$. Изобразите все возможные схемы включения и для каждой схемы определите ЭДС второй батареи.

3.67. Через аккумулятор в конце зарядки течет ток, сила которого равна $I_1 = 4$ А. При этом напряжение на его клеммах $U_1 = 12,8$ В. При разрядке того же аккумулятора при силе тока $I_2 = 6$ А напряжение на его клеммах $U_2 = 11,1$ В. Найдите силу тока короткого замыкания.

3.68. Генератор с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 12$ В и внутренним сопротивлением $r_1 = 0,2$ Ом заряжает батарею аккумуляторов с ЭДС $\mathcal{E}_2 = 10$ В и внутренним сопротивлением $r_2 = 0,6$ Ом. Параллельно батарее включена лампочка сопротивлением $R = 3$ Ом. Определите силы тока в батарее и в лампочке.

3.69. Источниками электрического тока в системах электрического оборудования автомобилей являются генератор

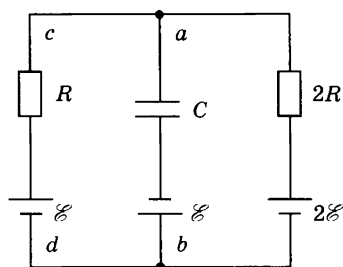


Рис. 3.29

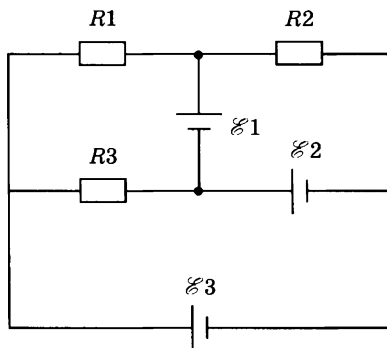


Рис. 3.30

постоянного тока и соединенный параллельно с ним аккумулятор (рис. 3.27). ЭДС генератора $\mathcal{E}_2 = 14$ В, его внутреннее сопротивление $r_2 = 0,05$ Ом. ЭДС аккумулятора $\mathcal{E}_1 = 12$ В. Определите силу тока I , потребляемого нагрузкой, при которой аккумулятор начнет разряжаться.

3.70. Определите разность потенциалов между точками a и b (рис. 3.28). ЭДС и внутренние сопротивления батарей указаны на рисунке.

3.71. Определите разность потенциалов на обкладках конденсатора емкостью C (рис. 3.29). Сопротивления резисторов, ЭДС батарей указаны на рисунке. Внутренними сопротивлениями батарей пренебречь. Какой знак будет иметь заряд на обкладке конденсатора, соединенной с резисторами?

3.72. Сопротивления всех резисторов в схеме одинаковы (рис. 3.30): $R_1 = R_2 = R_3 = R$. ЭДС батарей равны $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}$, $\mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}$, $\mathcal{E}_3 = 4\mathcal{E}$. Определите значения и направления токов, протекающих по каждому резистору, а также токов, протекающих через батареи. Внутренними сопротивлениями батарей пренебречь.

3.73. Электрическая цепь, состоящая из резисторов с сопротивлениями R_1 , R_2 и R_3 , подключена к двум источникам с ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 (рис. 3.31). При каких условиях сила тока через резистор R_1 будет равна нулю?

3.74. В схеме, изображенной на рисунке 3.32, положение движка потенциометра подобрано так, что сила тока $I_2 = 0$. Чему равна при этом сила тока I_1 ?

3.75. Из одинаковых батарей с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r и из одинаковых резисторов с сопротивлением R собрана бесконечная цепочка, изображенная на рисунке

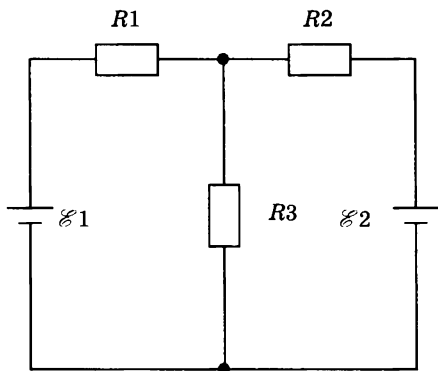


Рис. 3.31

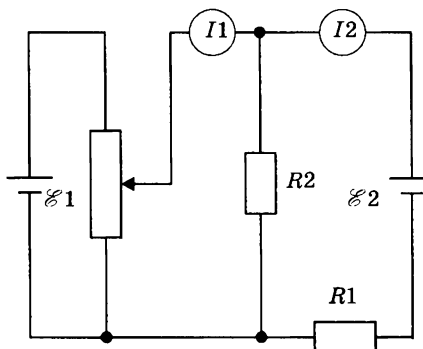


Рис. 3.32

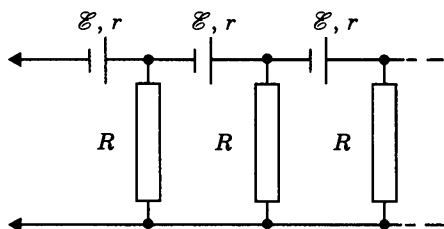


Рис. 3.33

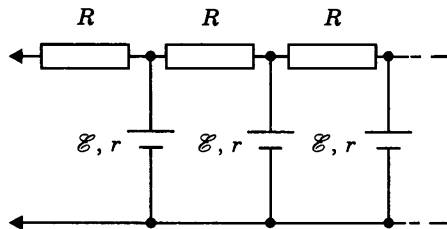


Рис. 3.34

ке 3.33. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление образовавшегося источника тока.

3.76. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление бесконечной цепочки, изображенной на рисунке 3.34.

3.77. В схеме, изображенной на рисунке 3.35, ЭДС батареи \mathcal{E}_1 уменьшили на 1,5 В, после чего токи на различных участках цепи изменились. Как нужно изменить ЭДС батареи \mathcal{E}_2 , чтобы стала прежней: а) сила тока через батарею \mathcal{E}_1 ; б) сила тока через батарею \mathcal{E}_2 ?

3.78. Плоский конденсатор с расстоянием между пластинами d , заполненный средой с диэлектрической проницаемостью ϵ и удельным сопротивлением ρ , включен в цепь батареи с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r . Чему равна напряженность E электрического поля в конденсаторе, если его емкость равна C ?

3.79. Сферический конденсатор емкостью $C_0 = 10^{-10}$ Ф заполняется слабопроводящей жидкостью с удельным сопротивлением $\rho = 10^4$ Ом·м. Найдите сопротивление утечки конденсатора.

3.80. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено жидкостью с диэлектрической проницаемостью ϵ и удельным сопротивлением ρ . Найдите силу взаимодействия между пластинами конденсатора, когда через конденсатор течет ток. Сила тока равна I . Площадь пластин конденсатора равна S .

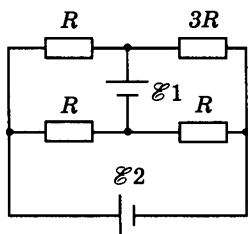


Рис. 3.35

3.81. Два плоских конденсатора, заполненных веществами с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 и удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 , имеют емкости C_1 и C_2 . Какие разности потенциалов будут на конденсаторах, если их соединить последовательно и подключить к батарее с ЭДС \mathcal{E} и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением?

3.3. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

3.82. Какое количество теплоты выделится в цепи при переключении ключа K из положения 1 в положение 2 (рис. 3.36)?

3.83. Какое количество теплоты выделится на резисторе R после замыкания ключа K (рис. 3.37)? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

3.84. Конденсатор емкостью C , заряженный до напряжения \mathcal{E} , подключается через резистор с большим сопротивлением R к батарее с ЭДС $5\mathcal{E}$ (рис. 3.38). Определите количество теплоты, которое выделится в цепи при зарядке конденсатора до напряжения $5\mathcal{E}$.

3.85. Конденсатор емкостью C , заряженный до напряжения $4\mathcal{E}$, разряжается через резистор с большим сопротивлением R и батарею с ЭДС \mathcal{E} (рис. 3.39). Найдите количество теплоты, выделившейся при разрядке конденсатора.

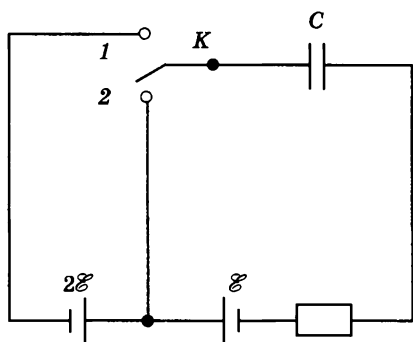


Рис. 3.36

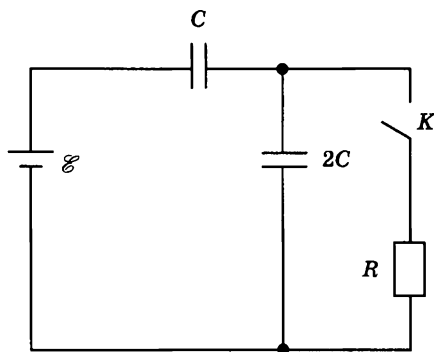


Рис. 3.37

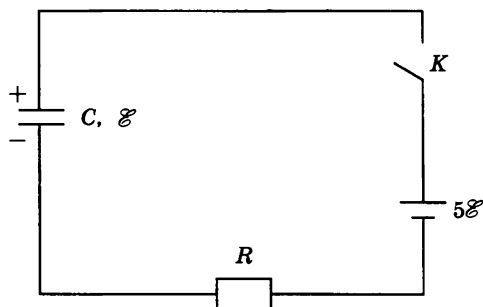


Рис. 3.38

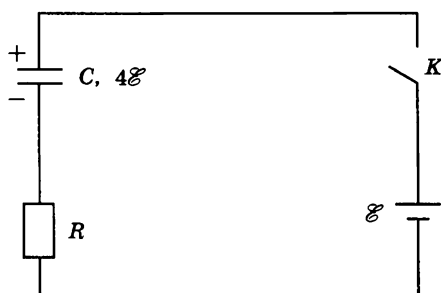


Рис. 3.39

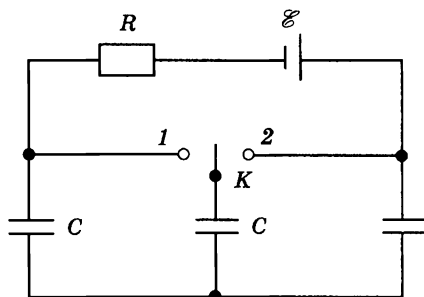


Рис. 3.40

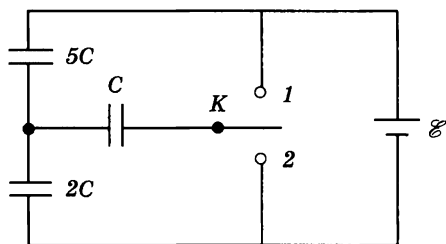


Рис. 3.41

3.86. Какое количество теплоты выделится в цепи при переключении ключа K из положения 1 в положение 2 (рис. 3.40)?

3.87. Какое количество теплоты выделится в цепи, если ключ K переключить из положения 1 в положение 2 (рис. 3.41)?

3.88. Между обкладками плоского конденсатора расположена диэлектрическая пластина ($\epsilon = 3$), заполняющая весь объем конденсатора. Конденсатор через резистор подключен к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 100$ В (рис. 3.42). Пластину быстро удаляют так, что заряд на конденсаторе не успевает измениться. Какая энергия выделится после этого в цепи в виде теплоты? Емкость незаполненного конденсатора $C_0 = 100$ мкФ.

3.89. Зарядку конденсатора емкостью C до напряжения $2\mathcal{E}$ производят двумя способами (рис. 3.43): либо ключ K сразу ставят в положение 3, либо его сначала ставят в положение 2 и затем, после зарядки конденсатора до напряжения \mathcal{E} , переводят в положение 3. Найдите отношение КПД батареи при различных способах зарядки.

3.90. Аккумулятор с внутренним сопротивлением $r = 0,08$ Ом при силе тока $I_1 = 4$ А отдает во внешнюю цепь мощность $N_1 = 8$ Вт. Какую мощность N_2 отдаст он во внешнюю цепь при силе тока $I_2 = 6$ А?

3.91. Мощность, рассеиваемая на резисторе с сопротивлением R_1 , подсоединенном к батарее, равна N . Чему равна ЭДС батареи, если эта мощность не меняется при замене R_1 на R_2 ?

3.92. Параллельно резистору с известным сопротивлением R , подключенному к батарее, включили резистор с неизвестным сопротивлением. Оказалось, что мощность, выделяемая на внешнем участке цепи, не изменилась. Определите неизвестное сопротивление резистора R_x . Внутреннее сопротивление батареи равно r .

3.93. Какой будет сила тока в подводящих проводах при коротком замыкании, если на двух плитках с сопротивлени-

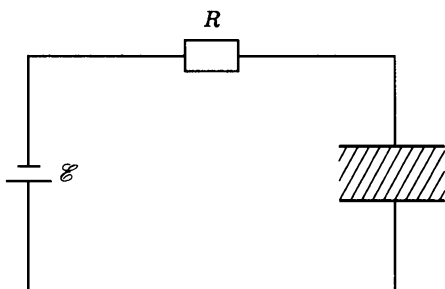


Рис. 3.42

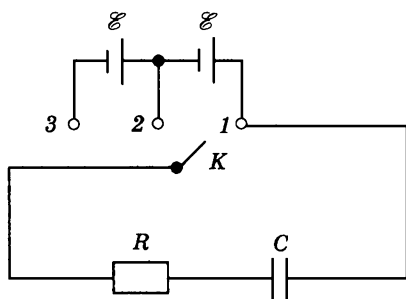


Рис. 3.43

ями $R_1 = 200 \text{ Ом}$ и $R_2 = 500 \text{ Ом}$ выделяется при поочередном включении одинаковая мощность $N = 200 \text{ Вт}$?

3.94. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них чайник вскипает через время $t_1 = 10 \text{ мин}$, при включении другой — через время $t_2 = 15 \text{ мин}$. Через какое время чайник вскипит, если эти обмотки включить вместе: а) параллельно; б) последовательно?

3.95. Нагреватель кипятыльника состоит из четырех секций, каждая из которых имеет сопротивление $R = 1 \text{ Ом}$. Нагреватель питают от аккумуляторной батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 8 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1 \text{ Ом}$. Как нужно включить элементы нагревателя, чтобы вода в кипятыльнике нагревалась быстрее? Какова при этом мощность, расходуемая аккумулятором?

3.96. Электроэнергия генератора мощностью N_0 передается по проводам, имеющим сопротивление r . ЭДС генератора равна \mathcal{E} . Определите КПД линии передачи, т. е. отношение мощности, выделяемой на полезной нагрузке, к мощности генератора. Внутренним сопротивлением генератора пренебречь.

3.97. Электроэнергия генератора передается потребителю по проводам, имеющим сопротивление r . КПД линии передачи, т. е. отношение мощности, выделяемой на полезной нагрузке, к мощности генератора, равен η . Определите сопротивление нагрузки. Внутренним сопротивлением генератора пренебречь.

3.98. Линия имеет сопротивление $r = 300 \text{ Ом}$. Какое напряжение должен иметь генератор, чтобы при передаче по этой линии к потребителю мощности $N = 25 \text{ кВт}$ потери в линии не превышали 4% передаваемой мощности?

3.99. Во сколько раз следует повысить напряжение источника, чтобы потери мощности (в линии передачи от источника к потребителю) снизить в 100 раз при условии постоянства отдаваемой генератором мощности?

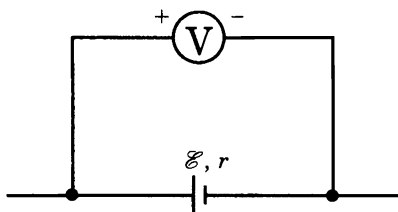


Рис. 3.44

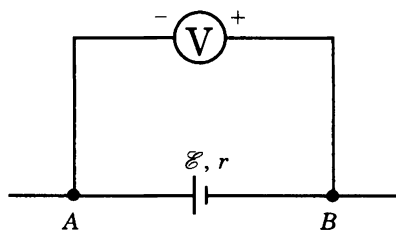


Рис. 3.45

3.100. При передаче электроэнергии на большое расстояние используется трансформатор, повышающий напряжение до 6 кВ, загруженный до номинальной мощности 1000 кВт. При этом разность показаний счетчиков электроэнергии, установленных на трансформаторной подстанции и в приемном пункте, увеличивается ежедневно на 216 кВт·ч. Во сколько раз необходимо повысить напряжение, чтобы потери электроэнергии не превышали 0,1%?

3.101. Батарея с ЭДС $\mathcal{E} = 4$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом входит в состав неизвестной цепи (рис. 3.44). К полюсам батареи подключен вольтметр так, что положительная клемма вольтметра присоединена к положительному полюсу батареи. Вольтметр показывает напряжение $U = 6$ В. Определите количество теплоты, выделяющейся за единицу времени на внутреннем сопротивлении батареи.

3.102. Батарея с ЭДС $\mathcal{E} = 4$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом входит в состав неизвестной цепи (рис. 3.45). К полюсам батареи подключен вольтметр. Оказалось, что для нормальной работы вольтметра его положительную клемму надо подключить к отрицательному полюсу батареи. Вольтметр при этом показывает напряжение $U = 2$ В. Какое количество теплоты выделяется за единицу времени на внутреннем сопротивлении батареи?

3.103. Сила тока, протекающего через резистор с сопротивлением $R = 100$ Ом, изменяется во времени по закону $I = k\sqrt{t}$, где $k = 1$ А/с^{1/2}. Какое время протекал ток, если на резисторе выделилось количество теплоты $Q = 1,8$ кДж?

3.104. Напряжение на резисторе с сопротивлением $R = 100$ Ом меняется по времени по закону $U = k\sqrt{t}$, где $k = 2$ В/с^{1/2}. Найдите количество теплоты, выделяющееся на резисторе за первые 100 с.

3.105. К концам свинцовой проволоки длиной 1 м приложена разность потенциалов $U = 10$ В. Какое время τ пройдет с начала пропускания тока до момента, когда сви-

нец начнет плавиться? Начальная температура $t_0 = 20^\circ\text{C}$, температура плавления свинца $t = 327^\circ\text{C}$, его удельное сопротивление $\rho = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, удельная теплоемкость $c = 0,125 \text{ Дж}/(\text{г} \cdot \text{К})$, плотность $d = 11,3 \text{ г}/\text{см}^3$. Потерей теплоты в окружающее пространство пренебречь.

3.106. При длительном пропускании тока через проволоку она нагрелась: при $I_1 = 1,4 \text{ А}$ до $t_1 = 55^\circ\text{C}$; при $I_2 = 2,8 \text{ А}$ до $t_2 = 160^\circ\text{C}$. До какой температуры t_x нагревается проволока при силе тока $I_3 = 5,5 \text{ А}$? Теплоотдача с единицы поверхности пропорциональна разности температур проволоки и воздуха. Зависимостью сопротивления проволоки от температуры пренебречь.

3.107. Две константановые проволоки одинаковой длины, диаметр одной из которых вдвое больше диаметра другой, включены параллельно в электрическую цепь. Во сколько раз отличаются их тепловые удлинения при длительном протекании тока в цепи? Теплоотдача с единицы поверхности пропорциональна разности температур проволоки и воздуха. Зависимостью сопротивления проволоки от температуры пренебречь. Как изменится ответ, если проволоки включить последовательно?

3.4. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ В ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

3.108. Определите сопротивление электрической цепи (рис. 3.46) для двух направлений тока: ток течет от A к B (сопротивление R_{AB}), ток течет от B к A (сопротивление R_{BA}). Сопротивления резисторов $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $R_2 = 60 \text{ Ом}$. В цепь включен идеальный диод D^* .

3.109. Определите силу тока, текущего через идеальный диод D в цепи, изображенной на рисунке 3.47.

3.110. Электрическая цепь содержит фотоэлемент (рис. 3.48). Если потенциал анода фотоэлемента выше, чем потенциал катода, то сила тока фотоэлемента $I_0 = 10 \text{ мА}$ (ток насыщения). В обратном случае ток фотоэлемента равен нулю. Определите напряжение на фотоэлементе.

3.111. Схема (рис. 3.49) состоит из двух одинаковых резисторов с сопротивлениями R и двух одинаковых нелинейных элементов, вольт-амперная характеристика которых имеет вид

* Идеальным называется диод, у которого сопротивление в прямом направлении можно считать равным нулю, а в обратном — бесконечно большим.

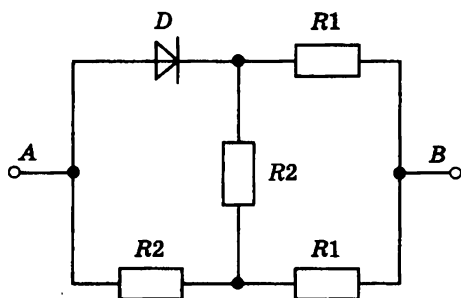


Рис. 3.46

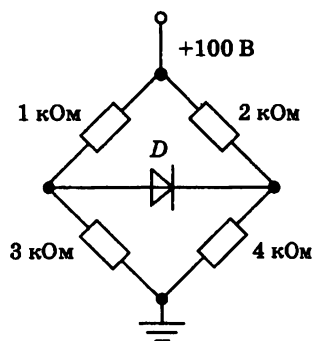


Рис. 3.47

$U = \alpha I^2$, где α — некоторый известный постоянный коэффициент. При какой ЭДС источника ток через гальванометр равен нулю? Сопротивлением источника пренебречь.

3.112. На рисунке 3.50 изображена схема мостика Уитстона, в которой сопротивления резисторов $R = 5$ Ом, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, а вольт-амперная характеристика нелинейного элемента имеет вид $I = \alpha U^2$. Определите коэффициент пропорциональности α , если известно, что мостик оказывается сбалансированным при ЭДС батареи $\mathcal{E} = 12$ В.

3.113. В схеме, изображенной на рисунке 3.51, ЭДС батареи $\mathcal{E}_2 = 4$ В, сопротивление резистора $R = 50$ Ом. Имеется нелинейный элемент, в котором сила тока I связана с приложенным напряжением U соотношением $I = 0,02U^2$ (I — в амперах, U — в вольтах). Схема сбалансирована, т. е. гальванометр показывает отсутствие тока. Определите мощность батареи \mathcal{E}_1 , пренебрегая ее внутренним сопротивлением.

3.114. В случае несамостоятельного газового разряда зависимость силы тока I через газоразрядную трубку от напря-

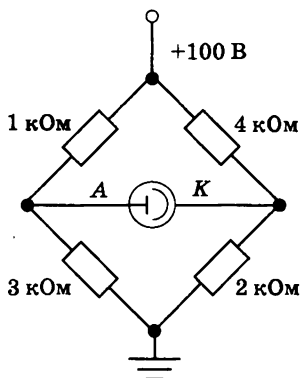


Рис. 3.48

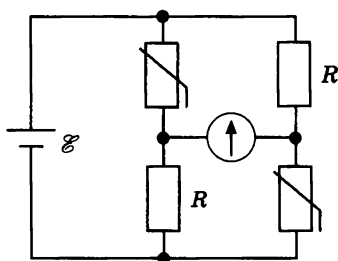


Рис. 3.49

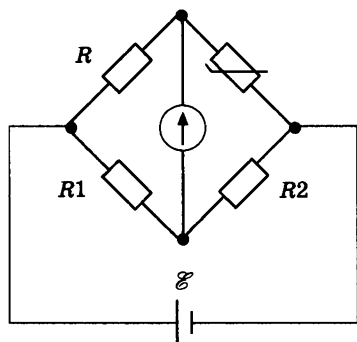


Рис. 3.50

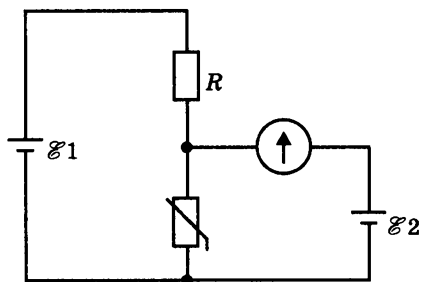


Рис. 3.51

жения на трубке U имеет вид, показанный на рисунке 3.52. При некотором напряжении на трубке U_n ток через трубку достигает насыщения. Сила тока насыщения $I_n = 10$ мкА. Если трубка, последовательно соединенная с некоторым балластным резистором, подключена к источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 2 \cdot 10^3$ В, сила тока через трубку $I_0 = 5$ мкА. Как надо изменить сопротивление балластного резистора, чтобы достичь тока насыщения?

3.115. У газоразрядной трубки (см. задачу 3.114) напряжение насыщения $U_n = 1$ кВ, сила тока насыщения $I_n = 10$ мкА. Трубка с последовательно соединенным балластным резистором, имеющим сопротивление $R = 3 \cdot 10^8$ Ом, подключена к источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ кВ. Какой установится ток через трубку и каково будет при этом напряжение на трубке? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

3.116. На рисунке 3.53 показана вольт-амперная характеристика некоторого нелинейного элемента. До напряжения U_0 ток через элемент отсутствует, а затем линейно растет с напряжением. При включении такого элемента последова-

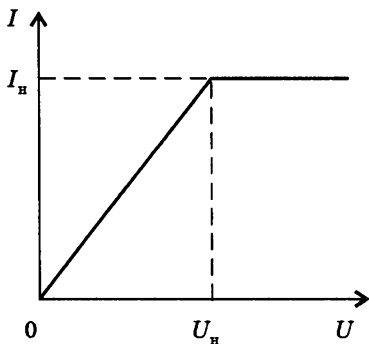


Рис. 3.52

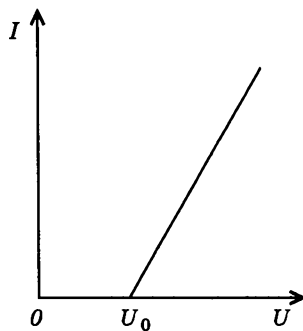


Рис. 3.53

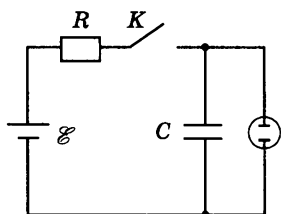


Рис. 3.54

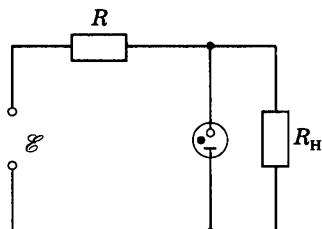


Рис. 3.55

тельно с источником постоянной ЭДС и балластным резистором, имеющим сопротивление $R_1 = 300 \text{ кОм}$, через него протекает ток. Сила тока $I_1 = 0,5 \text{ мА}$. При уменьшении сопротивления балластного резистора до $R_2 = 100 \text{ кОм}$ сила тока возрастает вдвое. Определите силу тока I_x , который протечет через элемент, если балластный резистор закоротить?

3.117. У нелинейного элемента (см. задачу 3.116) напряжение $U_0 = 100 \text{ В}$. При подключении его к батарее с постоянной ЭДС и внутренним сопротивлением $r = 25 \text{ кОм}$ сила тока через элемент равна $I_1 = 2 \text{ мА}$, а при подключении его к той же батарее через балластный резистор сопротивлением $R = r$ сила тока $I_2 = 1 \text{ мА}$. Определите ЭДС батареи.

3.118. Зажигание неоновой лампы осуществляется с помощью схемы, показанной на рисунке 3.54. После замыкания ключа K конденсатор C начнет заряжаться. Когда напряжение на лампе, равное напряжению на конденсаторе, достигает некоторого значения, лампочка загорится, после чего напряжение на ней падает. Минимальное напряжение на лампе, при котором она еще горит, $U = 80 \text{ В}$; при этом сила тока через

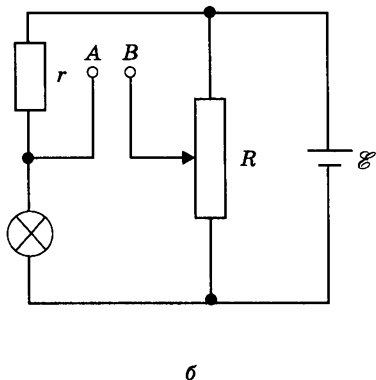
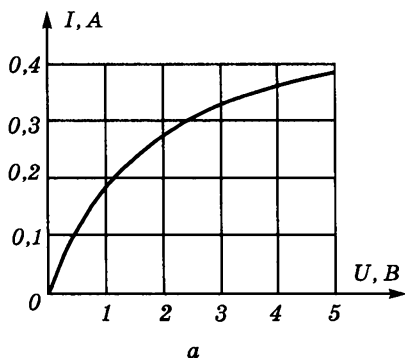


Рис 3.56

лампу $I = 1$ мА. При каких сопротивлениях резистора R лампа после зажигания будет стационарно гореть? ЭДС батареи $\mathcal{E} = 120$ В.

3.119. Для стабилизации напряжения иногда применяют газоразрядную лампу стабилон, схема включения которой показана на рисунке 3.55. При изменении силы тока, протекающего через стабилон, от 5 до 15 мА напряжение на нем практически не меняется и остается равным 150 В. Сопротивление нагрузки $R_n = 10$ кОм. Определите сопротивление резистора R и напряжение \mathcal{E} , при которых напряжение на нагрузке остается постоянным при изменениях входного напряжения \mathcal{E} на +10%.

3.120. На рисунке 3.56, а приведена вольт-амперная характеристика лампочки от карманного фонаря, включенной в схему, показанную на рисунке 3.56, б. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 4$ В, полное сопротивление потенциометра $R = 40$ Ом, сопротивление резистора $r = 10$ Ом. Найдите графически силу тока в лампочке. При каком положении движка потенциометра напряжение между точками А и В равно нулю? При каком положении движка потенциометра напряжение между точками А и В почти не будет меняться при небольших изменениях ЭДС батареи? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

3.121. На рисунке 3.57 приведена зависимость силы тока через автомобильную лампочку от напряжения на ней. Лампочку подключают к источнику постоянного напряжения $\mathcal{E} = 10$ В последовательно с резистором, сопротивление которого $R = 4$ Ом. Определите мощность лампочки.

3.122. При каких сопротивлениях резистора R в цепи, изображенной на рисунке 3.58, в случае размыкания рубильника может возникнуть дуговой разряд? Известно, что напряжение на участке дугового разряда связано с силой тока в цепи соотношением $U = A + B/I$, где $A = 10$ В, $B = 100$ В·А. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 100$ В. Считать, что все сопротивление цепи сосредоточено в резисторе R . Какова сила тока, который установится в цепи, если $R = 8$ Ом?

3.123. На рисунке 3.59 приведен график зависимости напряжения на разрядном промежутке дугового разряда от силы тока. Дугу подключают к источнику постоянного напряжения последовательно с резистором.

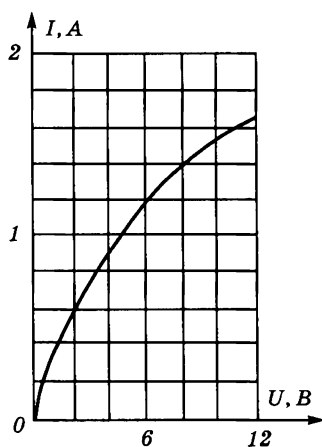


Рис. 3.57

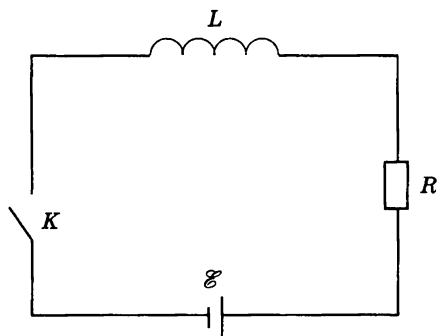


Рис. 3.58

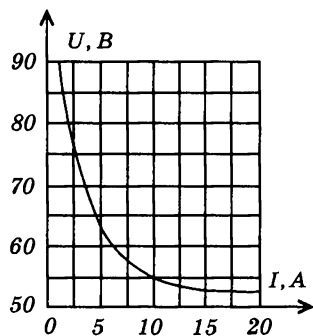


Рис. 3.59

При каком максимальном сопротивлении резистора дуга может гореть при ЭДС источника $\mathcal{E} = 85 \text{ В}$?

3.124. При увеличении тока напряжение на разрядном промежутке дугового разряда уменьшается, стремясь при больших токах к некоторому постоянному значению. Дугу включили в цепь последовательно с некоторым балластным резистором. Вольт-амперная характеристика для такой цепи показана на рисунке 3.60. Определите силу тока в цепи при ЭДС батареи $\mathcal{E} = 80 \text{ В}$. Постройте вольт-амперную характеристику дуги в цепи без балластного резистора. Используя полученный график, определите максимальное сопротивление балластного резистора, при котором дуга может гореть. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

3.125. Имеется нелинейный элемент, в котором сила тока I связана с приложенным напряжением U соотношением $I = 0,01U^2$ (I — в амперах, U — в вольтах). Этот элемент последовательно с резистором, сопротивление которого $R = 100 \text{ Ом}$, подключен к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 15,75 \text{ В}$. Найдите тепло, выделяющееся на нелинейном элементе. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

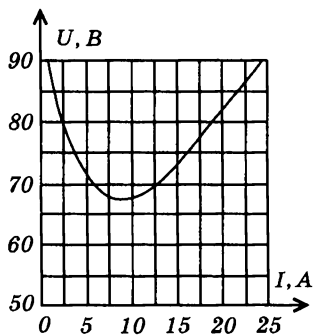


Рис. 3.60

3.126. Лампа, соединенная последовательно с резистором, сопротивление которого $R = 10 \text{ Ом}$, подключена к сети. Зависимость силы тока от напряжения на лампе представлена на рисунке 3.61. При каком напряжении сети КПД схемы $\eta = 25\%$? КПД схемы называют отношение мощности, потребляемой лампой, к мощности, потребляемой от сети.

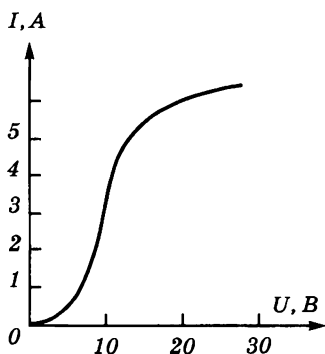


Рис. 3.61

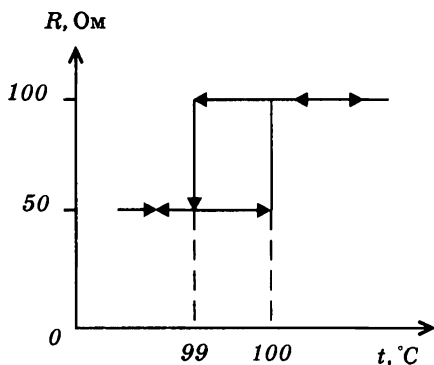


Рис. 3.62

3.127. Для исследования свойств нелинейного элемента был произведен ряд экспериментов. Вначале была исследована зависимость сопротивления элемента от температуры. При повышении температуры до $t_1 = 100^\circ\text{C}$ мгновенно происходил скачок сопротивления от $R_1 = 50\ \text{Ом}$ до $R_2 = 100\ \text{Ом}$; при охлаждении обратный скачок происходил при температуре $t_2 = 99^\circ\text{C}$ (рис. 3.62). Когда к элементу приложили постоянное напряжение $U_1 = 60\ \text{В}$, его температура оказалась равной $t_3 = 80^\circ\text{C}$. Наконец, когда к элементу приложили постоянное напряжение $U_2 = 80\ \text{В}$, в цепи возникли самопроизвольные колебания тока. Определите период этих колебаний T , а также максимальное и минимальное значения силы тока. Температура воздуха в лаборатории $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Количество теплоты, отдаваемой в единицу времени элементом, пропорционально разности температур элемента и окружающего воздуха. Теплоемкость элемента $C = 3\ \text{Дж/К}$.

3.5. ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОЛИЗА

3.128. Определите массу алюминия, который отложится на катоде за время $t = 10\ \text{ч}$ при электролизе $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$, если сила тока через электролит $I = 1\ \text{А}$. Постоянная Фарадея $F = 96\ 500\ \text{Кл/моль}$, атомная масса алюминия $A = 27$.

3.129. Какой заряд Q нужно пропустить через электролитическую ванну с подкисленной водой, чтобы получить гремучий газ объемом $V = 1\ \text{дм}^3$ при температуре $t = 27^\circ\text{C}$ и давлении $p = 10^5\ \text{Па}$?

3.130. В течение какого времени нужно производить электролиз подкисленной воды, чтобы полученным водородом можно было наполнить при нормальных условиях воздушный шар с подъемной силой $2000\ \text{Н}$? Сила тока при электролизе $I = 100\ \text{А}$.

3.131. Никелирование металлического изделия с поверхностью $S = 120 \text{ см}^2$ продолжалось 5 ч при силе тока $I = 0,3 \text{ А}$. Валентность никеля $Z = 2$, атомная масса $A = 58,7$, плотность $\rho = 9 \text{ г/см}^3$. Определите толщину слоя никеля.

3.132. Какой заряд Q проходит через электролитическую ванну за время $t = 10 \text{ с}$, если сила тока за это время равномерно возрастает от нуля до $I = 3 \text{ А}$? Определите массу меди, которая выделится при этом на катоде ванны, если электролитом является медный купорос. Атомная масса меди $A = 63,6$.

3.133. Определите массу меди, выделившейся из раствора CuSO_4 за время $t = 100 \text{ с}$, если сила тока, протекающего через электролит, менялась по закону $I = (5 - 0,02t) \text{ А}$, где t — время в секундах.

3.6. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКА

3.134. По двум длинным проводам (рис. 3.63) протекает ток в одном направлении (силы тока I и nI). Расстояние между проводами равно d . Найдите точку в плоскости рисунка, в которой индукция магнитного поля равна нулю.

3.135. В условиях предыдущей задачи найдите точку, в которой магнитное поле обратится в нуль, если токи текут в противоположных направлениях.

3.136. По проводам 1 и 2 (рис. 3.64) протекает ток в одном направлении (сила тока I). Где на прямой, соединяющей 1 и 2, надо расположить провод и какой по нему пропустить ток, чтобы в точке A магнитное поле оказалось равным нулю?

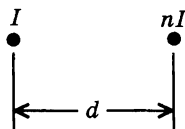


Рис. 3.63

3.137. На рисунке 3.65 изображены провода, по которым в указанных стрелками направлениях текут равные токи ($I = 1 \text{ А}$). Определите магнитное поле в точке A , ле-

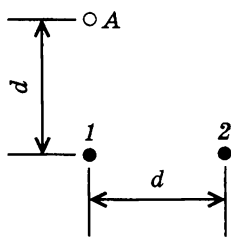


Рис. 3.64

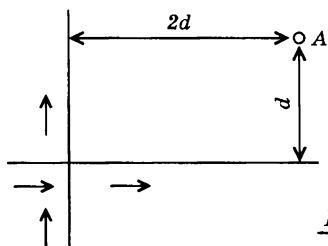


Рис. 3.65

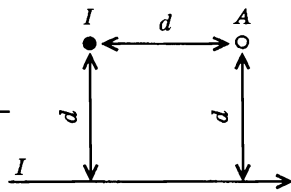


Рис. 3.66

жащей в той же плоскости, что и провода. Расстояние $d = 1$ см.

3.138. Взаимное расположение проводов, по которым протекают равные токи ($I = 1$ А), показано на рисунке 3.66. Определите индукцию магнитного поля в точке А, лежащей в той же плоскости, что и один из проводов, и перпендикулярной второму проводу, если $d = 1$ см.

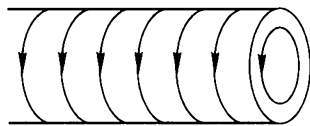


Рис. 3.67

3.139. Два круговых витка с током расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях так, что их центры совпадают. По виткам радиусами $r_1 = 1$ см, $r_2 = 2$ см протекают токи, соответственно, $I_1 = 2$ А, $I_2 = 1$ А. Определите индукцию магнитного поля в общем центре витков.

3.140. Длинный соленоид намотан в один слой из проволоки толщиной $d = 1$ мм. Максимально допустимое значение силы тока, который можно пропустить по этому проводу, равно $I_0 = 5$ А. Какой может быть индукция магнитного поля в таком соленоиде?

3.141. Внутри длинного соленоида необходимо создать магнитное поле индукцией $B = 0,02$ Тл. Провод диаметром $d = 1$ мм может выдерживать силу тока $I = 5$ А. Из какого минимального числа слоев ν должна состоять обмотка?

3.142. Индукция магнитного поля внутри длинного соленоида вдали от его концов равна B_0 . Каково ее значение на оси соленоида в плоскости одного из его торцов?

3.143. Внутри длинного соленоида вдали от его торцов магнитное поле однородно и его индукция равна B . Один из торцов соленоида закрывают картонным диском, на котором с другой стороны от соленоида закрепляют небольшой круговой виток из проволоки так, что центр витка совпадает с осью соленоида (рис. 3.67). Найдите силу натяжения проволоки витка, если его радиус равен R , а сила протекающего по нему тока равна I .

3.7. ЗАРЯЖЕННЫЕ ЧАСТИЦЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

3.144. Ядро атома неона ускоряется разностью потенциалов $U = 2000$ В. Найдите скорость v ядра. Атомная масса неона $A = 20$, его номер в периодической системе элементов $Z = 10$.

3.145. Пластины А и D (рис. 3.68) заземлены, сетки В и С имеют по отношению к земле потенциалы 200 и 100 В

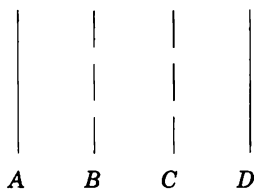


Рис. 3.68

соответственно. Из пластины A без начальной скорости вылетает электрон. С какими скоростями он пересекает сетки B и C и достигает пластины D? Отношение заряда электрона к его массе $\gamma = e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

3.146. Протоны со скоростью v_0 движутся по окружности в цилиндрическом конденсаторе (рис. 3.69). Во сколько раз нужно изменить разность потенциалов на конденсаторе, чтобы по той же окружности мог двигаться пучок α -частиц с той же скоростью?

3.147. Электрон, имеющий кинетическую энергию $T = 10$ кэВ, влетает в плоский конденсатор (рис. 3.70), между пластинами которого поддерживается постоянная разность потенциалов $U = 40$ В. Расстояние между пластинами $d = 1$ см, их длина $l = 10$ см. На расстоянии $L = 20$ см от конденсатора находится экран. Первоначальная скорость электрона направлена параллельно пластинам. Найдите смещение x электрона на экране. Как изменится ответ, если вместо электрона взять протон той же энергии? Силой тяжести пренебречь.

3.148. При каком напряжении зажигается неоновая лампа, если энергия ионизации атома неона $W = 21,6$ эВ, а средняя длина свободного пробега электронов в газе $l = 1$ мм? Расстояние между плоскими электродами лампы $d = 1$ см.

3.149. Разность потенциалов между электродами газоразрядной трубки, при которой начинается процесс ионизации атомов гелия электронным ударом, $U = 15$ кВ. Распределение потенциала между электродами в этот момент изображено на рисунке 3.71. Определите длину свободного пробега электронов l , если потенциал ионизации атома гелия $U_0 = 24,5$ В.

3.150. Определите разность потенциалов между электродами газоразрядной трубки, при которой начинается процесс

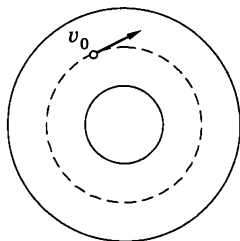


Рис. 3.69

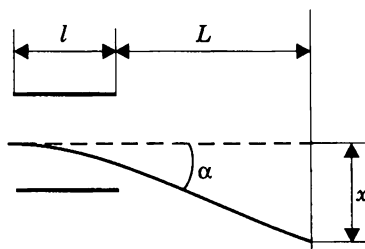


Рис. 3.70

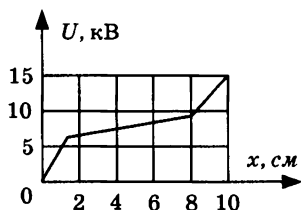


Рис. 3.71

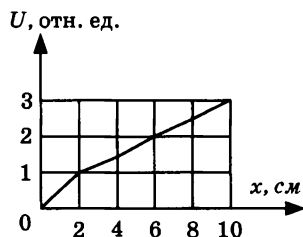


Рис. 3.72

ионизации атомов гелия электронным ударом. Распределение потенциала между электродами в этот момент изображено на рисунке 3.72, длина свободного пробега электронов $l = 10^{-4}$ м, потенциал ионизации атомов гелия $U_0 = 24,5$ В.

3.151. Из-за наличия объемного заряда в межэлектродном пространстве плоского диода при напряжении на аноде $U_a = 33,75$ В устанавливается распределение потенциала, показанное на рисунке 3.73. Какой минимальной энергией должен обладать электрон у катода, чтобы долететь до анода? Чему равно время пролета τ электронов с такой энергией? Отношение заряда электрона к его массе $\gamma = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, минимальный потенциал $U_{min} = -2,25$ В.

3.152. Из-за наличия объемного заряда в межэлектродном пространстве плоского диода при напряжении на аноде $U_a = 0$ устанавливается распределение потенциала, показанное на рисунке 3.74. Электрон, двигаясь от катода к аноду вдоль оси x , достигает поверхности анода с кинетической энергией $T = 4$ эВ. Определите время пролета τ такого электрона от катода к аноду. Отношение заряда электрона к его массе $\gamma = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

3.153. Под действием светового излучения с поверхности изолированного металлического шарика радиусом r вылетают электроны с начальными скоростями v , в результате чего шарик заряжается. До какого максимального заряда Q можно

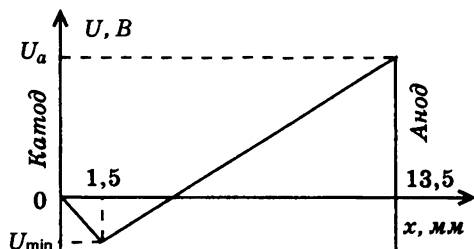


Рис. 3.73

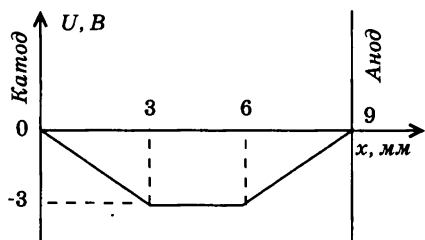


Рис. 3.74

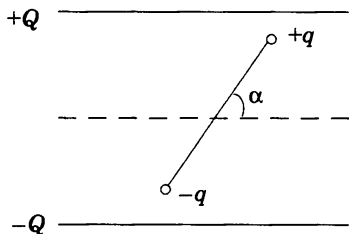


Рис. 3.75

таким образом зарядить шарик? Модуль отношения заряда электрона к его массе γ считайте известным.

3.154. С поверхности металлического шара радиусом R , несущего на себе заряд $-Q$, вылетает электрон. Скорость этого электрона на бесконечно большом расстоянии от шара оказалась равной v . С какой скоростью v_0 электрон покинул поверхность шара? Модуль отношения заряда электрона к его массе γ считайте известным.

3.155. Две заряженные частицы находятся в однородном электрическом внешнем поле, напряженность которого равна E . Частица массой m несет отрицательный заряд $-q$, частица массой M — положительный заряд $+Q$. На каком расстоянии d друг от друга должны находиться частицы, чтобы ускоряться как единое целое (т. е. не изменяя взаимного расположения)?

3.156. Электрический диполь из двух жестко связанных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расположенных на расстоянии l друг от друга, находится в положении устойчивого равновесия в однородном электрическом поле напряженностью E . Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть диполь на 180° ?

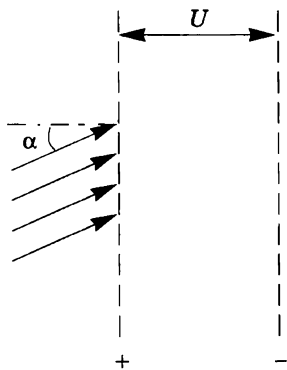


Рис. 3.76

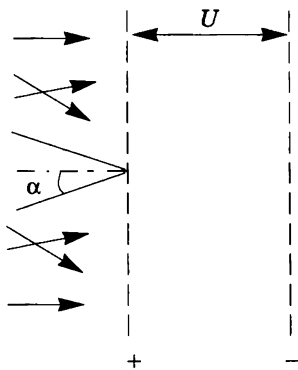


Рис. 3.77

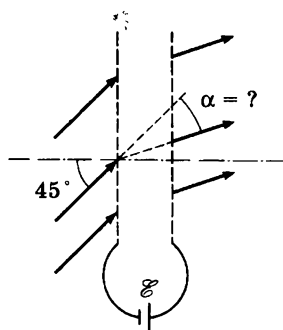


Рис. 3.78

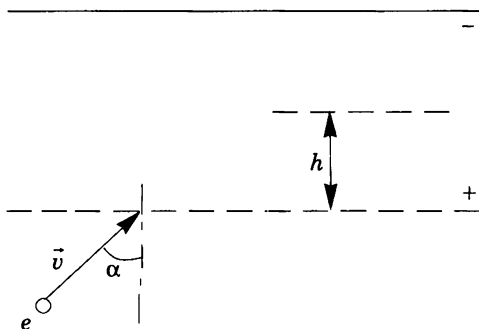


Рис. 3.79

3.157. В плоский заряженный конденсатор вносится электрический диполь из двух жестко связанных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расположенных на расстоянии l друг от друга. Ориентация диполя в конденсаторе показана на рисунке 3.75. Какую работу нужно было совершить, чтобы внести диполь в конденсатор? Площадь пластин конденсатора равна S , заряд на конденсаторе равен Q .

3.158. На две параллельные сетки, между которыми приложена разность потенциалов U , падает параллельный пучок отрицательно заряженных частиц (рис. 3.76). Угол падения частиц $\alpha = 60^\circ$. При каких энергиях T частицы смогут пройти через сетки, если заряд частицы по модулю равен q ?

3.159. На две параллельные сетки, между которыми приложена разность потенциалов U , падают под разными углами отрицательно заряженные частицы (рис. 3.77). При каких углах падения частицы будут «отражаться», т. е. не смогут пройти через сетки? Заряд частицы по модулю равен e , а энергия $4eU/3$.

3.160. Две параллельные сетки подключены к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 10$ В (рис. 3.78). Под углом 45° к сеткам падает параллельный пучок электронов с начальной энергией $W = 10$ эВ. На какой угол α отклонится пучок, пройдя сетки?

3.161. Электрон со скоростью $v = 10^9$ см/с влетает в пространство между пластинами плоского конденсатора, между которыми поддерживается разность потенциалов $U = 425$ В (рис. 3.79). Определите максимальное удаление h электрона от нижней пластины конденсатора. Отношение заряда электрона к его массе $\gamma = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, угол падения электронов $\alpha = 30^\circ$. Расстояние между пластинами $d = 1$ см.

3.162. Направленный поток электронов вылетает из узкой длинной щели со скоростью $v = 10^5$ м/с. Концентрация электронов в потоке $n = 10^{10}$ м $^{-3}$. Оцените, на каком расстоянии от

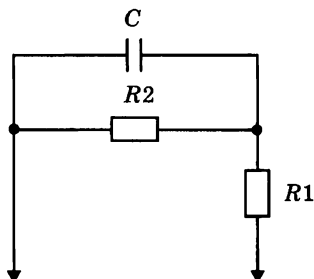


Рис. 3.80

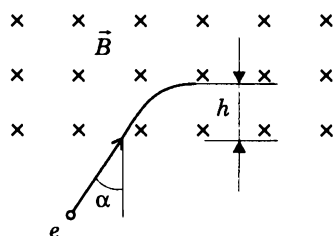


Рис. 3.81

щели ширина потока увеличится в два раза. Масса электрона $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг, его заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

3.163. В ускоритель для получения ионного пучка по трубопроводу в единицу времени поступает $m_t = 10$ мг/с аргона. Во входной камере ускорителя аргон полностью однократно ионизируют, а затем производят ускорение ионов Ar^+ разностью потенциалов $U = 1000$ В. Определите ионный ток в ускорителе и мощность ионного пучка. Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$, атомная масса аргона $A = 40$.

3.164. Воздух в пространстве между пластинами плоского конденсатора размером $10 \times 10 \times 2,5$ см 3 ионизируется рентгеновскими лучами так, что в 1 см 3 за 1 с образуется 10^9 ионов и столько же свободных электронов. Пластины конденсатора соединены с источником напряжения $U = 1300$ В через резистор с сопротивлением $R_1 = 10^{10}$ Ом. Резистор с таким же сопротивлением $R_2 = 10^{10}$ Ом включен параллельно конденсатору (рис. 3.80). Определите силу тока, протекающего через резистор R_1 . Считайте, что ионы и электроны достигают пластин конденсатора, не успев рекомбинировать, и что заряд каждого иона равен по модулю заряду одного электрона.

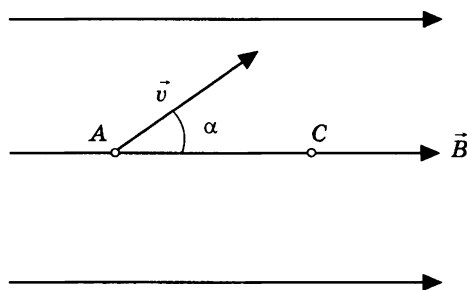


Рис. 3.82

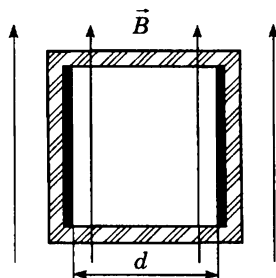


Рис. 3.83

3.165. По медному проводу сечением $S = 1 \text{ мм}^2$ течет ток. Сила тока $I = 10 \text{ А}$. Найдите среднюю скорость v упорядоченного движения электронов вдоль проводника. Считайте, что на каждый атом меди приходится один электрон проводимости. Атомная масса меди $A = 63,6$, плотность $\rho = 8,9 \text{ г/см}^3$.



Рис. 3.84

3.166. Электрон со скоростью $v = 10^9 \text{ см/с}$ влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 10^{-3} \text{ Тл}$ (рис. 3.81). Направление скорости перпендикулярно линиям индукции поля. Определите максимальную глубину h проникновения электрона в область магнитного поля. Отношение заряда электрона к его массе $\gamma = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$, угол падения $\alpha = 30^\circ$.

3.167. Электрон влетает в однородное магнитное поле. В точке A он имеет скорость v , которая составляет с направлением поля угол α (рис. 3.82). При какой индукции магнитного поля электрон окажется в точке C ? Заряд электрона равен e , его масса равна m , расстояние $AC = L$.

3.168. Начальные участки траекторий двух протонов, один из которых до взаимодействия покоился, после соударения имеют радиусы кривизны r и R . Траектории лежат в плоскости, перпендикулярной магнитному полю с индукцией B . Какую энергию имел до соударения двигавшийся протон? Заряд протона равен e , его масса равна m_p .

3.169. Поток проводящей жидкости (расплавленный металл) течет по керамической трубе. Для определения скорости течения жидкости трубу помещают в однородное магнитное поле, перпендикулярное оси трубы, в трубе закрепляют два электрода, образующих плоский конденсатор (рис. 3.83), и измеряют разность потенциалов между электродами. Найдите скорость потока, если магнитная индукция поля $B = 0,01 \text{ Тл}$, расстояние между электродами $d = 2 \text{ см}$, измеренная разность потенциалов $U = 0,4 \text{ мВ}$.

3.170. Заряженная частица, двигаясь изначально в плоскости, перпендикулярной длинному равномерно заряженному проводу, пролетает мимо этого провода, отклонившись от изначального направления на угол α (рис. 3.84). Найдите этот угол, если кинетическая энергия частицы вдали от провода равна W , ее заряд равен e , а заряд единицы длины провода q .

3.8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

3.171. Проволочную катушку из n витков помещают в магнитное поле так, что линии индукции перпендикулярны плоскости витков, и с помощью гибких проводников подсоединяют к гальванометру. При быстром удалении катушки из магнитного поля по цепи протекает некоторый заряд q , измеренный гальванометром. Определите индукцию магнитного поля B , считая, что все витки имеют одинаковую площадь S , а полное сопротивление цепи равно R .

3.172. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл расположен плоский проволочный виток так, что его плоскость перпендикулярна линиям индукции. Виток замкнут на гальванометр. Полный заряд, протекший через гальванометр при повороте витка, $Q = 7,5 \cdot 10^{-3}$ Кл. На какой угол повернули виток? Площадь сечения витка $S = 10^3$ см², сопротивление витка $R = 2$ Ом.

3.173. При включении магнитного поля, перпендикулярного плоскости витка радиусом R , по витку протек заряд Q . Какой заряд протечет по витку, если его (при неизменном поле) сложить «восьмеркой», состоящей из двух окружностей, причем радиус меньшей окружности равен $R/4$? Плоскость «восьмерки» также перпендикулярна магнитному полю.

3.174. Проволочный виток, имеющий площадь сечения $S = 10^2$ см², разрезан в некоторой точке, и в разрез включен конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ. Виток помещен в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости витка. Индукция магнитного поля равномерно изменяется во времени со скоростью $\Delta B / \Delta t = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл/с. Определите заряд конденсатора.

3.175. Короткозамкнутая катушка, состоящая из $n = 1000$ витков проволоки, помещена в магнитное поле, линии индукции которого направлены вдоль оси катушки. Площадь

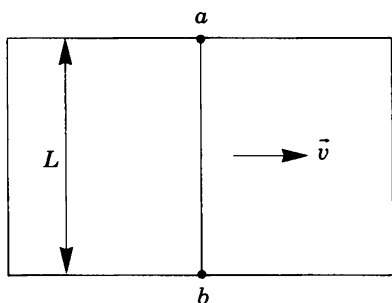


Рис. 3.85

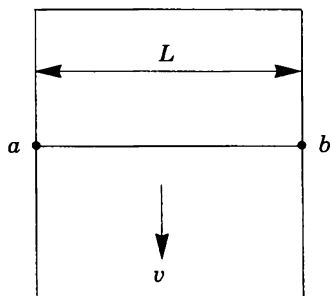


Рис. 3.86

поперечного сечения катушки $S = 40 \text{ см}^2$, ее сопротивление $R = 160 \text{ Ом}$. Найдите мощность N тепловых потерь, если индукция магнитного поля равномерно изменяется во времени со скоростью $\Delta B / \Delta t = 10^{-3} \text{ Тл/с}$.

3.176. Прямоугольная проволочная рамка со стороной L находится в магнитном поле с индукцией B , перпендикулярной плоскости рамки. По рамке параллельно одной из ее сторон без нарушения контакта скользит с постоянной скоростью v перемычка ab (рис. 3.85), сопротивление которой равно R . Определите силу тока через перемычку. Сопротивлением остальной части рамки пренебrecь.

3.177. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2} \text{ Тл}$ расположены вертикально на расстоянии $L = 50 \text{ см}$ два металлических прута, замкнутых наверху (рис. 3.86). Плоскость, в которой расположены прутья, перпендикулярна направлению индукции магнитного поля. По прутьям без трения и без нарушения контакта скользит вниз с постоянной скоростью $v = 1 \text{ м/с}$ перемычка ab массой $m = 1 \text{ г}$. Определите сопротивление R перемычки ab . Сопротивлением остальной части системы пренебrecь.

3.178. Плоскость прямоугольной проволочной рамки $abcd$ перпендикулярна однородному магнитному полю с индукцией $B = 10^{-3} \text{ Тл}$ (рис. 3.87). Сторона рамки bc длиной $l = 1 \text{ см}$ может скользить без нарушения контакта с постоянной скоростью $v = 10 \text{ см/с}$ по сторонам ab и dc . Между точками a и d включена лампочка сопротивлением $R = 5 \text{ Ом}$. Какую силу необходимо приложить к стороне bc для осуществления такого движения? Сопротивлением остальной части рамки пренебrecь.

3.179. Проволочной квадратной рамке массой m со стороны a сообщают в горизонтальном направлении некоторую начальную скорость. Рамка движется в гравитационном поле, все время находясь в магнитном поле, перпендикулярном плоскости рамки (рис. 3.88). Индукция изменяется по закону $B(z) =$

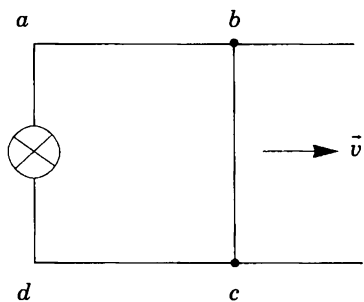


Рис. 3.87

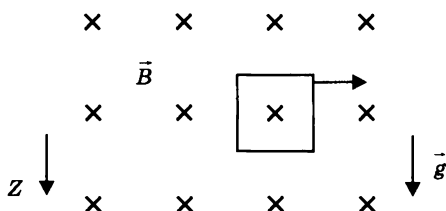


Рис. 3.88

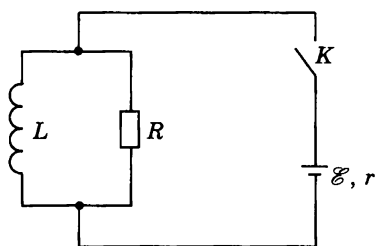


Рис. 3.89

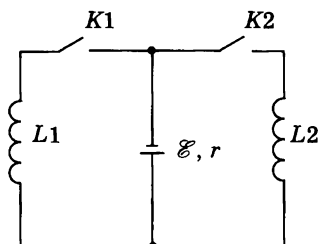


Рис. 3.90

$= B_0 + kz$, где k — постоянный коэффициент. Сопротивление рамки равно R . Через некоторое время рамка начнет двигаться с постоянной скоростью v . Найдите начальную горизонтальную скорость рамки. Ускорение свободного падения равно g .

3.180. Ток в короткозамкнутом сверхпроводящем соленоиде изменяется вследствие несовершенства контакта. Создаваемое этим током магнитное поле уменьшается на 2% в час. Определите сопротивление контакта R , если индуктивность соленоида $L = 1$ Гн.

3.181. Параллельно соединенные катушка индуктивностью L и резистор сопротивлением R подключены через ключ K к батарее с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r (рис. 3.89). В начальный момент времени ключ K разомкнут и тока в цепи нет. Какой заряд протечет через резистор после замыкания ключа? Сопротивлением катушки пренебречь.

3.182. Две катушки индуктивностями L_1 и L_2 подключены через ключи $K1$ и $K2$ к источнику с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r (рис. 3.90). В начальный момент оба ключа разомкнуты. После того как ключ $K1$ замкнули и сила тока через катушку индуктивностью L_1 достигла некоторого значения I_0 , замыкают ключ $K2$. Определите установившиеся силы тока через катушки индуктивностями L_1 и L_2 после замыкания ключа $K2$. Сопротивлениями катушек пренебречь.

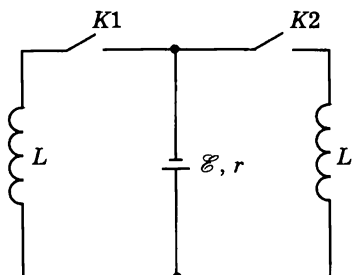


Рис. 3.91

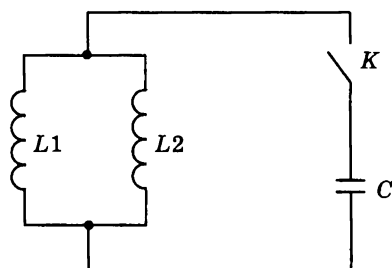


Рис. 3.92

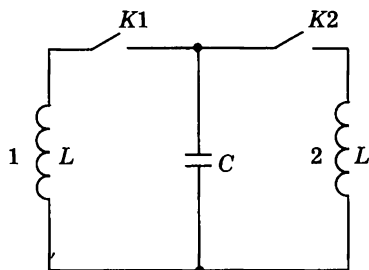


Рис. 3.93

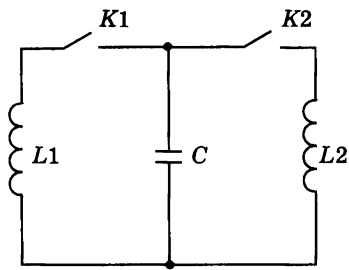


Рис. 3.94

3.183. Две катушки одинаковой индуктивностью L подключены через ключи $K1$ и $K2$ к источнику с постоянной ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r (рис. 3.91). В начальный момент ключи разомкнуты. Затем замыкают ключ $K1$. Определите силу тока, протекающего через ключ $K1$ перед замыканием ключа $K2$, если известно, что установившаяся сила тока через ключ $K1$ после замыкания ключа $K2$ в два раза больше установившейся силы тока через ключ $K2$. Сопротивления катушек пренебречь.

3.184. Конденсатор емкостью C , заряженный до разности потенциалов U , через ключ K подключен к двум параллельно соединенным катушкам индуктивностями L_1 и L_2 (рис. 3.92). Если замкнуть ключ K , то через некоторое время конденсатор полностью перезарядится (напряжение на конденсаторе меняет знак). Какие заряды q_1 и q_2 протекут через катушки за это время? Сопротивлениями катушек пренебречь.

3.185. Заряженный конденсатор емкостью C через ключ K подключен к двум параллельно соединенным катушкам индуктивностями L_1 и L_2 (см. рис. 3.92). В начальный момент времени ключ разомкнут. Если замкнуть ключ K , то через катушки потекут токи. Максимальная сила тока, протекающего через катушку индуктивностью L_1 , оказалась равной I_1 . Найдите первоначальный заряд на конденсаторе. Сопротивлениями катушек пренебречь.

3.186. Катушки 1 и 2 одинаковой индуктивностью L подключены через ключи $K1$ и $K2$ к конденсатору емкостью C (рис. 3.93). В начальный момент времени оба ключа разомкнуты, а конденсатор заряжен до разности потенциалов U_0 . Сначала замыкают ключ $K1$ и, когда напряжение на конденсаторе становится равным нулю, замыкают ключ $K2$. Определите максимальное напряжение на конденсаторе после замыкания ключа $K2$. Сопротивлениями катушек пренебречь.

3.187. Две катушки индуктивностями L_1 и L_2 подключены через ключи $K1$ и $K2$ к конденсатору емкостью C (рис. 3.94).

В начальный момент времени оба ключа разомкнуты, а конденсатор заряжен до разности потенциалов U_0 . Сначала замыкают ключ K_1 и, когда напряжение конденсатора становится равным нулю, замыкают ключ K_2 . Определите максимальную и минимальную силы тока, протекающего через катушку индуктивностью L_1 после замыкания ключа K_2 . Сопротивления катушек пренебречь.

3.188. Электродвигатель питается от батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В. Какую мощность N развивает двигатель при протекании по его обмотке тока $I = 2$ А, если при полном затормаживании якоря по цепи течет ток $I_0 = 3$ А?

3.189. Чему равен КПД электродвигателя, если при включении его в сеть постоянного тока сила тока $I_0 = 15$ А, а в установившемся режиме сила тока снижается до $I = 9$ А?

3.190. Электродвигатель постоянного тока, включенный в цепь батареи с ЭДС $\mathcal{E}_0 = 24$ В, при полном сопротивлении цепи $R = 20$ Ом делает $n_1 = 600$ об/мин при силе тока в цепи $I = 0,2$ А. Какую ЭДС разовьет тот же двигатель, работая в качестве генератора, при числе оборотов $n_2 = 1400$ об/мин?

3.191. Электровоз движется со скоростью $v = 36$ км/ч и развивает в среднем силу тяги $F = 5 \cdot 10^4$ Н. Найдите силу тока, проходящего через двигатель электровоза (без учета тепловых потерь), если напряжение на нем $U = 500$ В.

3.192. Какую ЭДС развивает генератор постоянного тока, если при сопротивлении цепи $R = 300$ Ом на вращение ротора затрачивается мощность $N = 50$ Вт, а потери на трение составляют $\alpha = 4\%$ от затраченной мощности? Какую мощность для поддержания того же числа оборотов необходимо затрачивать при сопротивлении цепи $R_1 = 60$ Ом?

3.193. Груз массой m подвешен на нити, намотанной на ось якоря генератора постоянного тока. Нить сматывается с оси так, что груз опускается с постоянной скоростью v , если генератор замкнут на сопротивление R . Генератор запускают в качестве мотора, используя источник с ЭДС \mathcal{E} . С какой скоростью v_x поднимается вверх тот же груз, если известно, что эта скорость постоянна, а сопротивление цепи равно по-прежнему R ?

3.194. Мотор постоянного тока, питающийся от сети с напряжением $U = 120$ В, при полном сопротивлении цепи $R = 20$ Ом развивает мощность $N = 160$ Вт. Какую ЭДС разовьет тот же мотор, если его использовать как генератор, вращая якорь с той же скоростью, которую он имел, работая как двигатель? Какой смысл имеет неоднозначность полученного результата?

3.195. На горизонтальный вал мотора равномерно наматывается нитка, на которой подвешен груз массой $m = 0,8$ кг. Мотор питается от батареи аккумуляторов с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В и сопротивлением $r_1 = 0,4$ Ом. Сопротивление цепи мотора равно $r_2 = 3$ Ом. Сколько оборотов в секунду делает якорь, если по обмоткам мотора течет ток силой $I = 3,3$ А? Радиус вала $a = 0,5$ см.

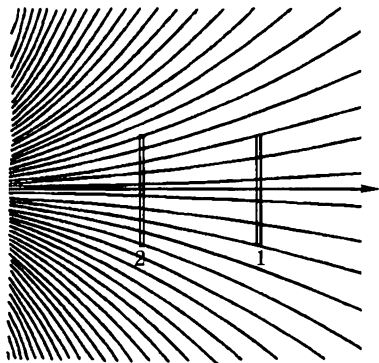


Рис. 3.95

3.196. Вдали от катушки с круглым цилиндрическим железным сердечником находится кольцо из сверхпроводящего материала. На рисунке 3.95 изображены силовые линии магнитного поля вблизи торца катушки; ось Z является осью симметрии магнитного поля катушки. Изначально тока в кольце нет. Кольцо вносят в магнитное поле. Сначала кольцо занимает положение 1, а затем — положение 2. Определите: а) отношение силы тока, протекающего в кольце, когда оно находится в положении 1, к силе тока в кольце, когда оно находится в положении 2 (I_1/I_2); б) отношение сил, действующих на кольцо в обоих положениях (F_1/F_2) и укажите направление этих сил.

3.9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

3.197. Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора, через ключ K подключен к источнику с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r (рис. 3.96). Первоначально ключ K замкнут. После установления стационарного режима ключ размыкают, и в контуре возникают колебания с периодом T . При этом амплитуда напряжения на конденсаторе в n раз больше ЭДС батареи. Найдите индуктивность катушки и емкость конденсатора. Сопротивлением катушки пренебречь.

3.198. В схеме, изображенной на рисунке 3.97 (L , C , \mathcal{E} известны), конденсатор вначале не заряжен. Ключ K на некоторое время замыкают, а затем размыкают. Определите силу тока I_0 через катушку индуктивности в момент размыкания, если максимальная сила тока, протекающего через нее, оказалась равной $2I_0$. Сопротивлением катушки пренебречь.

3.199. Определите силу тока I_0 (см. задачу 3.198), если известно, что максимальное напряжение на конденсаторе равно $2\mathcal{E}$.

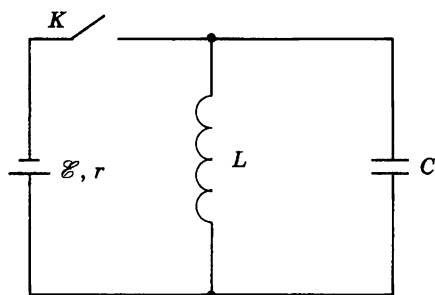


Рис. 3.96

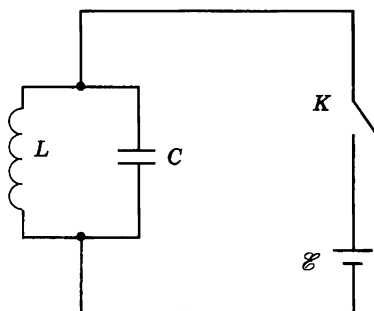


Рис. 3.97

3.200. Два удаленных проводящих шара радиусом R соединены участком цепи, содержащим конденсатор емкостью C , катушку индуктивностью L , ключ K (рис. 3.98). В начальный момент времени конденсатор C заряжен до напряжения U_0 , заряды на шарах отсутствуют. Определите максимальный заряд на шаре после замыкания ключа K . Активным сопротивлением катушки пренебречь.

3.201. Определите в условиях задачи 3.200 максимальное значение силы тока в цепи после замыкания ключа K .

3.202. Два удаленных проводящих шара радиусом R соединены участком цепи, содержащим источник постоянного тока с ЭДС \mathcal{E} , катушку индуктивностью L , ключ K (рис. 3.99). В начальный момент времени ключ K разомкнут, заряды на шарах отсутствуют. Определите максимальное значение силы тока в цепи после замыкания ключа K . Омическим сопротивлением в цепи пренебречь.

3.203. По условию задачи 3.202 определите максимальный заряд на шаре после замыкания ключа K .

3.204. Колебательный контур, состоящий из конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L и сопротивлением R , через ключ K подключен к источнику с постоянной ЭДС \mathcal{E} (рис. 3.100). Через некоторое время после замыкания ключа K установится стационарный режим: токи во всех элементах цепи будут постоянны. После этого ключ K снова

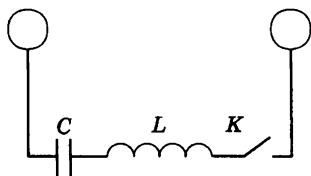


Рис. 3.98

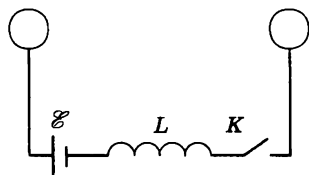


Рис. 3.99

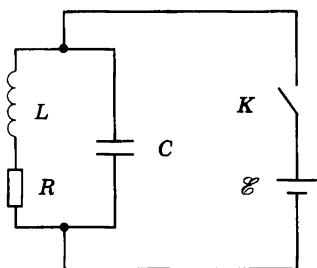


Рис. 3.100

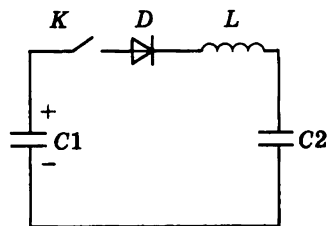


Рис. 3.101

размыкают. Какое количество теплоты выделится в катушке после размыкания ключа? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

3.205. Конденсатор емкостью $C_1 = 1$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U_0 = 300$ В. К нему через идеальный диод D и катушку индуктивностью L подключают незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 2$ мкФ (рис. 3.101). До какой разности потенциалов зарядится этот конденсатор после замыкания ключа K ? Индуктивность L достаточно велика, так что процесс перезарядки происходит медленно.

3.206. В схеме, изображенной на рисунке 3.102, конденсатор емкостью C заряжен вначале зарядом q_0 . До какой разности потенциалов зарядится конденсатор, если замкнуть ключ K ? ЭДС батареи равна \mathcal{E} . Внутренним сопротивлением батареи пренебречь. Диод D считайте идеальным. Индуктивность L достаточно велика, так что процесс идет медленно.

3.207. Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивностью L , конденсатора емкостью C и идеального диода D (рис. 3.103), через ключ K на время τ подключают к источнику с постоянной ЭДС \mathcal{E} , а затем отключают. Найдите зависимость напряжения на конденсаторе от времени после

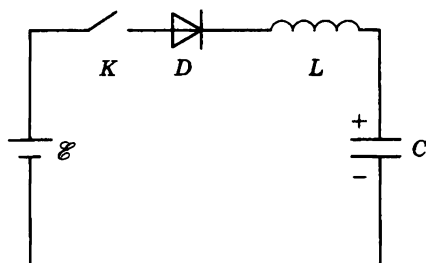


Рис. 3.102

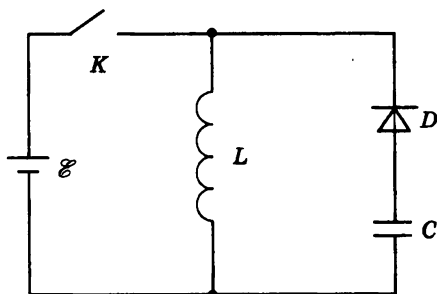


Рис. 3.103

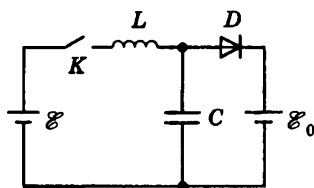


Рис. 3.104

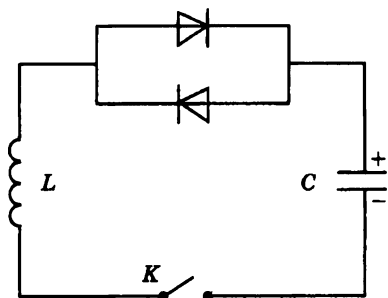


Рис. 3.105

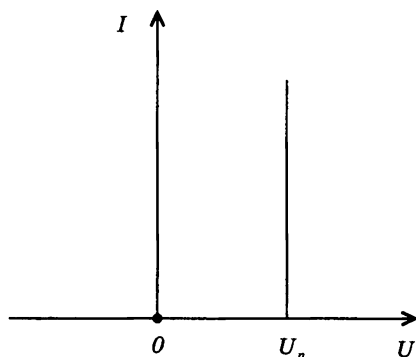


Рис. 3.106

размыкания ключа. Представьте графически эту зависимость. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением катушки пренебречь.

3.208. В схеме, изображенной на рисунке 3.104, ЭДС батареи \mathcal{E}_0 больше ЭДС батареи \mathcal{E} . Определите заряд, который протечет через батарею с ЭДС \mathcal{E}_0 при замыкании ключа K . Внутренним сопротивлением обеих батарей и сопротивлением катушки пренебречь. Диод D считать идеальным. Конденсатор емкостью C до замыкания ключа был не заряжен.

3.209. В колебательный контур, состоящий из катушки, индуктивность которой $L = 0,1$ Гн, и конденсатора, емкость которого $C = 10$ мкФ, включен «электронный ключ», составленный из двух одинаковых диодов (рис. 3.105). Вольт-амперная характеристика диодов показана на рисунке 3.106. Пороговое напряжение, при котором диод открывается, $U_n = 0,7$ В. Перед замыканием ключа K напряжение на конденсаторе равно $U_0 = 4,5$ В. Определите: через какое время после замыкания ключа K колебания в контуре прекратятся и установится стационарный режим; чему будет равно установившееся (остаточное) напряжение на конденсаторе? Постройте график зависимости напряжения U_C на конденсаторе от времени.

3.10. ЗАКОНЫ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

3.210. Проволочный виток в виде кольца состоит из двух тонких проводников в форме полуокружностей одинаковой длины с равными площадями поперечного сечения, но с разными удельными электрическими сопротивлениями. Виток помещен в однородное магнитное поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости витка. Найдите максимальные напряженности электрического поля в проводниках, если известно, что индукция B магнитного поля изменяется во времени t по гармоническому закону $B(t) = B_0 \cos \omega t$. Длина каждого проводника равна L , а отношение удельных электрических сопротивлений проводников $\rho_1/\rho_2 = \beta$.

3.211. На железный сердечник, форма которого показана на рисунке 3.107, намотаны две катушки. Магнитный поток, создаваемый каждой катушкой, не выходит из железного сердечника и делится поровну между разветвлениями. При включении катушки 1 в цепь переменного тока с напряжением $U_1 = 40$ В напряжение на катушке 2 равно U . Какое напряжение будет на зажимах катушки 1, если катушку 2 включить в цепь переменного тока с напряжением U ?

3.212. На симметричный железный сердечник намотаны две катушки (см. рис. 3.107). При включении катушки 1 в сеть переменного тока напряжение на зажимах катушки 2 равно $U_2 = 13,2$ В. При включении катушки 2 в ту же сеть напряжение на зажимах катушки 1 равно $U_1 = 120$ В. Определите отношение чисел витков катушек. Считайте, что магнитный поток, создаваемый каждой катушкой, не выходит из сердечника.

3.213. Через последовательно соединенные резистор сопротивлением $R = 100$ Ом и конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ течет переменный ток с циклической частотой $\omega = 10^3$ с⁻¹ (рис. 3.108). Вольтметр $V1$ показывает напряжение $U_1 = 100$ В. Найдите показание вольтметра $V2$. Сопротивление вольтметра $V1$ очень велико.

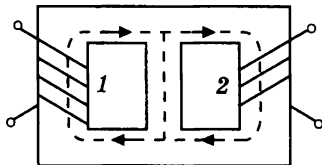


Рис. 3.107

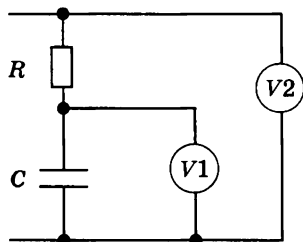


Рис. 3.108

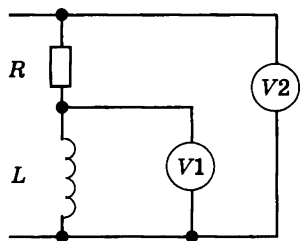


Рис. 3.109

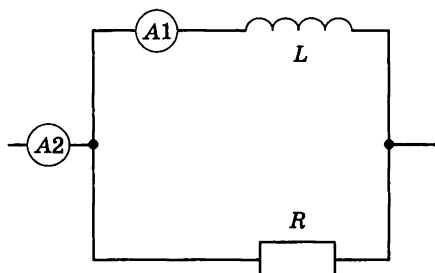


Рис. 3.110

3.214. Через последовательно соединенные резистор сопротивлением $R = 50 \text{ Ом}$ и катушку индуктивностью $L = 0,05 \text{ Гн}$ течет переменный ток с циклической частотой $\omega = 10^3 \text{ с}^{-1}$ (рис. 3.109). Вольтметр V1 показывает напряжение $U_1 = 100 \text{ В}$. Найдите показание вольтметра V2. Сопротивление вольтметра V1 очень велико.

3.215. Через параллельно соединенные резистор сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$ и катушку индуктивностью $L = 0,01 \text{ Гн}$ течет переменный ток с циклической частотой $\omega = 10^3 \text{ с}^{-1}$ (рис. 3.110). Амперметр A1 показывает силу тока $I_1 = 2 \text{ А}$. Найдите показание амперметра A2. Сопротивление амперметра A1 очень мало.

3.216. Через параллельно соединенные резистор сопротивлением $R = 200 \text{ Ом}$ и конденсатор емкостью $C = 5 \text{ мкФ}$ течет переменный ток с циклической частотой $\omega = 10^3 \text{ с}^{-1}$ (рис. 3.111). Амперметр A1 показывает силу тока $I_1 = 1 \text{ А}$. Найдите показание амперметра A2. Сопротивление амперметра A1 очень мало.

3.217. Электрический паяльник мощностью $N = 50 \text{ Вт}$ рассчитан на включение в сеть переменного тока с напряжением $U = 127 \text{ В}$. Какая мощность будет выделяться в паяльнике, если его включить в сеть переменного тока с напряжением $U = 127 \text{ В}$.

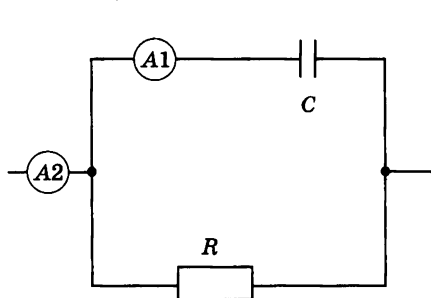


Рис. 3.111

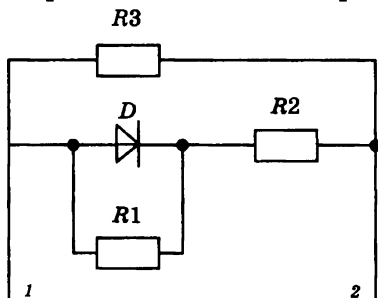


Рис. 3.112

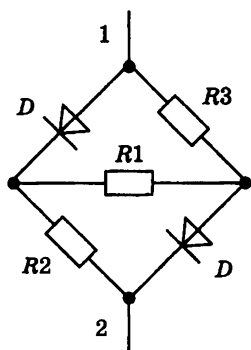


Рис. 3.113

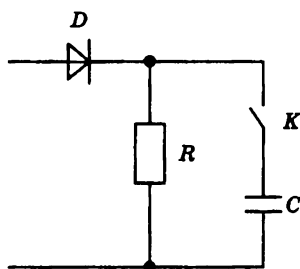


Рис. 3.114

жением $U_1 = 220$ В последовательно с идеальным диодом? Сопротивление паяльника считайте постоянным.

3.218. Какая мощность выделяется в цепи переменного тока, изображенной на рисунке 3.112? К клеммам 1 и 2 приложено напряжение $U = 220$ В, сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = R_3 = 200$ Ом. Параллельно резистору R_1 включен идеальный диод D .

3.219. Какая мощность выделяется на резисторе сопротивлением $R_1 = 10$ кОм в цепи переменного тока, изображенной на рисунке 3.113? К клеммам 1 и 2 приложено напряжение $U = 127$ В, сопротивления резисторов $R_2 = R_3 = 5$ кОм. Диоды D считайте идеальными.

3.220. Выпрямитель с идеальным выпрямляющим элементом подключен к сети переменного тока с напряжением $U = 220$ В и частотой $f = 50$ Гц (рис. 3.114). Во сколько раз изменится мощность, рассеиваемая на резисторе сопротивлением R при замыкании ключа K , если известно, что за период переменного тока конденсатор емкостью C практически не успевает разряжаться через резистор? Какому условию должны подчиняться параметры цепи?

IV. ОПТИКА. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

4.1. ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА

4.1. Под каким углом световой луч падает на плоскую поверхность стекла, если отраженный и преломленный лучи образуют между собой прямой угол? Скорость света в стекле $v = 2 \cdot 10^8$ м/с.

4.2. Палка с изломом посередине погружена в пруд так, что наблюдателю, находящемуся на берегу и смотрящему вдоль надводной части палки, она кажется прямой, составляющей угол α с горизонтом. Какой угол β излома имеет палка? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

4.3. На плоскопараллельную стеклянную пластинку под углом α падает пучок света шириной a , содержащий две спектральные компоненты (с длинами волн λ_1 и λ_2). Показатели преломления стекла для этих длин волн различны: n_1 (для λ_1) и n_2 (для λ_2). Определите минимальную толщину d пластинки, при которой свет, пройдя через пластинку, будет распространяться в виде двух отдельных пучков, каждый из которых содержит только одну спектральную компоненту.

4.4. Луч света падает на плоскопараллельную пластинку толщиной $H = 1$ см из стекла с показателем преломления $n = 1,73$ (рис. 4.1). Из-за многократных отражений от граней пластинки на экране Э образуется ряд светлых пятен. Найдите расстояние между пятнами, если угол падения $\alpha = 60^\circ$, а падающий луч перпендикулярен плоскости экрана. Плоскость падения луча совпадает с плоскостью рисунка.

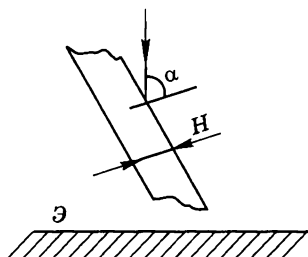


Рис. 4.1

4.5. Оптически прозрачный шар радиусом R помещен в параллельный пучок света. Минимальное расстояние, пройденное одним из преломленных лучей внутри шара (до первого пересечения с поверхностью) оказалось равным $\sqrt{7}R/2$. Найдите показатель преломления материала шара.

4.6. Человек смотрит на рыбку, находящуюся в диаметрально противоположной от него точке шарового аквариума радиусом R . Насколько

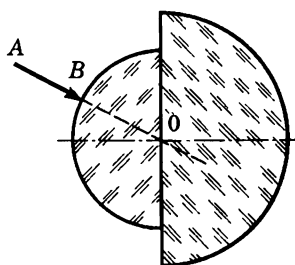


Рис. 4.2

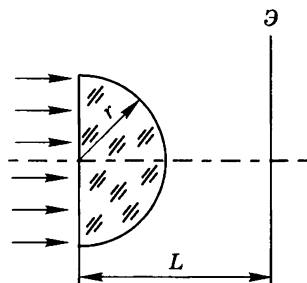


Рис. 4.3

смещено при этом изображение рыбки относительно самой рыбки? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

4.7. Два концентрических полушара изготовлены из стекла с различными показателями преломления (рис. 4.2). Постройте ход луча AB , если отношение радиусов шаров равно отношению показателей преломления.

4.8. На половину шара радиусом $r = 2$ см, изготовленного из стекла с показателем преломления $n = 1,41$, падает параллельный пучок лучей (рис. 4.3). Определите радиус светлого пятна на экране, расположенном на расстоянии $L = 4,82$ см от центра шара.

4.9. Стеклянная пластинка толщиной $d = 3$ мм имеет на верхней и нижней сторонах царапины. Чему равен показатель преломления стекла, если при наведении микроскопа с верхней царапины на нижнюю его тубус пришлось опустить на расстояние $l = 2$ мм? Углы отклонения от оси микроскопа лучей, попадающих в объектив, считайте малыми.

4.10. Равнобедренная стеклянная призма с малыми углами преломления α помещена в параллельный пучок лучей, падающих нормально к ее основанию (рис. 4.4). Показатель преломления стекла $n = 1,57$, размер основания $2a = 5$ см. Найдите угол преломления α , если в середине экрана на расстоянии $L = 100$ см от призмы образуется темная полоса шириной $2d = 1$ см.

4.11. На рисунке 4.5 показан симметричный ход луча в равнобедренной призме с углом при вершине $\alpha = 30^\circ$ (внутри призмы луч распространяется параллельно основанию). Найдите угол отклонения луча β . Показатель преломления призмы $n = 2$.

4.12. Жидкость помещают в кювету, имеющую вид равнобедренной

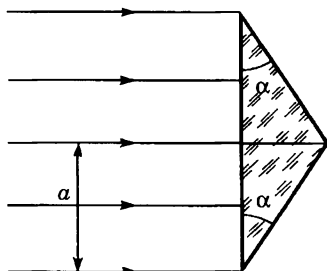


Рис. 4.4

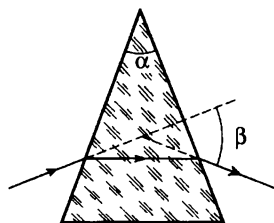


Рис. 4.5

призмы с углом при вершине α . Призма освещается параллельным пучком света так, что лучи внутри жидкости идут параллельно основанию. Оказалось, что угол отклонения вышедшего пучка от первоначального направления распространения равен β . Найдите показатель преломления жидкости.

4.13. Две одинаковые прямоугольные призмы с углом при вершине α имеют несколько отличающиеся показатели преломления. Призмы приложены друг к другу так, как показано на рисунке 4.6. При освещении системы параллельным пучком света, падающим нормально к передней грани, оказалось, что выходящий пучок отклонился от первоначального направления распространения на угол φ . На сколько отличаются друг от друга показатели преломления призм? Углы φ и α малы.

4.14. На дне сосуда, наполненного водой до высоты h , находится точечный источник света S . На поверхности воды плавает круглый диск так, что центр диска находится над точечным источником света. При каком минимальном радиусе диска ни один луч не выйдет через поверхность воды? Показатель преломления воды n .

4.15. Прямоугольный стеклянный сосуд наполнен жидкостью и освещается снизу лампочкой, расположенной под сосудом вблизи его дна. Каков минимальный показатель преломления жидкости n , при котором лампочку нельзя увидеть сквозь боковые стенки сосуда?

4.16. На стеклянный клин перпендикулярно его грани падает тонкий луч света (рис. 4.7). Показатель преломления стекла $n = 1,41$, угол при вершине $\alpha = 10^\circ$. Сколько светлых пятен будет видно на экране, поставленном за клином?

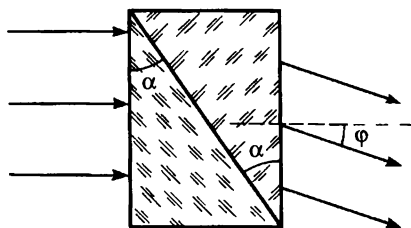


Рис. 4.6

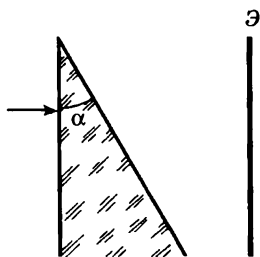


Рис. 4.7

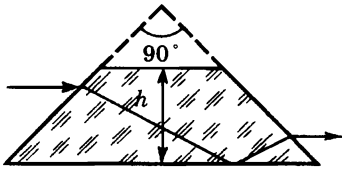


Рис. 4.8

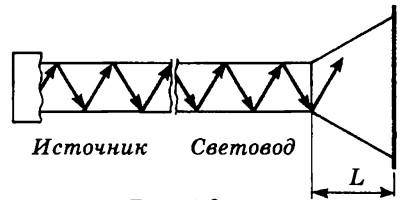


Рис. 4.9

4.17. Для обращения изображения часто используют призму Дове (рис. 4.8), представляющую собой усеченную прямоугольную равнобедренную призму. Определите минимальную длину основания призмы, при которой пучок света, целиком заполняющий боковую грань, полностью пройдет через призму. Высота призмы $h = 2,1$ см. Показатель преломления стекла $n = 1,41$.

4.18. Основание AC и боковая грань BC равнобедренной прямоугольной стеклянной призмы — гладкие, а грань AB — матовая. Призма стоит основанием на газете. Наблюдатель, смотрящий через гладкую грань BC , видит часть текста, находящегося под основанием AC , равную $k = 0,895$ (по площади). Каков показатель преломления стекла?

4.19. Световод (длинная тонкая нить) изготовлен из прозрачного материала с показателем преломления $n = 1,2$. Один из торцов световода прижат к источнику рассеянного света, другой торец размещен на расстоянии $L = 5$ см от экрана (рис. 4.9). Найдите диаметр светового пятна на экране.

4.20. Пучок длинных тонких нитей, выполненных из прозрачного материала с показателем преломления $n = 1,41$, образует световод. Под каким максимальным углом φ_{\max} к оси световода может падать световой луч на торец, чтобы пройти световод без ослабления?

4.21. В стеклянную капиллярную трубку налита жидкость, показатель преломления которой n меньше показателя преломления стекла $n_{\text{ст}}$. При каких соотношениях между внутренним r и наружным R радиусами капилляра любой луч, падающий на внешнюю поверхность капилляра, частично проникает в жидкость?

4.22. Внутри стеклянной капиллярной трубки находится газ при низком давлении, в котором зажжен электрический разряд, так что весь столб газа является источником рассеянного излучения. Под каким максимальным углом φ_{\max} к радиусу может выйти световой луч через внешнюю стен-

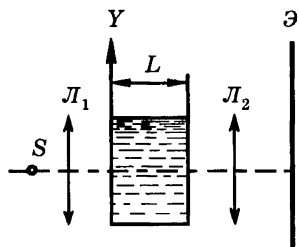


Рис. 4.10

ку капилляра? Внутренний и внешний радиусы капилляра $r = 2$ мм и $R = 4$ мм.

4.23. В спектре излучения аргонового лазера наиболее интенсивными являются линии с длинами волн $\lambda_1 = 488$ нм и $\lambda_2 = 515$ нм. При каких углах преломления α призмы, поставленной на пути лучей, из призмы выйдет пучок, содержащий компоненту

λ_2 и не содержащий компоненту λ_1 ? На первую грань призмы лучи падают нормально. Зависимость показателя преломления призмы от длины волны имеет вид $n = 1 + a/\lambda^2$, где $a = 2,38 \cdot 10^{-9}$ см².

4.24. Положение звезды, видимое с Земли, немного отличается от истинного из-за преломления лучей атмосферой. Определите ошибку при фиксировании углового положения звезды, видимой с Земли под углом $\beta = 45^\circ$ к вертикали. Показатель преломления воздуха у поверхности Земли $n = 1,0003$.

4.25. Принимая на Земле радиосигнал со спутника, можно определить его угловое положение. Преломление радиоволн в атмосфере приводит при этом к небольшой ошибке. Так, для спутника, видимого под углом 45° к вертикали, ошибка составляет $2'$. Определите показатель преломления радиоволн в приземном слое атмосферы.

4.26. Стекланный плоскопараллельный сосуд установлен между двумя тонкими собирающими линзами перпендикулярно к оптической оси линз (рис. 4.10). Точечный источник света S расположен в фокусе линзы L_1 . На экране наблюдается изображение источника, когда в сосуде нет жидкости. Найдите вертикальное смещение этого изображения, если сосуд заполнить прозрачной жидкостью, показатель преломления которой меняется с высотой по закону $n(y) = n_0 + \alpha y$. Толщина слоя жидкости равна L , фокусное расстояние линзы L_2 равно f . Изменение показателя преломления с высотой считать малым в пределах диаметра светового пучка.

4.2. ПЛОСКИЕ И СФЕРИЧЕСКИЕ ЗЕРКАЛА

4.27. Размер заднего окна автомобиля $B \times H = 120 \times 45$ см². Водитель сидит на расстоянии $L = 2$ м от заднего окна. Каковы должны быть минимальные размеры плоского зеркала заднего вида, висящего на расстоянии $l_0 = 0,5$ м перед водителем, чтобы водитель имел наилучший обзор дорожной обстановки за автомобилем?

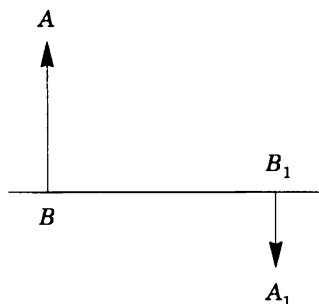


Рис. 4.11

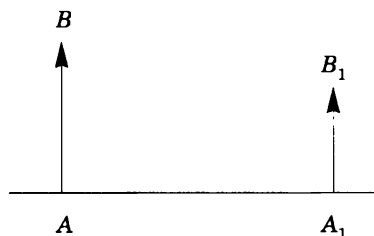


Рис. 4.12

4.28. На дне сосуда, заполненного водой, лежит плоское зеркало. Человек, наклонившийся над сосудом, видит изображение своего глаза в зеркале на расстоянии наилучшего зрения $d = 25$ см, когда расстояние от глаза до поверхности воды $h = 5$ см. Определите глубину сосуда l . Показатель преломления воды $n = 4/3$.

4.29. Какую минимальную высоту h_0 должно иметь зеркало, висящее на стене, чтобы человек мог видеть себя в нем во весь рост H ?

4.30. С помощью сферического зеркала получено изображение A_1B_1 предмета AB (рис. 4.11). Определите построением положение и фокус зеркала. Вогнутое или выпуклое это зеркало?

4.31. С помощью сферического зеркала получено изображение A_1B_1 предмета AB (рис. 4.12). Определите построением положение зеркала и его фокус.

4.32. Изображение S_1 точечного источника S получено с помощью вогнутого сферического зеркала, центр кривизны которого находится в точке O (рис. 4.13). Расстояния $SO = l$ и $SS_1 = L$ известны. Определите фокусное расстояние зеркала и выясните, при каком соотношении между l и L задача имеет решение.

4.33. Для получения направленного пучка света в прожекторе в качестве отражателя используется вогнутое сферическое зеркало диаметром $D = 20$ см с фокусным расстоянием $f = 1$ м. На каком расстоянии a от зеркала нужно расположить точечный источник, чтобы лучи, отразившиеся от зеркала, образовали на стене светлое пятно диаметром $d = 40$ см? Расстояние от зеркала до стены $L = 12$ м.

4.34. В фокус сферического зеркала прожектора помещен источник

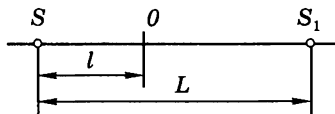


Рис. 4.13

света в виде светящегося диска радиусом $r = 1$ см. Найдите диаметр освещенного пятна на стене на расстоянии $L = 500$ м от прожектора, если фокусное расстояние сферического зеркала $f = 4$ м, а диаметр зеркала $d = 1$ м.

4.35. Два одинаковых вогнутых сферических зеркала поставлены друг против друга на расстоянии, равном четырем фокусным расстояниям. В фокусе одного зеркала помещен источник света. Найдите положение изображения источника.

4.36. Сходящиеся лучи падают на выпуклое сферическое зеркало кривизной $R = 60$ см так, что их продолжения пересекаются на оси системы в точке S на расстоянии $a = 15$ см за зеркалом. На каком расстоянии от зеркала сойдутся эти лучи после отражения? Будет ли точка их пересечения действительной? Решите эту же задачу для $R = 60$ см и $a = 40$ см.

4.37. Сходящиеся лучи падают на вогнутое сферическое зеркало с радиусом кривизны $R = 60$ см так, что их продолжения пересекаются на оси системы в точке S на расстоянии $a = 15$ см за зеркалом. На каком расстоянии от зеркала сойдутся эти лучи после отражения? Будет ли точка их пересечения действительной?

4.38. Человек смотрит в вогнутое сферическое зеркало и видит прямое изображение своего глаза. Угловой размер этого изображения в $\gamma = 1,8$ раза больше углового размера изображения, которое получилось бы в плоском зеркале, помещенном на таком же расстоянии $a = 24$ см. Определите радиус кривизны зеркала R .

4.39. На дне цилиндрического сосуда диаметром $D = 5$ см, высотой $H = 50$ см лежит вогнутое сферическое зеркало с радиусом кривизны $R = 80$ см. Сосуд до половины заполнен водой ($n = 1,33$). Найдите положение фокуса системы.

4.40. Сферическое зеркало лежит на горизонтальной поверхности. При этом изображение звезды, находящейся в зените, даваемое этим зеркалом, расположено на расстоянии a от зеркала. Зеркало до краев заполнили жидкостью, и после этого изображение звезды оказалось на расстоянии $0,7a$ от зеркала. Определите показатель преломления жидкости. Диаметр зеркала существенно меньше его радиуса кривизны.

4.41. За тонкой собирающей линзой с фокусным расстоянием $f_d = 15$ см расположено выпуклое сферическое зеркало с фокусным расстоянием $f_z = 5$ см. Система дает прямое изображение предмета с увеличением $\beta = 1$ независимо от его удаления от линзы. Определите расстояние между линзой и зеркалом, если зеркало находится между линзой и ее фокусом.

4.42. За тонкой рассеивающей линзой с фокусным расстоянием $f_d = 5$ см на расстоянии $l = 7$ см расположено вогнутое

сферическое зеркало. Система дает изображение предмета с увеличением $\beta = 1$ независимо от его удаления от линзы. Определите фокусное расстояние зеркала.

4.43. Радиус кривизны вогнутого сферического зеркала $R = 60$ см. Каково фокусное расстояние тонкой линзы, которую следует приставить вплотную к зеркалу, чтобы система давала прямое мнимое изображение предмета с увеличением $\beta = 1$?

4.44. Одна из поверхностей тонкой линзы посеребрена. На расстоянии $a = 34$ см от линзы на ее оси расположен точечный источник света. Оказалось, что линза дает параллельный пучок лучей независимо от того, какой стороной она обращена к источнику. Определите фокусное расстояние линзы (до серебрения).

4.45. С помощью системы концентрических зеркал на экране получено изображение Солнца (рис. 4.14). Каково должно быть фокусное расстояние тонкой линзы, чтобы с ее помощью получалось изображение Солнца такого же размера? Радиусы кривизны зеркал $R_1 = 12$ см и $R_2 = 30$ см.

4.46. На рисунке 4.15 изображена система из двух сферических зеркал: вогнутого Z_1 (радиус кривизны $R_1 = 20$ м) и выпуклого Z_2 (радиус кривизны $R_2 = 10$ м), расположенных на расстоянии $L = 5$ м друг от друга. Система предназначена для временной задержки короткого светового импульса, падающего на зеркало Z_1 на расстоянии $h = 20$ см от оптической оси в виде тонкого луча, параллельного оси. Через какое время этот луч выйдет через отверстие диаметра $d = 2$ см, расположенное в центре выпуклого зеркала?

4.47. В оптической системе, предназначенной для задержки во времени короткого светового импульса, используется многократное отражение света от двух вогнутых сферических зеркал Z_1 (радиус кривизны $R_1 = 10$ м) и Z_2 (радиус

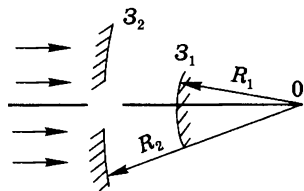


Рис. 4.14

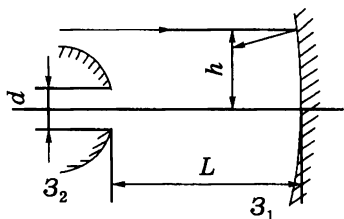


Рис. 4.15

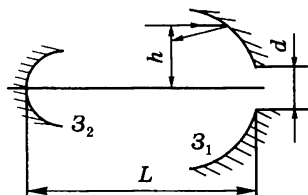


Рис. 4.16

кривизны $R_2 = 1$ м), расположенных на расстоянии $L = 5,5$ м друг от друга (рис. 4.16). В центре зеркала Z_1 имеется отверстие диаметра $d = 2$ мм. На это зеркало на высоте $h = 15$ см от оси падает короткий световой импульс в виде тонкого луча, параллельного оси. Через какое время этот луч выйдет через отверстие?

4.3. ЛИНЗЫ

4.48. На рисунке 4.17 показаны точечный источник света S , его изображение S_1 , полученное с помощью линзы, и оптическая ось линзы OO_1 . Определите построением положение линзы и найдите ее фокус. Действительное или мнимое это изображение?

4.49. На рисунке 4.18 дан ход луча ABC через рассеивающую линзу. Определите построением фокус линзы.

4.50. На рисунке 4.19 дан ход луча ABC через собирающую линзу. Постройте ход произвольного луча DE . Рассмотрите случаи, когда точка пересечения лучей AB и DE лежит слева и справа от линзы.

4.51. На рисунке 4.20 показаны точечный источник света S , его изображение S_1 , полученное с помощью собирающей

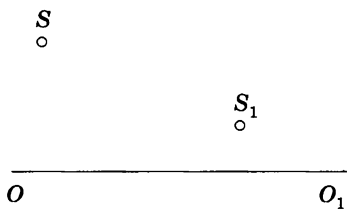


Рис. 4.17

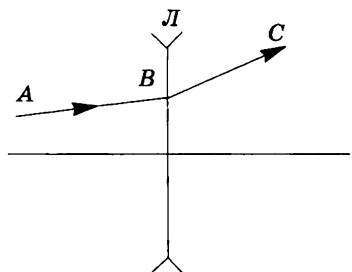


Рис. 4.18

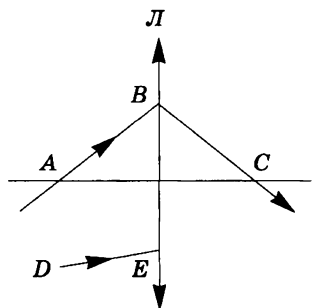


Рис. 4.19

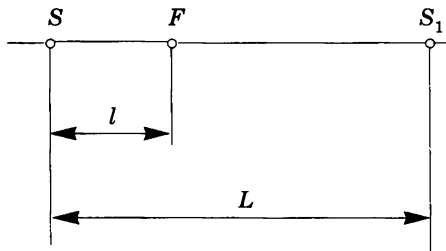


Рис. 4.20

линзы, и ближайший к источнику фокус линзы F . Расстояния $SF = l$ и $SS_1 = L$ заданы. Определите положение линзы и ее фокусное расстояние.

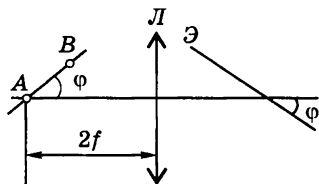


Рис. 4.21

4.52. На каком расстоянии a от собирающей линзы надо поместить предмет, чтобы расстояние между предметом и его действительным изображением было минимальным? Фокусное расстояние линзы равно f .

4.53. Расстояние между точечным источником света и экраном равно L . Линза, помещенная между ними, дает на экране четкое изображение при двух положениях, расстояние между которыми равно l . Определите фокусное расстояние линзы.

4.54. С помощью собирающей линзы получают изображения двух точечных источников A и B . Источник A расположен на оптической оси на двойном фокусном расстоянии от линзы; источник B смещен от оси на небольшое расстояние так, что линия, соединяющая оба источника, образует с оптической осью угол $\varphi = 30^\circ$ (рис. 4.21). Под каким углом ψ к оптической оси следует расположить плоский экран, чтобы одновременно получить на нем четкие изображения обоих источников?

4.55. Расстояние по оси между предметом и его прямым изображением, даваемым линзой, $l = 5$ см. Линейное увеличение $\beta = 0,5$. Определите фокусное расстояние линзы.

4.56. С помощью линзы на экране получено изображение предмета с увеличением $\beta_1 = 2$. Каково будет увеличение, если расстояние между предметом и экраном увеличить в 1,6 раза?

4.57. Линза с фокусным расстоянием $f = 12$ см создает на экране изображение предмета с увеличением $\beta_1 = 9$. Другая линза при этом же расстоянии между предметом и экраном дает увеличение $\beta_2 = 3$. Найдите фокусное расстояние второй линзы.

4.58. Осветитель, предназначенный для получения направленных световых пучков, состоит из точечного источника света и линзы диаметра $D = 6$ см с фокусным расстоянием $f = 15$ см. На каком расстоянии от линзы должен быть расположен источник, чтобы лучи, прошедшие через линзу, образовали на экране световое пятно диаметром $d = 4$ см? Расстояние от линзы до экрана $L = 100$ см.

4.59. Предмет и его прямое изображение расположены симметрично относительно фокуса линзы. Расстояние от предмета до фокуса линзы $l = 4$ см. Найдите фокусное расстояние линзы.

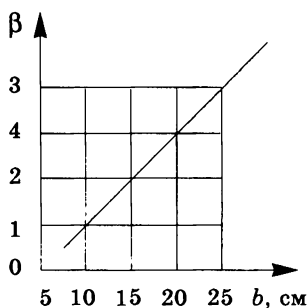


Рис. 4.22

4.60. Расстояние от заднего фокуса собирающей линзы до изображения в 9 раз больше расстояния от переднего фокуса до предмета. Найдите увеличение линзы.

4.61. С помощью линзы получают действительное изображение предмета с увеличением $\beta = 1,5$. Затем линзу передвигают на расстояние $l = 12$ см и получают мнимое изображение того же размера. Определите фокусное расстояние линзы.

4.62. Линзу, дающую действительное изображение предмета, передвинули на расстояние, равное ее фокусному расстоянию. При этом получилось мнимое изображение того же размера. Найдите увеличение линзы.

4.63. Опытным путем определили зависимость увеличения β от расстояния b между линзой и экраном, на котором получают изображение предмета (рис. 4.22). Найдите фокусное расстояние линзы.

4.64. На главной оптической оси положительной линзы лежит спичка так, что ее середина находится на двойном фокусном расстоянии от линзы. С каким увеличением β изображается спичка, если ее длина вдвое меньше фокусного расстояния линзы?

4.65. Вдоль прямой, параллельной главной оптической оси линзы и отстоящей от нее на расстояние $a = 5$ см, ползет к линзе муравей с постоянной скоростью $v_0 = 1,6$ см/с (рис. 4.23). Найдите скорость перемещения изображения муравья в тот момент, когда он проползает через фокальную плоскость линзы. Линза тонкая, рассеивающая с фокусным расстоянием $f = 10$ см.

4.66. Вдоль прямой, проходящей через фокус тонкой собирающей линзы и составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с ее главной

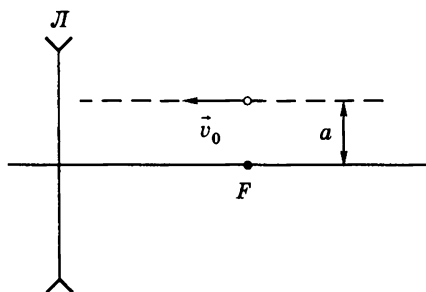


Рис. 4.23

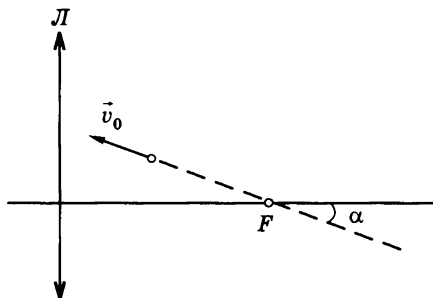


Рис. 4.24

оптической осью, ползет в сторону линзы жук с постоянной скоростью $v_0 = 2$ см/с (рис. 4.24). Найдите скорость перемещения изображения жука в тот момент, когда он находится на расстоянии от плоскости линзы, равном половине фокусного расстояния линзы.

4.67. С помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием f получено объемное действительное изображение прозрачного кубика со стороной l . Изображение ближней к линзе грани кубика находится на расстоянии $2f$ от линзы. Найдите объем полученного изображения.

4.68. Точечный источник света расположен на расстоянии $a = 30$ см от собирающей линзы, оптическая сила которой $D = 5$ дптр. На какое расстояние сместится изображение источника, если между линзой и источником поместить толстую стеклянную пластинку толщиной $L = 15$ см с показателем преломления $n = 1,57$?

4.69. Плосковыпуклая толстая линза толщиной $l = 5$ см с радиусом кривизны выпуклой части $R = 2,5$ см изготовлена из стекла с показателем преломления $n = 1,5$ (рис. 4.25). Где находятся фокусы такой линзы? Углы преломления считать малыми.

4.70. Плосковогнутая толстая линза толщиной $l = 6$ см (рис. 4.26) с радиусом кривизны вогнутой части $R = 3$ см изготовлена из стекла с показателем преломления $n = 1,5$. На

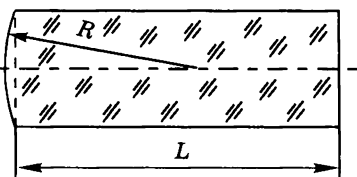


Рис. 4.25

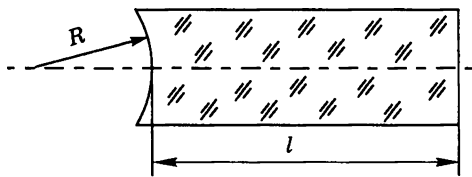


Рис. 4.26

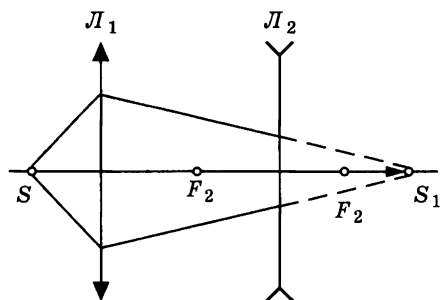


Рис. 4.27

каком расстоянии от плоской поверхности находятся фокусы такой линзы? Углы преломления считать малыми.

4.71. Источник света расположен на двойном фокусном расстоянии от собирающей линзы на ее оси. За линзой перпендикулярно оптической оси помещено плоское зеркало. На каком расстоянии от линзы нужно поместить зеркало, чтобы лучи, отраженные от зеркала, пройдя вторично через линзу, стали параллельными?

4.72. Собирающая линза L_1 дает в точке S_1 действительное изображение источника света S , расположенного на оптической оси линзы (рис. 4.27). Между линзой L_1 и изображением S_1 поставлена рассеивающая линза L_2 , положения фокусов которой заданы. Найдите построением новое положение изображения источника. Рассмотрите случай, когда расстояние между S_1 и L_2 больше фокусного расстояния линзы L_2 .

4.73. Оптическая система состоит из двух линз с одинаковыми фокусными расстояниями $f_1 = f_2 = f$, расположенных на расстоянии $l = f/2$ друг от друга. При каких положениях предмета его изображение будет мнимым? Предмет находится на оптической оси системы.

4.74. Оптическая система состоит из двух линз с фокусными расстояниями $f_1 = +5$ см и $f_2 = -5$ см, раздвинутых на расстояние $l = 5$ см. При каких положениях предмета (со стороны линзы L_1) эта система будет давать мнимое изображение?

4.75. Две собирающие линзы с фокусными расстояниями f_1 и f_2 расположены на одной оси. С помощью этой системы линз получают изображение предмета, причем оказалось, что размер изображения не зависит от расстояния между предметом и системой линз. Найдите расстояние l между линзами.

4.76. Объектив состоит из двух собирающих линз с фокусными расстояниями $f_1 = 5$ см и $f_2 = 15$ см. Линзы располо-

жены на расстоянии $l = 10$ см друг от друга. Определите положения главных фокусов объектива.

4.77. Объектив состоит из двух линз: собирающей с фокусным расстоянием $f_1 = 15$ см и рассеивающей с фокусным расстоянием $f_2 = -15$ см. Линзы расположены на расстоянии $l = 10$ см друг от друга. Определите положения главных фокусов объектива.

4.78. Объектив состоит из двух линз: собирающей с фокусным расстоянием $f_1 = 20$ см и рассеивающей с фокусным расстоянием $f_2 = -10$ см. Линзы расположены на расстоянии $l = 15$ см друг от друга. С помощью объектива получают на экране изображение Солнца. Какое фокусное расстояние f должна иметь линза, чтобы изображение Солнца, полученное с ее помощью, имело такой же размер?

4.79. Покажите, что оптическая сила системы, состоящей из двух линз, приложенных вплотную друг к другу, равна сумме оптических сил этих линз.

4.80. Из тонкой плоскопараллельной стеклянной пластинки изготовлены три линзы (рис. 4.28). Оказалось, что фокусное расстояние линз 1 и 2, составленных вместе, равно $f_{1,2} < 0$; фокусное расстояние линз 2 и 3, также приложенных вплотную друг к другу, равно $f_{2,3} < 0$. Предполагая, что линзы тонкие, найдите фокусные расстояния каждой из трех линз.

4.81. Две плосковыпуклые линзы, будучи сложены плоскими сторонами, образуют линзу с фокусным расстоянием f_1 . Найдите фокусное расстояние f_2 линзы, которая получится, если сложить эти линзы выпуклыми сторонами, а пространство между ними заполнить водой. Показатели преломления стекла и воды $n = 1,66$ и $n_{\text{в}} = 1,33$.

4.82. Две плосковогнутые линзы, будучи сложены плоскими сторонами, образуют линзу с фокусным расстоянием f_1 . Найдите фокусное расстояние f_2 линзы, которая получится, если сложить эти линзы вогнутыми сторонами, а пространство между ними заполнить водой. Показатели преломления стекла и воды равны $n = 1,66$ и $n_{\text{в}} = 1,33$.

4.83. Если линзу опустить в воду ($n_1 = 1,33$), то ее фокусное расстояние будет равно 1 м. Если ее опустить в сероуглерод ($n_2 = 1,6$), то ее фокусное расстояние возрастет до 10 м. Найдите фокусное расстояние линзы в воздухе.

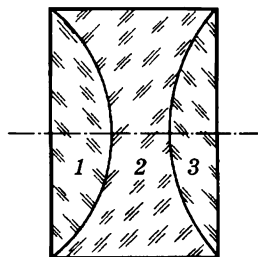


Рис. 4.28

4.4. ФОТОМЕТРИЯ

4.84. Если приблизиться к точечному источнику света на 100 м, то освещенность возрастет в 1,5 раза. На каком расстоянии от него первоначально находился наблюдатель?

4.85. Определите силу света лампы уличного освещения, необходимую для того, чтобы освещенность на земле посередине между фонарями была равна $E = 0,2$ лк. Лампы подвешены на высоте $h = 10$ м, расстояние между столбами $l = 40$ м. При расчете учитывать освещенность, даваемую двумя соседними фонарями.

4.86. Точечный источник света помещен на некотором расстоянии L от экрана и дает в центре экрана освещенность $E = 1$ лк. Как изменится освещенность, если по другую сторону от источника на том же расстоянии поместить плоское идеально отражающее зеркало? Плоскости экрана и зеркала параллельны.

4.87. На расстоянии $L = 1$ м от экрана находится матовая лампочка. С помощью линзы, перемещая последнюю, дважды получают на экране четкое изображение лампочки. Освещенности изображений при этом отличаются в 9 раз. Определите фокусное расстояние линзы.

4.88. С помощью тонкой линзы на экране было получено изображение протяженного источника света с линейным увеличением $\beta_1 = 2$. Затем экран был передвинут в другое положение, и на нем вновь было получено с помощью той же линзы изображение источника с линейным увеличением $\beta_2 = 5$. Определите отношение освещенностей изображений в этих случаях.

4.89. На расстоянии $L = 1$ м от небольшого экрана расположен точечный источник света. Посередине между источником и экраном поместили линзу. Оказалось, что освещенность экрана не изменилась. Определите фокусное расстояние линзы.

4.90. На расстоянии $L = 5$ м от экрана расположен светящийся диск диаметром $d = 1$ см. Между источником света и экраном поместили собирающую линзу диаметром $D = 2$ см и с ее помощью получили на экране изображение диска. Оказалось, что освещенность изображения равна освещенности линзы. Определите фокусное расстояние линзы.

4.91. Рассеивающая линза с фокусным расстоянием $f_1 = -10$ см расположена на расстоянии $L = 10$ см от экрана. На линзу вдоль оптической оси падает параллельный пучок света. Во сколько раз изменится освещенность в центре экрана, если на пути пучка поставить собирающую линзу с фокусным

расстоянием $f_2 = 20$ см, так что расстояние между линзами будет равно $L = 10$ см?

4.92. Две собирающие линзы с одинаковыми фокусными расстояниями f расположены на расстоянии $f/2$ друг от друга (рис. 4.29). С помощью этой системы получены два изображения Солнца: одно образовано лучами, которые после преломления в линзе L_1 миновали линзу L_2 , другое — лучами, прошедшими последовательно через обе линзы. При каком отношении диаметров линз освещенности изображения будут одинаковы?

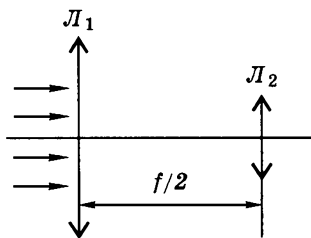


Рис. 4.29

4.93. Собирающая линза диаметром $d = 2$ см с фокусным расстоянием $f = 20$ см освещается широким параллельным пучком света. Идеальное плоское зеркало расположено за линзой так, что 25% светового потока, прошедшего через линзу и отразившегося от зеркала, снова попадает на линзу. Найдите расстояние между линзой и зеркалом.

4.94. На рассеивающую линзу диаметром $d = 2$ см с фокусным расстоянием $f = 20$ см падает широкий параллельный пучок света. За линзой на расстоянии $l = 15$ см стоит плоское идеальное зеркало. Какая часть светового потока, прошедшего через линзу, снова упадет на нее после отражения от зеркала?

4.95. В главном фокусе вогнутого зеркала с радиусом кривизны $R = 2$ м находится точечный источник света. На расстоянии $L = 10$ м от источника помещен экран, перпендикулярный главной оптической оси зеркала. Во сколько раз освещенность в центре светового пятна, получающегося на экране, больше, чем освещенность в том же месте экрана, создаваемая источником при отсутствии зеркала? Потери света в воздухе и при отражении пренебречь.

4.96. Чем легче поджечь кусок дерева: вогнутым зеркалом с диаметром оправы $D = 1$ м и радиусом кривизны $R = 10$ м или линзой с диаметром $d = 2$ см и фокусным расстоянием $f_1 = 4$ см? Источником света служит Солнце.

4.97. Правдоподобна ли легенда о том, что греческие воины по совету Архимеда сожгли деревянный корабль римлян, направив на него солнечные лучи, отраженные от плоских щитов? Сколько для этого понадобилось бы воинов? Известно, что в солнечную погоду удастся зажечь кусок сухой древесины при помощи линзы диаметра $d = 3$ см с фокусным расстоянием $f = 0,1$ м. Угловой размер Солнца $\alpha = 0,01$ рад. Диаметр щита $D = 1$ м, расстояние до корабля $L = 20$ м.

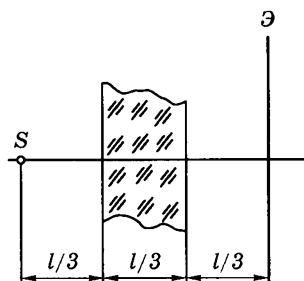


Рис. 4.30

4.98. На расстоянии l от экрана \mathcal{E} находится точечный источник света S . Между экраном и источником поместили плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной $l/3$ (расположение показано на рис. 4.30). Оказалось, что освещенность вблизи центра экрана не изменилась. Какая часть световой энергии теряется при прохождении пластинки? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

4.99. На расстоянии L от небольшого экрана находится точечный источник света. Между источником и экраном поместили собирающую линзу так, что источник расположен в фокусе линзы. Оказалось, что освещенность экрана не изменилась. Какая часть световой энергии теряется при прохождении линзы? Фокусное расстояние линзы $f = 2L/3$.

4.100. Аппарат для фотографирования Солнца имеет объектив с фокусным расстоянием $f = 10$ м. Перед объективом расположена круглая диафрагма диаметром $D = 5$ см. Применяемая фотопленка имеет чувствительность $H = 10$ лк·с. Каким должно быть при этих условиях время экспозиции τ ? Известно, что прямые солнечные лучи создают на перпендикулярной им площадке освещенность $E = 4 \cdot 10^4$ лк. Угловой диаметр Солнца $\alpha = 0,01$ рад.

4.101. Луна в полнолуние создает на Земле освещенность $E = 0,1$ лк (на площадке, перпендикулярной лучам). При фотографировании лунного диска фотопленку с чувствительностью $H = 1$ лк·с расположили в фокальной плоскости объектива астрономического телескопа. Качественная фотография была получена при времени экспозиции $\tau = 0,1$ с. Определите светосилу объектива (т. е. квадрат отношения диаметра к фокусному расстоянию). Угловой размер Луны $\alpha = 0,01$ рад.

4.102. Энергия солнечных лучей, падающих на поверхность Луны, частично поглощается (коэффициент поглощения $\alpha = 90\%$) и частично рассеивается. Во сколько раз освещенность поверхности Земли во время полнолуния меньше освещенности, создаваемой прямыми солнечными лучами? Угловой диаметр Луны, видимый с Земли, $\varphi = 10^{-2}$ рад. Считать, что освещенная поверхность Луны рассеивает свет равномерно в телесный угол 2π .

4.103. Яркая кратковременная вспышка в воздухе производит на наблюдателя, находящегося от нее на расстоянии 1 км, эффект, близкий к временной потере зрения. В этих же погодных условиях вспышка со световым излучением, в

100 раз более сильным, производит такой же эффект на наблюдателя, находящегося на расстоянии 5 км. Какой должна быть вспышка, чтобы она произвела такой же эффект на наблюдателя, находящегося от нее на расстоянии 9 км?

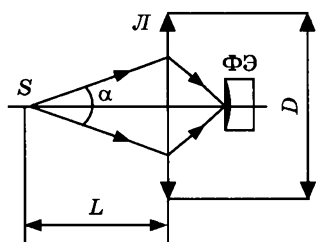


Рис. 4.31

4.104. В системе оптической связи передающий луч имеет вид конуса с углом при вершине $\alpha = 10^{-4}$ рад (угол расходимости пучка). В приемном устройстве световая энергия фокусируется с помощью линзы диаметром $D = 1$ м на фотоэлемент (рис. 4.31). Оказалось, что при изменении расстояния L между передатчиком и приемником от 5 до 10 км сигнал на выходе фотоэлемента из-за поглощения света в атмосфере уменьшился в два раза. Во сколько раз изменится сигнал при изменении расстояния L от 10 до 20 км?

4.105. Монохроматическое инфракрасное излучение при распространении в атмосфере поглощается парами воды, так что при нормальном давлении и температуре $t = 20^\circ\text{C}$ энергия излучения падает в 5 раз на горизонтальном участке длины $L = 4,35$ км. Как поглощается это излучение при прохождении всей атмосферы Земли по вертикали? Средняя молярная масса воздуха (с учетом водяного пара) $\mu = 28,7$ г/моль. Отношение давления паров воды к общему давлению считать постоянным по всей высоте атмосферы.

4.106. Известно, что инфракрасное излучение определенной длины волны сильно поглощается метаном (CH_4). При нормальных условиях слой чистого метана толщиной $d = 1$ см поглощает $\alpha = 98\%$ энергии излучения. Во сколько раз ослабится такое излучение при прохождении атмосферы Земли по вертикали? При расчете относительное содержание метана в атмосфере (по массе) принять равным $\beta = 1,4 \cdot 10^{-6}$.

4.107. Направленный пучок инфракрасного излучения ослабляется из-за рассеяния на каплях тумана. Радиус капель $r_1 = 5$ мкм, масса воды в единице объема воздуха $\gamma_1 = 0,002$ г/м³. На каком расстоянии в таком тумане пучок ослабится так же, как на расстоянии $l_0 = 1$ км в тумане из капель радиуса $r_0 = 20$ мкм при $\gamma_0 = 0,02$ г/м³?

4.108. В дымовой завесе из непрозрачных частиц радиуса $r_1 = 5$ мкм при массе вещества в единице объема воздуха $\gamma_1 = 0,04$ г/м³ дальность видимости составляет $l_1 = 50$ м. Сколько вещества в единице объема воздуха распыляется источником завесы из частиц радиуса $r_2 = 10$ мкм, если видимость сокращается до $l_2 = 20$ м?

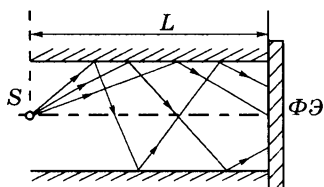


Рис. 4.32

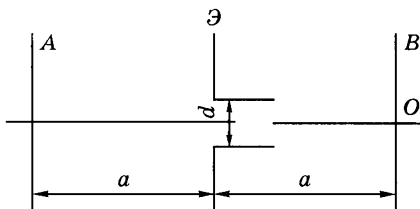


Рис. 4.33

4.109. На оси длинной тонкой трубки радиуса $r = 1$ см с зеркально отражающими внутренними стенками расположен точечный источник S (рис. 4.32), сила света которого $I = 10$ кд. У торца трубки на расстоянии $L = 1$ м от источника расположен фотозаэлемент. Лучи от источника могут достигать светочувствительной поверхности как без отражения на стенках трубки, так и после нескольких отражений. Найдите световой поток, попадающий на фотозаэлемент после трехкратного отражения на стенках.

4.110. Небольшой черный шарик, поглощающий все световые лучи, при освещении Солнцем нагревается до температуры t_1 . До какой температуры t_2 нагреется шарик, если сфокусировать на нем изображение Солнца с помощью линзы диаметром D с фокусным расстоянием f ? Энергия, теряемая шариком в единицу времени за счет теплообмена, пропорциональна площади его поверхности и разности температур шарика и окружающего воздуха. Температура воздуха равна t_0 . Рассмотрите случай, когда диаметр шарика меньше диаметра изображения Солнца. Угловой диаметр Солнца равен α .

4.111. Экран освещается прямыми солнечными лучами. Как изменится освещенность экрана, если между ним и Солнцем на расстоянии $l = 1$ м от экрана поместить матовый стеклянный шарик диаметром $d = 5$ см, равномерно рассеивающий во все стороны падающий на него свет?

4.112. На некотором расстоянии a справа от равномерно светящейся плоскости A расположен экран с круглым отверстием диаметром d (рис. 4.33). На таком же расстоянии a справа от экрана расположено матовое стекло B . Найдите освещенность центрального участка матового стекла (в точке O), если известно, что светящаяся плоскость излучает за единицу времени с единицы поверхности в единицу телесного угла световой поток Φ . Считать, что $d \ll a$.

4.113. Тепловой фотоприемник представляет собой полую камеру с площадью внутренней поверхности $S = 2$ см², имеющую небольшое отверстие площадью $\sigma = 1$ мм² (рис. 4.34).

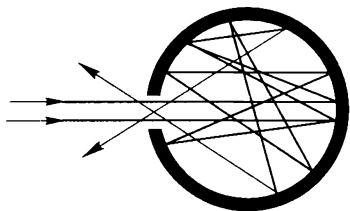


Рис. 4.34

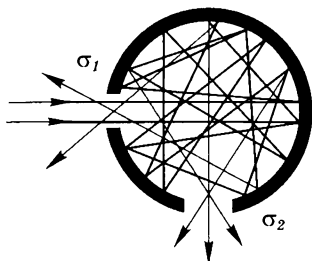


Рис. 4.35

Внутренняя поверхность камеры поглощает незначительную часть света (коэффициент поглощения $\alpha = 0,01$), а остальную часть рассеивает. В этих условиях внутри полости создается равномерно распределенное по всем направлениям излучение. Какая часть светового потока, попадающего на входное отверстие камеры, выходит через него обратно?

4.114. Световой поток через небольшое отверстие попадает внутрь полости, имеющей площадь поверхности $S = 5 \text{ см}^2$ (рис. 4.35). Стенки полости небольшую часть света поглощают, а остальную рассеивают. В этих условиях внутри полости создается равномерно распределенное по всем направлениям излучение. Из второго отверстия (сечения отверстий $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma = 2 \text{ мм}^2$) выходит $n = 1/5$ светового потока, попадающего на входное отверстие. Определите коэффициент поглощения стенок полости.

4.5. ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

4.115. Демонстрация кинофильма происходит в зале длиной $L = 20 \text{ м}$. Экран имеет размер $3,6 \times 4,8 \text{ м}$. Определите фокусное расстояние объектива кинопроектора. Размер кадра на киноплёнке $18 \times 24 \text{ мм}$.

4.116. Проекционный аппарат, объектив которого имеет фокусное расстояние f_1 , установлен на расстоянии L от экрана. Во сколько раз изменится размер изображения, если на объектив надеть насадочную рассеивающую линзу с фокусным расстоянием f_2 ?

4.117. В проекционном аппарате используется объектив, состоящий из двух собирающих линз ($f_1 = 20 \text{ см}$ и $f_2 = 15 \text{ см}$), расположенных на расстоянии $a = 5 \text{ см}$ друг от друга. С каким увеличением будет проецироваться диапозитив на экран, расположенный на расстоянии $L = 10 \text{ м}$ от объектива проектора? К диапозитиву обращена линза с фокусным расстоянием f_2 .

4.118. Близорукий человек может отчетливо видеть предметы на расстоянии не более $d_1 = 20$ см от глаз. Чему равны оптическая сила и фокусное расстояние очков при рассматривании дальних предметов для такого близорукого глаза?

4.119. Определите фокусное расстояние и оптическую силу очков, нужных для чтения дальнорукому человеку, для которого расстояние наилучшего зрения $d_1 = 50$ см.

4.120. Пределы аккомодации у близорукого человека лежат между $d_1 = 10$ см и $d_2 = 25$ см. Как изменятся эти пределы, если человек наденет очки с оптической силой $D = -4$ дптр?

4.121. При рассматривании своего лица человеку удобно располагать плоское зеркало на расстоянии $l = 25$ см от лица. Какие очки вы порекомендуете этому человеку для чтения текста?

4.122. Человек для чтения текста надевает очки с оптической силой $D = -4$ дптр. На каком расстоянии l ему удобно располагать плоское зеркало при рассматривании своего лица без очков?

4.123. Человека ростом 175 см фотографируют, используя фотоаппарат с фокусным расстоянием объектива 5 см и пленкой 24×36 мм. Можно ли получить изображение человека во весь рост, если он стоит на расстоянии 3 м от объектива?

4.124. Объектив фотоаппарата с фокусным расстоянием $f = 10$ см позволяет вести съемку с минимального расстояния $a_1 = 2$ м. Какой толщины переходное кольцо необходимо использовать для съемки с расстояния $a_2 = 1$ м? Переходное кольцо устанавливается между объективом и пленкой и служит для дополнительного увеличения расстояния между ними.

4.125. Газетный текст фотографируется аппаратом «Зенит» с объективом, имеющим фокусное расстояние $f = 50$ мм, дважды: а) с наименьшего допустимого для этого объектива расстояния $a = 0,5$ м; б) через удлинительное кольцо высотой $h = 25$ мм, присоединив объектив к камере (также с минимально возможного в этом случае расстояния). Найдите отношение размеров изображений, полученных на фотопленке в этих случаях.

4.126. Объектив фотоаппарата с фокусным расстоянием 60 см позволяет вести съемку с максимальным увеличением $1/7$. При какой минимальной толщине переходного кольца этим аппаратом можно сфотографировать книжную страницу размером 120×180 мм, если размер кадра на пленке 24×36 мм?

4.127. Телеобъектив с фокусным расстоянием $f = 1$ м и переходное кольцо толщиной $h = 9$ см позволяют снимать фотоаппаратом с расстояния не меньше $a = 11$ м. С какого минимального расстояния можно вести съемку с помощью этого объектива без кольца?

4.128. Фотоаппарат сфокусирован на бесконечность. На каком расстоянии предметы на снимке будут получаться достаточно резкими? Изображение считайте резким, если размытие его деталей не превышает $d = 0,1$ мм. Фокусное расстояние объектива $f = 50$ мм, отношение диаметра объектива к его фокусному расстоянию равно $1/2$.

4.129. Бегун был сфотографирован на расстоянии $a = 10$ м фотоаппаратом, имеющим объектив с фокусным расстоянием $f = 50$ мм. Размытие деталей изображения на пленке оказалось равным $d = 1$ мм. Время экспозиции $\tau = 1/50$ с. Определите скорость бегуна.

4.130. Какое время может быть открыт затвор фотоаппарата при съемке прыжка в воду с вышки? Фотографируется момент погружения в воду. Высота вышки $H = 5$ м. Фотограф стоит в лодке на расстоянии $a = 10$ м от места погружения прыгуна. Объектив фотоаппарата имеет фокусное расстояние $f = 10$ см. На негативе допустимо размытие изображения $d = 0,5$ мм.

4.131. При аэрофотосъемках используется фотоаппарат, объектив которого имеет фокусное расстояние $f = 8$ см. Минимальный размер различных деталей изображения на фотопленке (разрешающая способность пленки) $d = 10$ мкм. На какой высоте должен лететь самолет, чтобы на фотографии можно было различить листья деревьев размером $l = 5$ см? При какой скорости самолета изображение оказывается различимым, если время экспозиции $\tau = 10^{-3}$ с?

4.132. При аэрофотосъемке местности был применен фотоаппарат с объективом, состоящим из собирающей ($f_1 = 10$ см) и рассеивающей ($f_2 = -15$ см) линз, расположенных на расстоянии $a = 5$ см друг от друга. Какой участок местности можно сфотографировать с помощью такого объектива с высоты $H = 750$ м на фотопленку с размером кадра $2,4 \times 3,6$ см. К фотопленке обращена рассеивающая линза.

4.133. На фотопленке после проявления из-за конечной разрешающей способности пленки получают достаточно резко не только те предметы (находящиеся на расстоянии a_0), на которые наведен объектив фотоаппарата, но также предметы, находящиеся несколько ближе и несколько дальше этого расстояния, т. е. резко изображаются предметы, лежащие внутри некоторой области $a_1 - a_2$ ($a_1 < a_0 < a_2$; $a_1 -$

ближняя граница глубины резкости, a_2 — дальняя). При фотографировании некоторого объекта резко получились предметы, находящиеся от фотоаппарата на расстояниях от $a_1 = 7,5$ м до $a_2 = 15$ м. На каком расстоянии находится фотографируемый объект?

4.134. Из-за конечной разрешающей способности фотопленки при фотографировании резко получаются предметы, находящиеся от фотоаппарата на расстояниях от $a_1 = 15$ м до $a_2 = 30$ м. Не меняя наводки фотоаппарата, объектив задиафрагмировали (т. е. уменьшили диаметр открытой части линзы объектива). При этом ближняя граница глубины резкости стала равной $a_1 = 10$ м. Найдите дальнюю границу глубины резкости.

4.135. При фотографировании удаленного точечного источника на фотографии из-за невысокого качества объектива и применяемого фотоматериала получается светлый кружок диаметром $d = 0,1$ мм. С какого максимального расстояния можно сфотографировать в тех же условиях два точечных источника, расположенные на расстоянии $l = 1$ см друг от друга, чтобы на фотографии их изображения еще не перекрывались? Фокусное расстояние объектива $f = 5$ см.

4.136. В микроскопе фокусное расстояние объектива $f_1 = 5,4$ мм, а окуляра $f_2 = 2$ см. Предмет находится на расстоянии $a_1 = 5,6$ мм от объектива. Определите увеличение микроскопа для нормального глаза и длину микроскопа (расстояние между объективом и окуляром).

4.137. Фокусное расстояние объектива микроскопа равно $f_1 = 1,6$ см, окуляра $f_2 = 2,5$ см, длина тубуса $L = 16$ см. Чему равны расстояние до предмета a , увеличение объектива β и общее увеличение микроскопа γ ?

4.138. В микроскопе с фокусными расстояниями объектива $f_1 = 9$ мм и окуляра $f_2 = 3$ см изображение проектируется на экран, расположенный на расстоянии $l = 1$ м от окуляра. Длина тубуса микроскопа $L = 16$ см. Найдите увеличение микроскопа.

4.139. Телескоп астрофизической обсерватории имеет фокусное расстояние $f = 30$ м. Каков максимально допустимый угол качания главного зеркала, обусловленный сотрясениями фундамента обсерватории, чтобы была полностью использована разрешающая способность пленки, на которой ведется фотографирование астрономических объектов? Пленка расположена в фокальной плоскости зеркала телескопа. Ее разрешающая способность, определяемая зернистой структурой фотоэмульсии, $d = 20$ мкм.

4.140*. Зрительная труба с фокусным расстоянием объектива $f = 50$ см установлена на бесконечность. На какое расстояние надо передвинуть окуляр трубы, чтобы ясно видеть предметы на расстоянии $a = 50$ м?

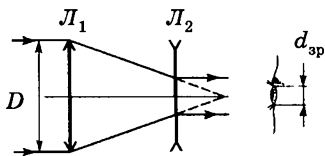


Рис. 4.36

4.141. Перед объективом зрительной трубы Галилея (с рассеивающей линзой в качестве окуляра) помещен предмет на расстоянии $a > f_1$. Отношение фокусных расстояний объектива и окуляра $f_1/f_2 = -10$. Труба установлена на бесконечность. Найдите линейное увеличение трубы β . Определите характер изображения.

4.142. Диаметр объектива трубы Галилея $D = 6$ см (рис. 4.36). Угловое увеличение трубы $\gamma = 60$. С какого максимального расстояния можно увидеть свет зажженной спички с помощью этой трубы, если невооруженным глазом это можно сделать с расстояния $L = 1$ км? Диаметр зрачка $d_{зр} = 0,3$ см. Потерями света пренебречь.

4.143. Наблюдатель рассматривает удаленный предмет с помощью зрительной трубы Кеплера. В качестве объектива и окуляра трубы используются линзы с фокусными расстояниями $f_1 = 30$ см и $f_2 = 5$ см. Наблюдатель видит четкое изображение предмета, если расстояние между объективом и окуляром трубы находится в пределах от $L_1 = 33$ см до $L_2 = 34,5$ см. На каких расстояниях наблюдатель отчетливо видит предмет невооруженным глазом?

4.144. Человек с нормальным зрением рассматривает удаленный предмет с помощью зрительной трубы Галилея. В качестве объектива и окуляра используются линзы с фокусными расстояниями $f_1 = 40$ см и $f_2 = -2$ см. При каких расстояниях между окуляром и объективом наблюдатель увидит четкое изображение предмета, если глаз может аккомодироваться от 10 см до бесконечности?

4.145. Объективом театрального бинокля служит собирающая линза с фокусным расстоянием $f_1 = 8$ см, окуляром — рассеивающая линза с фокусным расстоянием $f_2 = -4$ см. Чему равно расстояние между объективом и окуляром, если изображение рассматривается глазом с расстояния наилуч-

* В данной и ряде последующих задач не содержится указаний относительно аккомодации глаза наблюдателя. В подобных случаях рекомендуется решать задачи в предположении, что глаз аккомодирован на бесконечность.

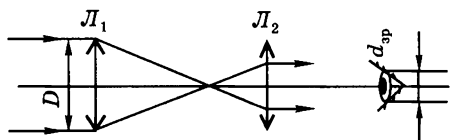


Рис. 4.37

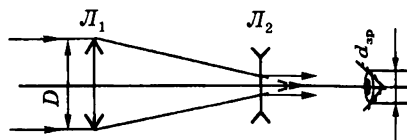


Рис. 4.38

шего зрения? На сколько нужно переместить окуляр для того, чтобы изображение можно было рассматривать глазом, аккомодированным на бесконечность?

4.146. Два зрителя — близорукий и дальнозоркий — смотрят по очереди на сцену в один и тот же театральный бинокль. Которому из них приходится сильнее раздвигать трубку бинокля, если в обоих случаях изображение рассматривается с расстояния наилучшего зрения? Подсчитайте изменение длины трубки бинокля при передаче его одним зрителем другому, если фокусное расстояние окуляра (рассеивающей линзы) $f_2 = -4$ см, а расстояния наилучшего зрения близорукого и дальнозоркого зрителей равны $d_1 = 20$ см и $d_2 = 50$ см.

4.147. Объективом трубы Кеплера служит линза диаметром $D = 7,5$ см с фокусным расстоянием $f_1 = 50$ см. Каково фокусное расстояние окуляра, если при наблюдении с помощью этой трубы Луна кажется в четыре раза менее яркой по сравнению с наблюдением невооруженным глазом? Диаметр зрачка $d_{зр} = 0,3$ см.

4.148. Во сколько раз изменится освещенность изображения Луны на сетчатке глаза при наблюдении с помощью трубы Кеплера, если уменьшить диаметр объектива в три раза (диафрагмирование)? Первоначальный диаметр объектива $D = 15$ см, увеличение $\gamma = 25$. Диаметр зрачка глаза $d_{зр} = 0,3$ см.

4.149. В школьном физическом кружке была собрана труба Кеплера (рис. 4.37) с угловым увеличением $\gamma = 10$. Диаметр объектива $D = 6$ см. С какого максимального расстояния можно увидеть свет зажженной спички с помощью этой трубы, если невооруженным глазом это можно сделать с расстояния $L = 1$ км? Диаметр зрачка $d_{зр} = 0,3$ см. Потерями света пренебречь.

4.150. Диаметр объектива трубы Галилея $D = 6$ см (рис. 4.38). Угловое увеличение трубы $\gamma = 60$. С какого максимального расстояния можно увидеть свет зажженной спички с помощью этой трубы, если невооруженным глазом это можно сделать с расстояния $L = 1$ км? Диаметр зрачка $d_{зр} = 0,3$ см. Потерями света пренебречь.

4.6. ЭЛЕМЕНТЫ ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ

4.151. Свет от лазера с длиной волны $\lambda = 633$ нм распространяется в стекле с показателем преломления $n = 1,5$. Чему равны его частота, длина волны и скорость распространения?

4.152. Луч лазера с длиной волны $\lambda = 633$ нм расщепляется на два. Один проходит через прозрачную пленку толщиной $d_1 = 4,3$ мкм и показателем преломления $n_1 = 1,4$, а другой — через пленку с $d_2 = 3,5$ мкм и $n_2 = 1,6$. Чему равна разность фаз между лучами, если остальной путь у них был одинаков?

4.153. Найдите толщину мыльной пленки ($n = 1,33$), которая будет казаться черной при освещении ее зеленым светом ($\lambda = 520$ нм).

4.154. Стеклопленочная поверхность покрыта тонкой пленкой ацетона ($n = 1,25$). Сверху перпендикулярно поверхности падает белый свет. В отраженном свете полностью гасится свет с $\lambda_1 = 600$ нм и максимально усиливается свет с $\lambda_2 = 700$ нм. Чему равна толщина пленки?

4.155. Две плоские монохроматические волны падают на экран почти перпендикулярно под малым углом φ друг к другу. Длины волн одинаковы и равны λ . Чему равна при этом ширина интерференционных полос на экране?

4.156. На рисунке 4.39 изображена схема опыта Френеля по наблюдению интерференции. Два одинаковых плоских зеркала образуют между собой угол $\pi - 2\alpha$ ($2\alpha = 0,1$ рад). Точечный источник света S находится на биссектрисе угла на расстоянии $d = 20$ см от линии пересечения зеркал. При каком минимальном размере зеркал a на удаленном экране могут наблюдаться интерференционные полосы? Прямые лучи от источника на экран не попадают.

4.157. Чему будет равна ширина интерференционных полос в опыте, описанном в задаче 4.156, если экран нахо-

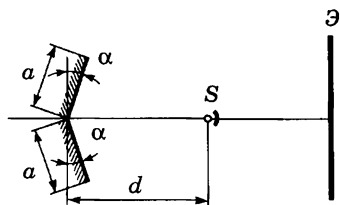


Рис. 4.39

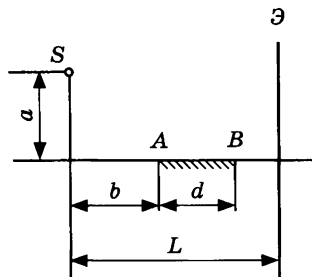


Рис. 4.40

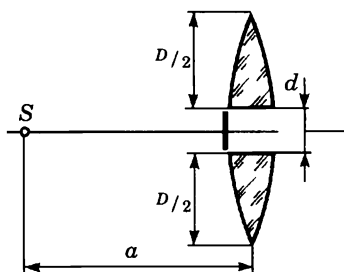


Рис. 4.41

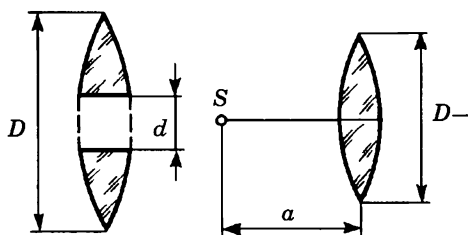


Рис. 4.42

дится на расстоянии $L = 2$ м от зеркал? Длина волны источника света равна $\lambda = 500$ нм.

4.158. На рисунке 4.40 изображена схема интерференционного опыта Ллойда. Точечный источник света S расположен на расстоянии $b = 20$ см от левого края плоского зеркала AB на высоте $a = 10$ см над плоскостью зеркала. Длина зеркала $d = 10$ см. Определите вертикальный размер l интерференционной картины на экране, расположенном на расстоянии $L = 1$ м от источника.

4.159. Собирающую линзу диаметром $D = 5$ см с фокусным расстоянием $f = 50$ см разрезали по диаметру пополам и половинки раздвинули на расстояние $d = 5$ мм (рис. 4.41). Точечный источник света S расположен на расстоянии $a = 1$ м от линзы. На каком расстоянии от линзы можно наблюдать интерференционную картину? Щель между половинками линзы закрыта.

4.160. Из собирающей линзы диаметром $D = 5$ см с фокусным расстоянием $f = 50$ см вырезана полоса шириной $d = 5$ мм, а оставшиеся части сдвинуты вплотную (рис. 4.42). Точечный источник света S расположен на расстоянии $a = 75$ см от линзы. На каком расстоянии от линзы можно наблюдать интерференционную картину?

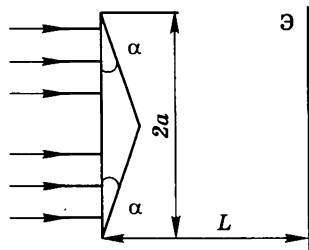


Рис. 4.43

4.161. Пучки света, преломленные каждой из половинок бипризмы Френеля, интерферируют между собой (рис. 4.43). При каком расстоянии L между бипризмой и экраном \mathcal{E} на нем будет наблюдаться интерференционная картина максимального размера при нормальном падении света на боковую грань бипризмы? Расстояние между вершинами бипризмы $2a = 5$ см, показа-

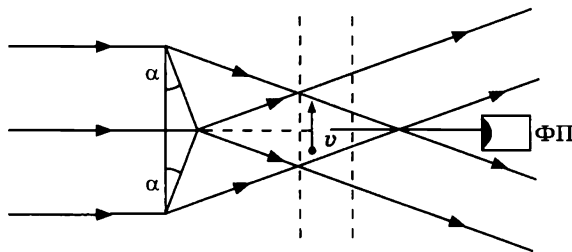


Рис. 4.44

тель преломления материала бипризмы $n = 1,5$, преломляющий угол $\alpha = 10^{-3}$ рад.

4.162. Для измерения скорости мельчайших частиц, взвешенных в текущей жидкости, используется интерференционная схема с бипризмой, изображенная на рисунке 4.44. Параллельный пучок света от лазера с $\lambda = 0,63$ мкм падает на две одинаковые призмы, сложенные основаниями (бипризма). Преломляющий угол каждой из призм $\alpha = 5,7^\circ$, показатель преломления $n = 1,5$. После прохождения сквозь бипризму свет разбивается на два пучка, которые проходят сквозь кювету с жидкостью. Частицы, двигаясь вместе с жидкостью с некоторой скоростью v , рассеивают свет. Определите скорость частиц, если известно, что при регистрации рассеянного света фотоприемником ФП частота колебаний тока фотоприемника $f = 10$ кГц.

4.163. Определите ширину интерференционных полос в опыте с бипризмой Френеля, описанной в задаче 4.161, на экране, расположенном на расстоянии $L = 2$ м от бипризмы. Точечный источник света находится на расстоянии $b = 9$ см от бипризмы, $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ рад, $n = 1,5$, $\lambda = 500$ нм.

4.164. Интерферометр Рэлея используется для точного измерения показателя преломления газов (рис. 4.45). Для этого на пути одного из интерферирующих лучей ставится кювета А длиной $l = 10$ см с исследуемым газом, а на пути другого —

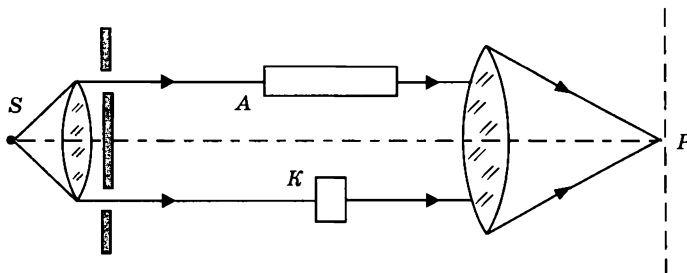


Рис. 4.45

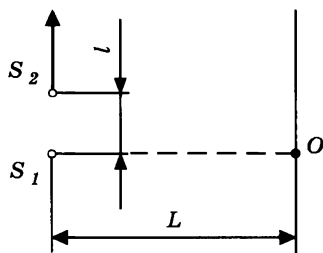


Рис. 4.46

компенсатор K , с помощью которого добиваются, чтобы в центральном максимуме разность хода между лучами равнялась нулю. Чему равен показатель преломления газообразного азота, если после замены в кювете воздуха на азот интерференционная картина в плоскости наблюдения P сместилась ровно на одну полосу в сторону, что соответствовало увеличе-

нию показателя преломления? Показатель преломления воздуха $n_{\text{в}} = 1,000292$. Измерения проводились на длине волны света $\lambda = 500$ нм.

4.165. От точечного монохроматического источника S_1 отодвигают точечный монохроматический источник S_2 (свет обоих источников имеет одну и ту же частоту) до тех пор, пока в точке O на экране, где наблюдается интерференция, не наступает потемнение. Расстояние между источниками S_1 и S_2 при этом равно $l = 2$ мм (рис. 4.46). Расстояние между источником S_1 и экраном $L = 9$ м. На сколько нужно передвинуть экран к источнику S_1 , чтобы в точке O снова возникло потемнение?

4.166. Точечный источник монохроматического света S с длиной волны $\lambda = 600$ нм расположен между двумя неподвижными, плоскопараллельными зеркалами, расстояние между которыми $a = 3$ см (рис. 4.47). На расстоянии $L = 1$ м от источника расположен экран \mathcal{E}_1 , на котором наблюдается интерференционная картина, создаваемая двумя пучками света, отраженными от зеркал. Прямой пучок света от источника перекрывается экраном \mathcal{E}_2 . В плоскости экрана \mathcal{E}_1 (симметрично относительно зеркал) расположен приемник Π , сигнал которого пропорционален интенсивности падающего на него света. Размер приемника мал по сравнению с шириной интерференционных полос на экране \mathcal{E}_1 . Учитывая только од-

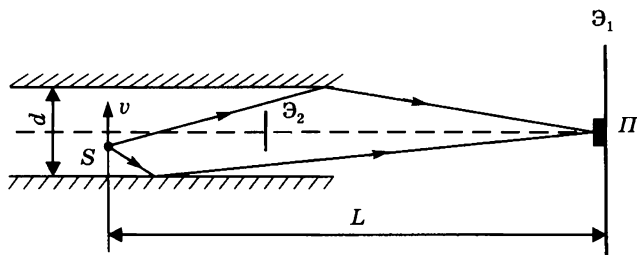


Рис. 4.47

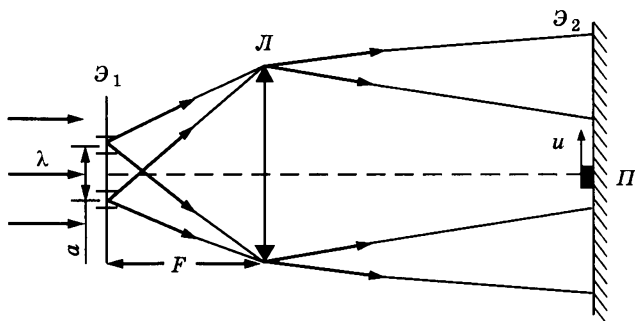


Рис. 4.48

нократные отражения света от зеркал, определите частоту переменного сигнала, регистрируемого приемником, который возникает при движении источника в направлении, перпендикулярном зеркалам со скоростью $v = 0,1$ мм/с.

4.167. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм падает на экран \mathcal{E}_1 , расположенный в фокальной плоскости собирающей линзы \mathcal{L} с фокусным расстоянием $F = 50$ см (рис. 4.48). В экране \mathcal{E}_1 имеются две узкие, симметричные щели (расположенные перпендикулярно плоскости рисунка), расстояние между которыми мало по сравнению с F и равно $a = 6$ мм. На некотором расстоянии за линзой (в той области, где пучки света от обеих щелей перекрываются) расположен экран \mathcal{E}_2 , на котором наблюдается интерференционная картина. В плоскости экрана \mathcal{E}_2 расположен приемник Π , сигнал которого пропорционален интенсивности падающего на него света. Размер приемника мал по сравнению с шириной интерференционных полос. При равномерном движении приемника вдоль экрана (поперек интерференционных полос) приемник регистрирует переменный сигнал с частотой $\nu = 20$ Гц. Определите скорость u приемника.

4.168. Точечный источник света S равномерно движется параллельно плоскости, в которой имеются два маленьких отверстия на расстоянии d друг от друга (рис. 4.49). Приемник света A , расположенный на оси системы, регистрирует периодически изменяющуюся интенсивность света. Определите скорость движения источника v , если частота колебаний интенсивности $\nu = 15$ Гц, длина волны света $\lambda = 600$ нм, $d = 2$ мм.

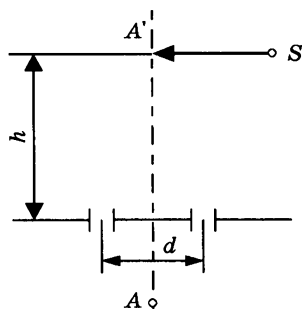


Рис. 4.49

4.169. Дифракционная решетка имеет 500 штрихов на 1 мм. С ее помощью изучается спектр водорода. Чему равен угол между линиями $\lambda_1 = 656$ нм и $\lambda_2 = 410$ нм в спектрах первого и второго порядка?

4.170. Линия в спектре водорода имеет длину 656,45 нм, а дейтерия — 656,72 нм. Какое число штрихов должна иметь дифракционная решетка, чтобы разрешить эти линии в спектре третьего порядка?

4.171. Свет от лазера с $\lambda = 633$ нм падает на узкую щель. Определите ширину щели, если ширина центрального дифракционного максимума на экране, отстоящем от щели на расстояние $L = 2$ м, равно $l = 25$ мм.

4.172. Импульсное излучение рубинового лазера на длине волны $\lambda = 690$ нм направляется на лунную поверхность с помощью телескопа с диаметром зеркала $D = 2,6$ м. На Луне установлен уголкового отражатель, который работает как идеальное зеркало диаметром $d = 20$ см, отражающее свет точно в обратном направлении. Отраженный свет улавливается тем же телескопом и фокусируется на фотоприемник.

а) С какой точностью должна быть установлена оптическая ось телескопа в этом эксперименте?

б) Пренебрегая потерями света в атмосфере Земли и в телескопе, оцените, какая доля световой энергии лазера будет после отражения от Луны зарегистрирована фотоприемником.

в) Можно ли отраженный световой импульс зарегистрировать невооруженным глазом, если пороговую чувствительность глаза принять равной $n = 100$ световых квантов, а энергия, излучаемая лазером в течение импульса, $E = 1$ Дж?

г) Оцените выигрыш в величине принимаемого сигнала, который дает применение отражателя. Считайте, что поверхность Луны рассеивает $\alpha = 10\%$ падающего света равномерно в телесный угол 2π . Расстояние от Земли до Луны $L = 380$ тыс. км. Диаметр зрачка глаза $d_{\text{зр}} = 0,5$ см. Постоянная Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

4.7. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

4.173. Чему равна длина электромагнитной волны, излучаемой генератором, в контуре которого $L = 0,25$ мГн и $C = 20$ пФ?

4.174. Оцените по порядку величины диапазон частот высокочастотных сигналов, при усилении которых в ламповых усилителях начинает проявляться инерционность электронов. Расстояние между электродами лампы $d = 0,1$ см.

Разность потенциалов между электродами $U = 200$ В. Отношение заряда электрона к его массе $\gamma = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

4.175. Вблизи сетки 1 справа от нее (рис. 4.50) в результате ионизации атома азота появился свободный электрон, начальную скорость которого можно принять равной нулю.

Определите максимальную длину электромагнитных волн λ , излучаемых электроном, движущимся между сетками 1 и 3. Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, его масса $m = 9,11 \cdot 10^{-28}$ г, остальные данные приведены на рисунке 4.50.

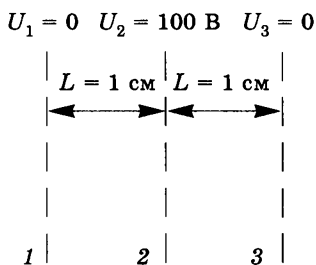


Рис. 4.50

4.176. Плоская электромагнитная волна частотой f , сформированная рупорной антенной, падает перпендикулярно на плоский отражающий экран. Определите амплитуду отраженной волны, если измеритель напряженности электрического поля при перемещении между экраном и рупором зафиксировал максимальную амплитуду поля A_1 и минимальную A_2 . Определите расстояние между двумя соседними максимумами при перемещении измерителя.

4.177. Приемник радиосигналов, следящий за появлением спутника Земли из-за горизонта, расположен на берегу озера на высоте $H = 3$ м над поверхностью воды. По мере поднятия спутника над горизонтом наблюдаются периодические изменения интенсивности принимаемого радиосигнала. Определите частоту радиосигнала спутника, если максимумы интенсивности появлялись при углах возвышения спутника над горизонтом $\alpha_1 = 3^\circ$, $\alpha_2 = 6^\circ$. Поверхность озера считайте идеально отражающим зеркалом.

4.178. Две радиоантенны A и B излучают волны на частоте $f = 7,5$ МГц в фазе друг с другом. Расстояние между антеннами $L = 110$ м. В каких точках P между ними сигнал максимален?

4.179. Две антенны излучают волны на частоте $f = 3$ МГц в фазе друг с другом. Расстояние между ними $|AB| = L = 200$ м. На каком минимальном расстоянии $l = |BC|$ интенсивность сигнала минимальна, если $BC \perp AB$?

4.180. Две антенны излучают волны на частоте $f = 800$ кГц в фазе друг с другом. Расстояние между ними $L = 150$ м. Приемник расположен очень далеко от антенн ($R \gg \sqrt{\lambda L}$). В каких направлениях интенсивность принимаемого сигнала максимальна?

У. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

5.1. КИНЕМАТИКА

5.1. Чему равна скорость частицы, которая проходит расстояние $l = 6$ световых лет за $t = 8$ лет?

5.2. Квазар Q_1 удаляется от нас со скоростью $v_1 = 0,7$ с, а квазар Q_2 движется в том же направлении со скоростью $v_2 = 0,3$ с. Какова скорость квазара Q_2 относительно Q_1 ?

5.3. Навстречу ракете, движущейся со скоростью $0,8$ с, летит микрометеорит со скоростью $0,7$ с. Какова скорость метеорита относительно ракеты?

5.4. Мимо т. O в момент времени $t_0 = 0$ пролетает ракета со скоростью $v = 0,8$ с. Через $t = 5$ с из т. O вслед за ракетой посылается световой сигнал. В какой момент t_1 сигнал догонит ракету и на каком расстоянии l от т. O она будет при этом находиться? Сигнал отражается обратно зеркалом, стоящим на ракете. В какой момент t_2 он вернется в т. O ?

5.5. Звездолет летит со скоростью $v = 0,6$ с по направлению к Солнечной системе. В тот день, когда он пролетает вблизи планеты Саракш, на звездолете рождается мальчик Петя. Скорость планеты относительно Земли пренебрежимо мала, и ее календарь согласован с земным. В день рождения Пети (по согласованному календарю Земли и Саракша) на Земле рождается мальчик Ваня. Сколько лет будет Ване (T_B) и Пете (T_P), когда звездолет долетит до Солнечной системы? Световой сигнал, посланный с Саракша на Землю, возвращается через $T = 30$ лет.

5.6. Космический корабль летит со скоростью $v = 0,6$ с от одного космического маяка к другому. В тот момент, когда он находится посередине между маяками, каждый из них посылает в направлении корабля световой импульс. Найдите, какой промежуток времени пройдет на корабле между моментами регистрации этих импульсов. Расстояние между маяками L свет проходит за два месяца.

5.7. Два звездолета движутся по встречным курсам со скоростью $v = 0,6$ с относительно друг друга. На каждом корабле наблюдают прямое телевизионное изображение часов другого корабля. Как связаны показания часов?

5.8. Два звездолета с выключенными двигателями движутся навстречу друг другу. На звездолете одновременно зажигаются каждую секунду на носу и на корме сигнальные

огни. На встречном звездолете наблюдают каждые 0,5 с две вспышки с интервалом $\tau = 1$ мкс. Найдите собственную длину первого звездолета и скорость их сближения.

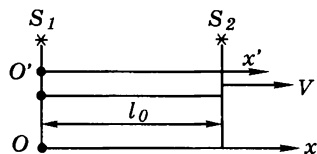


Рис. 5.1

5.9. Два звездолета с выключенными двигателями движутся навстречу друг другу. Сигнал бортового радиолокатора отражается от встречного звездолета с частотой, в $k = 9$ раз большей посланной. Встречный звездолет пролетает мимо регистрирующего прибора, который находится на борту первого звездолета, за $\tau = 1$ мкс. Найдите собственную длину встречного звездолета.

5.10. Тонкий стержень пролетает с большой скоростью мимо метки, помещенной в лабораторной системе отсчета K . Известно, что промежуток времени прохождения концов стержня мимо метки составил $\Delta t = 3$ нс в системе K и $\Delta t' = 5$ нс в системе отсчета K' , связанной со стержнем. Определите собственную длину стержня, т. е. длину в системе K' .

5.11. Тонкий стержень, собственная длина которого $l_0 = 240$ см, пролетает с большой скоростью мимо неподвижной метки, установленной в лабораторной системе отсчета K . Промежуток времени прохождения концов стержня мимо метки в системе K составил $\Delta t = 6$ нс. Какой промежуток времени между прохождением концов стержня мимо метки будет зафиксирован в системе отсчета, связанной со стержнем?

5.12. Стержень, собственная длина которого равна l_0 , движется со скоростью v по направлению к неподвижному наблюдателю (рис. 5.1). Лампочка S_2 дает вспышку позже, чем лампочка S_1 , так, что обе вспышки одновременно достигают глаза наблюдателя. Какой длины стержень он увидит (или зафиксирует на фотопленке)?

5.13. При влете космических частиц в атмосферу на высоте $H = 10$ км образовался пион с такой скоростью, что $\frac{c-v}{c} = 5,4 \cdot 10^{-7}$. На какой высоте он распадется, если летит вертикально вниз? Собственное время жизни пиона $\tau_0 = 26$ нс.

5.14. Мюон, образовавшийся на высоте 20 км над Землей, летит вертикально вниз со скоростью v относительно Земли ($c - v = 4,6 \cdot 10^{-3}$ с). Чему равно расстояние до Земли в системе координат, связанной с мюоном? Насколько приблизилась к нему Земля за время его полета? Собственное время жизни мюона равно $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Чему равно время жизни τ в системе координат, связанной с Землей? Какое расстояние l мюон пройдет за это время?

5.15. При какой скорости красный свет светофора ($\lambda_1 = 650$ нм) покажется водителю зеленым ($\lambda_2 = 550$ нм)?

5.16. Одна из линий в спектре водорода, измеренная на Земле, имеет длину волны $\lambda_1 = 121,6$ нм. Та же линия в спектре водорода, полученном от удаленного космического объекта, имеет длину $\lambda_2 = 396,5$ нм. Какова скорость этого объекта относительно Земли? Приближается он или удаляется?

5.2. ДИНАМИКА

5.17. Тело массой m движется со скоростью $0,1$ с. С какой точностью можно при этом пользоваться классической формулой для вычисления кинетической энергии?

5.18. При какой скорости релятивистский импульс вдвое больше mv ?

5.19. Сосчитайте кинетическую энергию электрона по классической и релятивистской формулам и сравните их при: 1) $v = 5 \cdot 10^7$ м/с, 2) $v = 2,9 \cdot 10^8$ м/с.

5.20. Электрон разгоняется электрическим полем $1,4 \cdot 10^5$ В. Найдите его кинетическую энергию K , полную энергию E и скорость v . Какая скорость получается у электрона по классической формуле?

5.21. Масса частицы $m = 3,32 \cdot 10^{-27}$ кг, ее импульс $p = 9,65 \cdot 10^{-19}$ кг·м/с. Найдите энергию покоя частицы E_0 , ее полную энергию E и кинетическую энергию K .

5.22. В опытах 1974 г., проведенных в ЦЕРНе, мюоны, скорость которых отличалась от скорости света на $1/3\%$, удерживались на круговой орбите магнитным полем $B = 8,5$ Тл. Определите радиус этой орбиты и сравните его с рассчитанным по классическим формулам. Сосчитайте среднее число оборотов, которое совершит до распада «новорожденный» мюон. Заряд мюона равен по величине заряду электрона, энергия покоя $E_0 = 105,7$ МэВ, собственное время жизни $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с.

5.23. Протон в космических лучах с энергией $E = 10$ ГэВ влетает в магнитное поле Земли в плоскости геомагнитного экватора (так, что $\vec{v} \perp \vec{B}$). Определите радиус кривизны траектории протона, если $B = 55$ мкТл, энергия покоя протона $E_0 = 940$ МэВ.

5.24. Среди космических частиц, доходящих до нас от источника «Лебедь-3», предполагается наличие нейтронов. Расстояние до источника $L = 40$ тыс. св. лет. Какой должна быть их энергия, если энергия покоя нейтрона $E_0 = 940$ МэВ, а среднее время жизни $\tau_0 = 940$ с?

5.25. В 1984 г. была обнаружена новая кси-частица (ξ) как продукт распада покоящейся ипсилон-частицы (Υ) в реакции $\Upsilon \rightarrow \xi + \gamma$, причем энергия γ -кванта оказалась равной $E = 1,072$ ГэВ. Найдите энергию покоя и скорость ξ -частицы, если энергия покоя Υ -частицы равна $E_\Upsilon = 9,46$ ГэВ.

5.26. Релятивистский протон с кинетической энергией K испытывает упругое столкновение с покоящимся протоном, в результате чего протоны разлетаются симметрично относительно первоначального направления движения первого протона. Найдите угол между направлениями разлета протонов.

5.27. Релятивистская частица с энергией покоя $E_0 = 135$ МэВ распадается на два γ -кванта с энергиями $E_1 = 90$ МэВ и $E_2 = 202,5$ МэВ (в лабораторной системе). Найдите скорость исходной частицы и угол между направлениями разлета γ -квантов (в лабораторной системе).

5.28. Релятивистская частица распадается на два γ -кванта с энергиями $E_1 = 100$ МэВ и $E_2 = 91$ МэВ, разлетающиеся во взаимно перпендикулярных направлениях. Определите энергию покоя исходной частицы и ее скорость. Все величины отнесены к лабораторной системе отсчета.

5.29. В 1974 г. была открыта новая элементарная частица, названная чармонием или джей/пси-частицей (J/ψ). В одном из опытов были зарегистрированы продукты ее распада «на лету»: $J/\psi \rightarrow e^- + e^+$. Найдите энергию покоя E_0 и скорость чармония, если энергии электрона и позитрона были равны $E = 3,1$ ГэВ каждая, а угол разлета между ними составил $\varphi = 60^\circ$. Энергии покоя электрона и позитрона равны $0,51$ МэВ каждая.

5.30. При столкновении протонов высоких энергий могут образовываться протон-антипротонные пары: $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$. Какую минимальную (пороговую) кинетическую энергию должен иметь протон, чтобы при столкновении с покоящимся протоном мишени такая реакция была бы возможна? Энергия покоя протона $E_0 = 938$ МэВ.

5.31. Какую минимальную кинетическую энергию должны иметь протоны во встречных пучках одинаковой энергии, чтобы при их столкновении мог образоваться антипротон? Реакция $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$.

5.32. Найдите, чему равно наибольшее число пионов, ($E_{0\pi} = 140$ МэВ), которое может образоваться при столкновении протона с кинетической энергией $K = 5$ ГэВ с покоящимся протоном ($E_{0p} = 940$ МэВ).

5.33. Фотон от рубинового лазера ($\lambda = 694$ нм) испытывает лобовое соударение с электроном, имеющим кинетическую энергию $K = 500$ МэВ. Оцените энергию γ -кванта, если он отражается точно назад, вдоль траектории движения электрона.

VI. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

6.1. СВЕТОВЫЕ КВАНТЫ, ФОТОЭФФЕКТ*

6.1. Мощность точечного монохроматического источника света $P_0 = 10$ Вт на длине волны $\lambda = 500$ нм. На каком максимальном расстоянии этот источник будет замечен человеком, если глаз реагирует на световой поток $n \geq 60$ фотонов в секунду? Диаметр зрачка $d_{\text{зр}} = 0,5$ см.

6.2. Красный луч лазера, работающего на длине волны $\lambda = 630$ нм, имеет вид конуса с углом при вершине $\alpha = 10^{-4}$ рад (угол расходимости пучка). Оптическая мощность излучения $P_0 = 3$ мВт. На каком максимальном расстоянии L наблюдатель сможет увидеть свет лазера, если глаз надежно регистрирует $n = 100$ фотонов в секунду? Диаметр зрачка $d_{\text{зр}} = 0,5$ см. Поглощение света не учитывайте.

6.3. Кусочек металлической фольги массой $m = 1$ мг освещается лазерным импульсом мощностью $P = 15$ Вт и длительностью $\tau = 0,5$ с. Свет падает нормально к плоскости фольги и полностью отражается от ее поверхности в обратном направлении. Определите скорость, приобретенную фольгой в результате действия света.

6.4. Пылинка освещается импульсом лазерного света с длиной волны $\lambda = 6,3 \cdot 10^{-5}$ см. Определите число поглощенных пылинкой фотонов, если она в результате действия света приобрела скорость $v = 1$ мм/с. Масса пылинки $m = 0,1$ мг. Считайте, что пылинка поглощает весь падающий на нее свет.

6.5. Пучок лазерного излучения мощностью $P = 100$ Вт падает на пластинку под углом $\alpha = 60^\circ$. Пластинка пропускает 40% падающей энергии, а остальную зеркально отражает. Найдите абсолютную величину силы, действующей на пластинку со стороны света.

6.6. Пучок лазерного излучения мощности $P = 100$ Вт падает на непрозрачную пластинку под углом $\alpha = 30^\circ$. Пластинка поглощает 60% падающей энергии, а остальную зеркально отражает. Найдите абсолютную величину силы, действующей на пластинку со стороны света.

6.7. Узкий пучок импульсного лазерного излучения с энергией $W = 0,4$ Дж и длительностью $\tau = 10^{-9}$ с падает на собирающую линзу параллельно главной оптической оси. Рас-

* В задачах этого раздела там, где это необходимо, считать известными постоянную Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл и скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

стояние от пучка до оси линзы равно f (f — фокусное расстояние линзы). Найдите среднюю (за время прохождения импульса через линзу) силу, действующую на линзу со стороны света, если половина энергии лазерного излучения поглощается в линзе. Отражением от поверхностей линзы пренебречь.

6.8. На плоскую поверхность тонкой плосковыпуклой положительной линзы нанесено абсолютно отражающее покрытие. На выпуклую поверхность этой линзы падает узкий пучок импульсного лазерного излучения с энергией $W = 4$ Дж и длительностью импульса $\tau = 10^{-8}$ с. Падающий пучок распространяется параллельно главной оптической оси линзы на расстоянии $f/2\sqrt{3}$ от оси (f — фокусное расстояние линзы). Найдите величину средней силы, действующей на линзу со стороны света, если половина энергии лазерного излучения поглощается в линзе. Отражением от поверхности линзы (без покрытия) пренебречь.

6.9. Рентгеновское (тормозное) излучение возникает при бомбардировке быстрыми электронами металлического антикатада рентгеновской трубки. Определите длину волны коротковолновой границы спектра тормозного излучения, если скорость электронов составляет 40% от скорости света в вакууме.

6.10. При исследовании вакуумного фотоэлемента оказалось, что при освещении катода K светом частотой $\nu_0 = 10^{15}$ Гц фототок с поверхности катода прекращается при задерживающей разности потенциалов $U_3 = 2$ В между катодом и анодом (рис. 6.1). Определите работу выхода материала катода.

6.11. При облучении медного катода ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 254$ нм задерживающий потенциал равен 0,18 В. Найдите красную границу фотоэффекта для меди.

6.12. Работа выхода фотокатода 4 эВ. Его освещают светом с частотой $3,4 \cdot 10^{15}$ Гц. Какую максимальную скорость могут иметь электроны, эмитируемые этим катодом?

6.13. Для измерения постоянной Планка катод вакуумного фотоэлемента освещается монохроматическим светом. При длине волны излучения $\lambda = 620$ нм ток фотоэлектронов прекращается, если в цепь между катодом и анодом включить задерживающий потенциал U_3 не меньше определенного значения. При увеличении длины волны на 25% задерживающий потенциал оказывается на 0,4 В меньше. Определите по этим данным постоянную Планка.

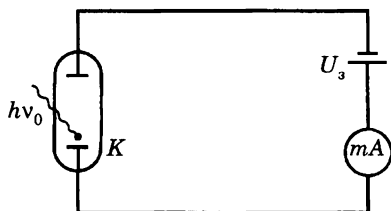


Рис. 6.1

6.14. При облучении некоторого фотокатода светом с длиной волны $\lambda_1 = 400$ нм задерживающий потенциал равен $U_1 = 3$ В, а при $\lambda_2 = 600$ нм — $U_2 = 1$ В. Определите работу выхода для материала фотокатода и постоянную Планка.

6.15. Катод фотоэлемента освещается монохроматическим светом с длиной волны λ . При отрицательном потенциале на аноде $U_1 = -1,6$ В ток в цепи прекращается. При изменении длины волны света в 1,5 раза для прекращения тока потребовалось подать на анод отрицательный потенциал $U_2 = -1,8$ В. Определите работу выхода материала катода.

6.16. При достаточно долгом освещении катода вакуумного фотоэлемента (не подключенного к источнику питания) желтым светом ($\lambda_1 = 600$ нм) разность потенциалов между анодом и катодом достигает $U_1 = 1,2$ В. До какой разности потенциалов зарядится этот фотоэлемент при освещении его фиолетовым светом ($\lambda_2 = 400$ нм)?

6.17. Плоский алюминиевый электрод освещается ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 83$ нм. На какое максимальное расстояние l от поверхности электрода может удалиться электрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженностью $E = 7,5$ В/см? Красная граница фотоэффекта для алюминия соответствует длине волны $\lambda_0 = 332$ нм.

6.18. Одна из пластин незаряженного плоского конденсатора освещается рентгеновскими лучами, вырывающими из нее электроны со скоростью $v = 10^6$ м/с. Электроны собираются на второй пластине. Через какое время фототок между пластинами прекратится, если с каждого квадратного сантиметра площади вырывается каждую секунду $n = 10^{13}$ электронов? Расстояние между пластинами $d = 10$ мм.

6.19. Излучение аргонового лазера с длиной волны $\lambda = 500$ нм сфокусировано на плоском фотокатоде в пятно диаметром $d = 0,1$ мм. Работа выхода фотокатода $A = 2$ эВ. На анод, расположенный на расстоянии $l = 30$ мм от катода, подано ускоряющее напряжение $U = 4$ кВ. Найдите диаметр пятна фотоэлектронов на аноде. Анод считать плоским и расположенным параллельно поверхности катода.

6.20. Излучение аргонового лазера сфокусировано на плоском фотокатоде. Между плоским анодом, расположенным параллельно фотокатоду, и фотокатодом подключают источник питания с постоянной ЭДС. При ускоряющей разности потенциалов между анодом и фотокатодом диаметр пятна фотоэлектронов на аноде в 2 раза превышает диаметр пятна фотоэлектронов на аноде при смене полярности напряжения, т.е. при тормозя-

щей разности потенциалов между анодом и фотокатодом. Работа выхода материала фотокатода $A = 2$ эВ. Длина волны излучения лазера $\lambda = 500$ нм. Определите ЭДС источника.

6.2. ФИЗИКА АТОМА

6.21. В модели атома Томсона предполагалось, что положительный заряд q , равный по модулю заряду электрона, равномерно распределен внутри шара радиусом $R = 10^{-8}$ см. Чему будет равен период колебаний (внутри шара, вдоль его диаметра) электрона, помещенного в такой шар?

6.22. Какова энергия фотона, испущенного атомом водорода при переходе электрона с орбиты радиусом $r_2 = 2,1 \cdot 10^{-8}$ см на орбиту радиусом $r_1 = 5,3 \cdot 10^{-9}$ см? Расчет ведите по планетарной модели атома водорода (по Резерфорду—Бору).

6.23. Определите радиус атома водорода (по Резерфорду—Бору), если известно, что минимальная энергия, которую нужно сообщить электрону для удаления его из атома (энергия ионизации), $E_{\text{и}} = 2,2 \cdot 10^{-18}$ Дж.

6.24. Найдите кинетическую, потенциальную и полную энергию атома водорода в состоянии с $n = 2$, длину волны при переходе из этого состояния в состояние с $n = 1$.

6.25. Атом водорода находился в состоянии с $n = 1$. Поглотив фотон, он перешел в состояние с $n = 4$. Найдите длину волны и частоту фотона.

6.26. Неподвижные невозбужденные атомы водорода облучают пучком электронов. При какой минимальной энергии электронов атом может испустить фотон? Энергия ионизации атома водорода $E_{\text{и}} = 13,6$ эВ.

6.27. Какие спектральные линии водорода могут появиться, если его облучать электронами с энергией 12,5 эВ?

6.28. Вычислите энергию, которую надо сообщить атому водорода, чтобы его серия Бальмера содержала только одну спектральную линию.

6.29. Головная линия серии Бальмера в излучении атомарного водорода, для которой $n_1 = 2$, а $m_1 = 3$, имеет длину волны $\lambda_1 = 656$ нм. В излучении межзвездной среды обнаружена серия излучения атомарного водорода с длиной волны головной линии $\lambda_2 = 48,8$ см. Определите квантовое число конечного состояния атома в этой серии n_2 (учтите, что $n_2 \gg 1$).

6.30. На неподвижный невозбужденный атом водорода налетает другой невозбужденный атом водорода. Какова должна быть минимальная кинетическая энергия налетающего атома, чтобы в результате столкновения мог излучиться фотон?

6.3. АТОМНОЕ ЯДРО. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

6.31. В сосуде вместимостью $V = 1 \text{ дм}^3$ находится тритий (изотоп водорода с атомной массой $A = 3$) массой $m = 1 \text{ г}$ при температуре $t = 27^\circ\text{C}$. За 12 лет половина ядер трития превращается в ядра гелия. Найдите давление в сосуде в конце этого срока.

6.32. Известно, что радий массой $M = 1 \text{ г}$ за время $t = 1 \text{ с}$ дает $N_t = 3,7 \cdot 10^{10}$ ядер гелия. Каково будет давление гелия, образующегося в герметичной ампуле вместимостью $V = 1 \text{ см}^3$, в которой в течение года находилось $m = 100 \text{ мг}$ радия? Температура ампулы $t = 15^\circ\text{C}$.

6.33. При бомбардировке лития ${}^7\text{Li}$ протонами он превращается в гелий ${}^4\text{He}$. Определите объем гелия, образовавшегося из $m = 1 \text{ г}$ лития, если гелий в конце опыта имеет температуру $t = 30^\circ\text{C}$ и давление $p = 9,3 \cdot 10^4 \text{ Па}$.

6.34. В некоторый момент счетчик радиоактивного излучения, расположенный вблизи препарата ${}^{18}\text{F}$ (с малым периодом полураспада), зафиксировал 100 отсчетов в секунду. Через время $\tau = 22 \text{ мин}$ показание уменьшилось до 87 отсчетов в секунду. Определите период полураспада ${}^{18}\text{F}$.

6.35. Ампула с радиоактивным препаратом ${}^{24}\text{Na}$ (период полураспада $\tau_{1/2} = 15 \text{ ч}$) охлаждается потоком воздуха. В начале опыта воздух нагревался на 2°C . Через какое время охлаждающий ампулу воздух будет нагреваться на $1,8^\circ\text{C}$?

6.36. В микрокалориметр с теплоемкостью $C = 100 \text{ Дж/К}$ помещен изотоп кремния (атомная масса $A = 31$) массой $m_0 = 1 \text{ мг}$. При распаде ядра ${}^{31}\text{Si}$ выделяется энергия $Q = 4,4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$. Период полураспада изотопа кремния $\tau_{1/2} = 2 \text{ ч } 36 \text{ мин}$. На сколько повысится температура калориметра через время $\tau = 52 \text{ мин}$ после начала опыта?

6.37. В микрокалориметр с теплоемкостью $C = 100 \text{ Дж/К}$ помещен изотоп кобальта (атомная масса $A = 61$) массой $m = 10 \text{ мг}$. При распаде ядра ${}^{61}\text{Co}$ выделяется энергия $Q = 2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$. Через время $\tau = 50 \text{ мин}$ температура калориметра повысилась на $\Delta T = 0,06 \text{ К}$. Оцените период полураспада изотопа кобальта.

6.38. Возраст археологических образцов можно определять по содержанию в них радиоактивного углерода ${}^{14}\text{C}$, период полураспада которого равен $T_{1/2} = 5730 \text{ лет}$. Радиоактивность атмосферного углерода равна $A = 0,255 \text{ Бк}$ на грамм углерода. Найдите возраст находки, у которой $m = 100 \text{ мг}$ углерода дают $N = 35$ распадов в час.

6.39. ${}^{238}\text{U}$ при α -распаде переходит в ${}^{234}\text{Th}$ с периодом полураспада $T_{1/2} = 4,47 \cdot 10^9 \text{ лет}$. Найдите постоянную распада

λ. Какую массу урана надо взять, чтобы активность A была равна 1 Ки? Сколько α -частиц выделяется из 20 г урана за 1 с?

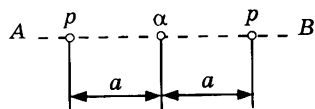


Рис. 6.2

6.40. Элемент атомной батареи (источника тока) представляет собой сферический конденсатор. На внутреннюю сферу нанесен радиоактивный препарат, испускающий α -частицы со скоростью $v_0 = 2,2 \cdot 10^6$ м/с. Определите ЭДС этого элемента. Отношение заряда α -частицы к ее массе $\gamma = 4,8 \cdot 10^7$ Кл/кг.

6.41. Элемент атомной батареи (источника тока) представляет собой конденсатор, на одну из обкладок которого нанесен радиоактивный препарат. Найдите ЭДС батареи, состоящей из двух таких элементов, в случаях, когда они соединены: а) последовательно; б) параллельно. В одном элементе используется источник α -частиц с энергией $T_1 = 2 \cdot 10^4$ эВ, в другом — с энергией $T_2 = 4 \cdot 10^4$ эВ.

6.42. Заряженные частицы ускоряются в циклотроне в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл при частоте ускоряющего напряжения $f = 7,5$ МГц. Пучок ускоренных частиц со средней силой тока $I = 1$ мА выводится с орбиты радиусом $R = 1$ м. На сколько будет повышаться температура воды, охлаждающей «ловушку», в которой тормозятся частицы, если массовый расход воды $M_t = 1$ кг/с?

6.43. В разреженной смеси ионизированных водорода и гелия в некоторый момент образовалась система неподвижных частиц, состоящая из двух протонов и α -частицы (рис. 6.2). Расстояние между частицами $a = 10^{-2}$ см. Под действием электрических сил частицы разлетаются по прямой AB . Определите скорости частиц, когда они окажутся на большом расстоянии друг от друга. Заряд протона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Отношение заряда протона к его массе $\gamma = 9,58 \cdot 10^7$ Кл/кг.

6.44. С помощью камеры Вильсона, помещенной в магнитное поле с индукцией B , наблюдают упругое рассеяние α -частиц на ядрах дейтерия. Найдите начальную энергию α -частицы, если радиусы кривизны начальных участков траекторий ядра отдачи и рассеянной α -частицы оказались одинаковыми и равными r . Обе траектории лежат в плоскости, перпендикулярной линиям индукции магнитного поля. Заряд протона равен e , его масса равна m_p .

6.45. Ядро распадается на две части, массы которых оказались равными M_1 и M_2 . Определите их скорости, если общая кинетическая энергия частей равна T .

6.46. При β -распаде атома радиоактивного изотопа радия ^{228}Ra из него вылетает электрон с энергией $T_e = 0,05$ МэВ.

При этом изотоп радия превращается в изотоп актиния ^{228}Ac . Какую кинетическую энергию имеет атом актиния?

6.47. Радон — это α -радиоактивный газ с атомной массой $A = 222$. Какую долю полной энергии, освобождаемой при распаде радона, уносит α -частица?

6.48. α -Частица, имеющая скорость 1000 м/с , налетает на атом углерода, который двигался до соударения в том же направлении, но со скоростью, вдвое меньшей. С какой скоростью перемещается центр масс системы соударяющихся частиц?

6.49. Нейтрон с кинетической энергией $T = 10^{-15} \text{ Дж}$ поглощается первоначально неподвижным ядром кадмия ^{114}Cd . Определите скорость v вновь образовавшегося ядра.

6.50. Нейтрон испытывает упругое соударение с ядром гелия (α -частицей) и затем, отразившись, упруго соударяется с другим ядром гелия (при упругих соударениях суммарная кинетическая энергия сохраняется). Ядра гелия до соударения были неподвижны. Считая оба соударения центральными (скорости до и после соударения направлены вдоль линии центров соударяющихся частиц), определите, во сколько раз изменится энергия нейтрона после двух соударений.

6.51. Реакцию термоядерного синтеза $^2\text{H} + ^3\text{H} = ^4\text{He} + n$ изучают, направляя ускоренные до энергии $T_D = 2 \text{ МэВ}$ ядра дейтерия на тритиевую мишень. Детектор регистрирует нейтроны, вылетающие перпендикулярно направлению пучка ядер дейтерия. Определите энергию регистрируемых нейтронов, если в реакции выделяется энергия $Q = 17,6 \text{ МэВ}$.

6.52. В результате взаимодействия ядер дейтерия и трития образуется ядро гелия и нейтрон: $^2\text{H} + ^3\text{H} = ^4\text{He} + n$. При этом выделяется значительная энергия. Какую часть ее уносит с собой нейтрон? Кинетическими энергиями дейтерия и трития до реакции пренебречь (по сравнению с выделившейся энергией).

6.53. При захвате нейтрона ядром лития происходит ядерная реакция $^6\text{Li} + n = ^3\text{H} + ^4\text{He}$, в которой выделяется энергия $Q = 4,8 \text{ МэВ}$. Найдите распределение энергии между продуктами реакции. Считайте кинетическую энергию исходных частиц пренебрежимо малой.

6.54. При слиянии ядер дейтерия и лития происходит ядерная реакция $^6\text{Li} + ^2\text{H} = ^7\text{Be} + n$, в которой выделяется энергия $Q = 3,37 \text{ МэВ}$. Найдите распределение энергии между продуктами реакции. Считайте кинетическую энергию исходных частиц пренебрежимо малой.

6.55. Ядерная реакция $^{14}\text{N} + ^4\text{He} = ^{17}\text{O} + p$ может идти, если налетающие на неподвижные ядра азота α -частицы имеют энергию, превышающую пороговую энергию $E_{\text{п}} = 1,45$ МэВ. На сколько энергия α -частиц должна быть больше пороговой, чтобы кинетическая энергия образующихся протонов была равной нулю?

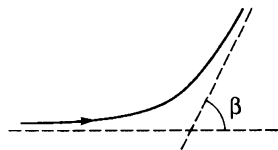


Рис. 6.3

6.56. В ядерной реакции $^7\text{Li} + p = ^7\text{Be} + n$ протоны налетают на покоящиеся ядра лития. Если энергия налетающих протонов $E = 1,92$ МэВ, нейтроны, образующиеся в реакции, покоятся. Насколько можно уменьшить энергию налетающих протонов, чтобы реакция вообще могла бы идти?

6.57. Протон, пролетая мимо первоначально покоящегося ядра неизвестного химического элемента, отклонился на угол β ($\cos \beta = 4/15$) (рис. 6.3), потеряв 10% своей скорости. Найдите массовое число химического элемента.

6.58. α -Частица, пролетая мимо первоначально покоящегося ядра химического элемента с массовым числом, равным 12, потеряла 20% своей скорости (рис. 6.3). На какой угол β отклонилась α -частица?

6.59. Два дейтона образовали ядро ^4He . Сколько энергии при этом выделилось? Масса дейтона $m_D = 2,01410$, масса гелия $m_{\text{He}} = 4,00260$.

6.60. Образовавшееся в результате ядерной реакции неподвижное ядро $^{40}_{19}\text{K}$ испускает γ -квант с энергией 29,4 кэВ. Определите кинетическую энергию ядра после испускания кванта. Одной атомной единице массы соответствует энергия $E_1 = 931,5$ МэВ.

6.61. В ядерной реакции $^2\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + \gamma$ образуется медленно движущаяся по сравнению со скоростью света α -частица и квант света γ с энергией $Q = 19,7$ МэВ. Пренебрегая скоростями вступающих в реакцию ядер, найдите скорость образовавшейся α -частицы. Энергию покоя α -частицы примите равной $mc^2 = 3730$ МэВ.

6.62. В термоядерных реакциях $^2\text{H} + ^3\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + ^1_0n$, $^3\text{H} + ^3\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + 2^1_0n$ суммарная кинетическая энергия образовавшихся частиц больше суммарной кинетической энергии исходных частиц на $E_1 = 17,6$ МэВ и $E_2 = 11,3$ МэВ соответственно. Определите дефект масс ядра ^3H (трития), если у ядра ^2H (дейтерия) он составляет 0,00239 а. е. м. Одной атомной единице массы (а. е. м.) соответствует энергия 931,5 МэВ.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

I. МЕХАНИКА

1.1. КИНЕМАТИКА

1.1. $t = 2 \text{ с.}$

1.2. $v = g(T - t/2).$

1.3. $v = \sqrt{gL/2\sin\alpha \cos\alpha}.$

1.4. Время движения не зависит от угла α ; $t = \sqrt{2D/g}.$

1.5. Так как трения нет, то независимо от пути скорость шарика в точке C будет одной и той же. Зависимость скорости от времени изобразится линиями, наклоны которых на участках желоба AB и DC , BC и AD одинаковы. На рис. 1.89 пути равны площадям под кривыми Odc и Obc' . Так как пути одинаковы, площади эти должны быть равны, поэтому ясно, что $t_{ABC} > t_{ADC}$.

1.6. $\sin\alpha = (v_1/v_2)\sin\beta$, $\alpha = 14,5^\circ$.

1.7. Постройте вектор скорости катера относительно лодки $\vec{v}_0 = \vec{v}_к - \vec{v}_л$ (рис. 1.90). Проведите через точку B прямую, параллельную вектору \vec{v}_0 , и опустите на эту прямую перпендикуляр из точки A . Длина перпендикуляра AO соответствует наименьшему расстоянию между лодкой и катером.

1.8. Разделите расстояние между паровозами AB в отношении 5:7 и определите таким образом точку C , в которой они встретились (рис. 1.91). Точку пересечения дымовых шлейфов снесло ветром из C в O , и, следо-

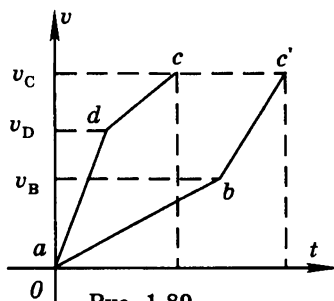


Рис. 1.89

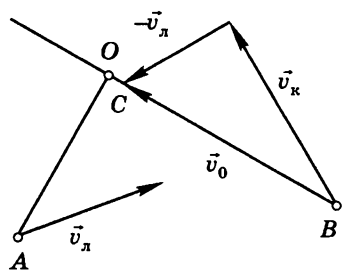


Рис. 1.90

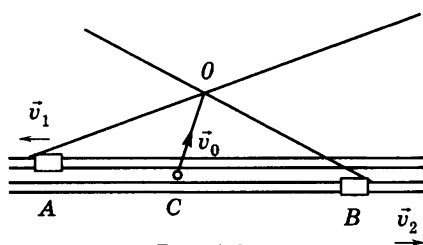


Рис. 1.91

вательно, скорость ветра $v_{\text{в}}$ направлена вдоль прямой CO . Измерив на рисунке 1.91 длины отрезков CO (l_1) и AB (l_2), рассчитайте скорость ветра:

$$v_{\text{в}} = (v_1 + v_2) l_1 / l_2 \approx 32 \text{ км/ч} \approx 9 \text{ м/с}.$$

$$1.9. v = \sqrt{(l/t)^2 + (gt/2 - H/t)^2} \approx 5 \text{ м/с}.$$

$$1.10. h_1:h_2:h_3 = (\sin 60^\circ)^2:(\sin 45^\circ)^2:(\sin 30^\circ)^2 = 3:2:1;$$

$$L_1:L_2:L_3 = \sin 120^\circ:\sin 90^\circ:\sin 60^\circ = (\sqrt{3}/2):1:(\sqrt{3}/2).$$

$$1.11. \rho(\alpha) \propto \sin 4\alpha / \sin \alpha.$$

1.12. Скорость течения реки на расстоянии x от берега (рис. 1.92) $u = u_L x / L$. Составляющие скорости лодки относительно берега вдоль осей x и y будут $v_x = v \cos \varphi$, $v_y = v \sin \varphi - u$ (v — скорость лодки относительно воды); и так как $x = vt \cos \varphi$, то

$$v_y = v \sin \varphi - \frac{u_L}{L} vt \cos \varphi.$$

Таким образом, движение лодки вдоль оси X равномерное, а вдоль Y равнозамедленное.

Через время t после отплытия лодка будет иметь координаты x и y , причем

$$x = vt \cos \varphi, y = vt \sin \varphi - \frac{u_L}{L} \frac{v t^2 \cos \varphi}{2}.$$

В момент встречи лодки с плотом $t = T$ координаты $y = 0$, $x = L$. Следовательно,

$$L = v T \cos \varphi, 0 = v T \sin \varphi - \frac{u_L}{L} \frac{v T^2 \cos \varphi}{2};$$

отсюда $\sin \varphi = u_L / 2v$ и $T = L / (v \cos \varphi)$. Подставляя заданные значения, получим $\varphi = 30^\circ$, $T \approx 35$ с. Если $u_L \geq 2v$, то встреча лодки с плотом невозможна.

1.13. Из каждой точки, которую пролетает самолет, распространяется сферическая звуковая волна (несколько таких волн в момент нахождения самолета в точке A изображено на рисунке 1.93). Границей зоны, в которую дошел звук, служит конус, являющийся огибающей для этих волн; AB и AC — линии пересечения этого конуса с плоскостью чертежа (плоскость чертежа перпендикулярна к поверхности Земли). Сначала до точки B дойдет звук из точки O_1 ($BO_1 \perp AB$). OA — путь, пройденный самолетом с того момента, как он пролетел над наблюдателем, до того,

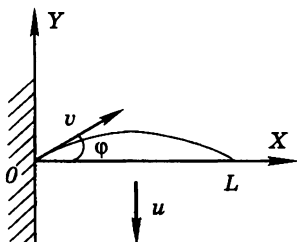


Рис. 1.92

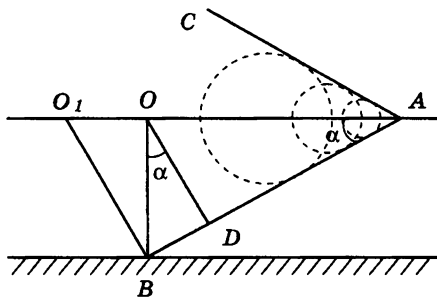


Рис. 1.93

когда наблюдатель услышал звук. OD — путь, пройденный за то же время звуковой волной из точки O ($OD \perp AB$). Углы BAO и BOD равны как углы с взаимно перпендикулярными сторонами (обозначим эти углы через α). Как видно из рисунка 1.93,

$$\cos \alpha = OD/OB = ct/H, \quad \sin \alpha = OD/OA = ct/(vt) = c/v,$$

откуда скорость самолета $v = cH/(H^2 - c^2t^2)^{1/2} = 584$ м/с.

$$1.14. H = ct/(1 - c^2/v^2)^{1/2} \approx 9,7 \text{ км.}$$

$$1.15. t = \sqrt{3/(2\pi n)} = 0,41 \text{ с.}$$

$$1.16. u = [v^2 + (2\pi nR)^2]^{1/2} = 0,5 \text{ м/с; } a = (2\pi n)^2 R = 0,8 \text{ м/с}^2.$$

$$1.17. v = (\pi n R g)^{1/2}, \text{ где } n — \text{число оборотов колеса } (n = 1, 2, 3, \dots).$$

1.2. СТАТИКА И ГИДРОСТАТИКА

$$1.18. V_1/V = (\rho - \rho_2)/(\rho_1 - \rho_2).$$

$$1.19. \rho = \frac{3}{4} \rho_s = 750 \text{ кг/м}^3.$$

$$1.20. m \geq 667 \text{ г; } m' \geq 1600 \text{ г.}$$

$$1.21. H = (D/d)^2 h (\rho_d - \rho_s)/\rho_s.$$

$$1.22. H_1 = H + h \rho_s/\rho_d = 15,25 \text{ см.}$$

$$1.23. h_1 = \frac{m_1 + m_2}{2AV} - \frac{\rho_0}{A} - \frac{l}{2} = 27,5 \text{ см,}$$

$$h_2 = h_1 + l = 32,5 \text{ см.}$$

$$1.24. T = gV[\rho_T - \rho_0 - (h_1 + h_2)\beta/2] = 4,4 \text{ Н.}$$

$$1.25. \rho = \rho_0(d + h)/d = 1,6 \text{ г/см}^3, \text{ где } \rho_0 — \text{плотность воды.}$$

$$1.26. d_2/d_1 = 2 \cdot 8/10 = 1,6.$$

$$1.27. \text{Первый поршень окажется выше второго на величину } H = 5h/2 = 25 \text{ см.}$$

$$1.28. T = \rho g l S_1 S_2 / (S_1 - S_2).$$

$$1.29. F = 9 \cdot 10^4 \text{ Н, направлена вниз.}$$

$$1.30. F = 0,5 \rho g a (h_1^2 - h_2^2) = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

$$1.31. l_0 = (ml_1 + Ml_2)/(M + m).$$

$$1.32. l_0 = 3l_1 - 2l_2.$$

$$1.33. F_{\text{тр}} = \left(\frac{m}{2} + \frac{2M}{3} \right) g \operatorname{ctg} \alpha = 0,28 \text{ кН,}$$

$$N = (M + m)g = 0,75 \text{ кН.}$$

Лестница давит на пол с силой $F = (F_{\text{тр}}^2 + N^2)^{1/2} = 0,8$ кН. Эта сила направлена к вертикали под углом $\beta = \operatorname{arctg}(F_{\text{тр}}/N) = 20^\circ$.

$$1.34. T = Mg/(4\cos \alpha).$$

1.35. При минимальной силе F сила трения должна иметь максимальное возможное значение и быть направлена вверх по наклонной плоскости: $F_{\text{тр}} = \mu N$. Учитывая это, находим

$$F = mg(\operatorname{tg} \alpha - \mu)/(1 + \mu \operatorname{tg} \alpha) = 3,3 \text{ Н.}$$

1.36. Сила трения направлена вниз по наклонной плоскости, так что

$$F = mg(\operatorname{tg} \alpha + \mu)/(1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) = 21 \text{ Н.}$$

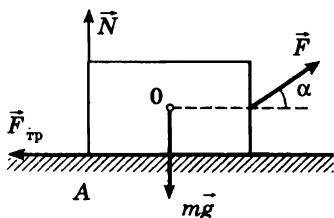


Рис. 1.94

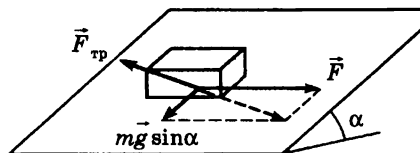


Рис. 1.95

1.37. Рассмотрим силы, действующие на брусок (рис. 1.94). Брусок начнет приподниматься, когда сила реакции опоры N будет приложена к точке A . Запишем условия равновесия бруска:

$$F \cos \alpha - F_{\text{тр}} = 0, \quad N + F \sin \alpha - mg = 0,$$

$$F_{\text{тр}}(a/2) + N(b/2) = F(b/2) \sin \alpha.$$

Последнее уравнение является условием равенства нулю момента сил относительно центра бруска O . По условию брусок движется, следовательно, $F_{\text{тр}} = \mu N$. Решая получившуюся систему уравнений, находим

$$\operatorname{tg} \alpha = a/b + 1/\mu.$$

$$1.38. F = (mg/2)[(a/b) \cos \alpha - \sin \alpha].$$

$$1.39. \mu \leq 1/\sqrt{3} = 0,58.$$

1.40. Рассмотрим проекции на наклонную плоскость сил, действующих на брусок (рис. 1.95). При предельном условии равновесия сила трения покоя достигает своего максимального значения: $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$. Эта сила уравнивает равнодействующую двух взаимно перпендикулярных сил: F и проекции силы тяжести $mg \sin \alpha$. Следовательно,

$$F_{\text{тр}}^2 = F^2 + (mg \sin \alpha)^2, \text{ откуда } F_{\min} = mg[(\mu \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha)^2]^{1/2} = 0,47 \text{ Н.}$$

$$1.41. \text{Задние колеса давят сильнее на } \Delta N = 2Mg \sin \alpha (H/L) = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

1.42. Действие различных сил на автомобиль поясняется рисунком 1.96, где N_1 и N_2 — силы реакции опоры, $F_{\text{тр}}$ — сила трения. Для равновесия автомобиля необходимо, чтобы сумма моментов всех сил относительно центра масс равнялась нулю, т. е. $N_2(d/2) = N_1(d/2) + F_{\text{тр}}h$. Поскольку сила трения действует только в заднем колесе, то $F_{\text{тр}} = \mu N_1$. Кроме того, очевидно, что $N_1 + N_2 - mg = 0$. Исключая из этих уравнений величины N_1 и $F_{\text{тр}}$, получим:

$$N_2 = \frac{mg(d + 2\mu h)}{2(d + \mu h)}.$$

Если $\mu = 0$, то $N_2 = mg/2$. Если μ очень велико, то в последнем уравнении можно пренебречь d по сравнению с μh . Тогда получим $N_2 = mg$. Изменение силы давления передних колес при торможении

$$\Delta N = \frac{mg\mu h}{2(d + \mu h)} = 0,48 \text{ кН.}$$

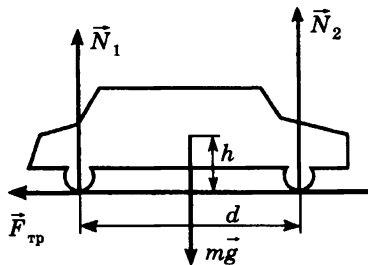


Рис. 1.96

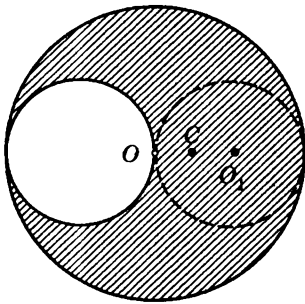


Рис. 1.97

1.43. $N = mgs \sin \alpha R / (8\mu r) = 0,64 \text{ кН.}$

1.44. $\mu = (2 + \sqrt{3})^{-1} = 0,27.$

1.45. $m = MR \sin \alpha / (h - R) \sin \beta = 85 \text{ г.}$

1.46. $m_2/m_1 = (2)^{1/2}.$

1.47. Предположим, что в пластине симметрично первому отверстию вырезано второе (рис. 1.97). Тогда центр масс оставшейся части пластины будет расположен в ее геометрическом центре, т. е. в точке O . Центр масс части пластины, заключенной внутри штриховой линии, находится на расстоянии $R/2$ от точки O . Учитывая, что $m/M = 1/4$ (массы относятся как площади соответствующих частей диска), получим $x = R/6$.

1.48. Катушка не будет вращаться, если момент силы трения относительно центра масс будет равен моменту силы F , приводящей катушку в движение (рис. 1.98), т. е. если $RF_{\text{тр}} = rF$. Очевидно, что $F_{\text{тр}} = mg\mu$, а $F = mg\mu + ma$, где m — масса катушки. Подставив эти выражения, получим

$$\mu = ra / (R - r)g.$$

1.49. В случаях: a — катушка неподвижна; b — катушка движется вправо, в ту сторону, куда тянут нить; c — катушка движется влево, в сторону, противоположную той, куда тянут нить.

1.50. При увеличении угла α цилиндр может либо соскользнуть, либо скатиться (рис. 1.99). Скольжение наступит, когда $\tan \alpha_1 = \mu = 0,3$.

Очевидно, цилиндр сможет удерживаться на дощечке, пока момент силы трения относительно его оси не превысит максимально возможного значения момента силы m_1g , который соответствует горизонтальному расположению

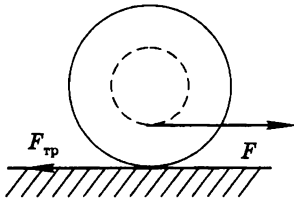


Рис. 1.98

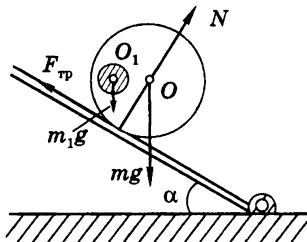
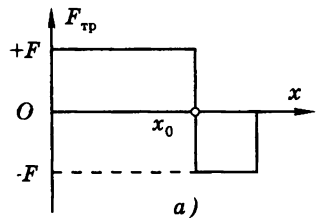
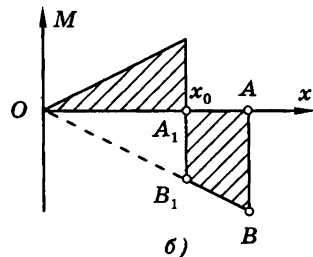


Рис. 1.99



а)



б)

Рис. 1.100

нию линии центров отверстия и цилиндра. Таким образом, для $\alpha = \alpha_2$ $R(m + m_1)g \sin \alpha_2 = 2Rm_1g/3$.

Поскольку $m_1 = 5m/8$, то $\sin \alpha_2 = 10/39$. При этом $\operatorname{tg} \alpha_2 = 0,26 < \operatorname{tg} \alpha_1$. Следовательно, равенство моментов нарушится раньше, и цилиндр начнет скатываться без скольжения.

1.51. $\sin \alpha = 1/6$.

1.52. Конусы движутся относительно друг друга с проскальзыванием, за исключением одной точки, где их линейные скорости совпадают. Обозначим координату этой точки, отсчитанную от вершины второго конуса, через x_0 . В этой точке сила трения скольжения, действующая на второй конус, меняет знак (рис. 1.100, а).

Второй вал не нагружен, поэтому второй конус будет вращаться с постоянной угловой скоростью, если суммарный момент сил трения, действующий на него, будет равен нулю. В точке x_0 момент, так же как и сила, меняет знак (рис. 1.100, б).

Приравнявая площади треугольника и трапеции, получаем

$$\omega_2 = \omega_1(\sqrt{2} - 1) \approx 0,41\omega_1.$$

1.3. ДИНАМИКА

1.53. Выясним, достаточна ли прочность нити, чтобы бруски могли двигаться под действием силы F . Рассмотрим силы, действующие на каждый из брусков в первом случае (рис. 1.101, а). Если бруски движутся, то на них действуют силы трения скольжения и силы натяжения нитей. При этом

$$T_1 \geq \mu_1 Mg = 15 \text{ Н}, \quad T_2 \geq T_1 + \mu_2 Mg = 25 \text{ Н} > T.$$

Таким образом, нить, соединяющая бруски 2 и 3, порвется раньше, чем бруски начнут двигаться. В момент отрыва сила натяжения $T_2 = T = 20 \text{ Н}$. Так как нить, соединяющая бруски 2 и 3, натянута, сила трения бруска 3 достигла своего максимального значения: $F_{\text{тр}3} = \mu_3 Mg = 5 \text{ Н}$. Брусок 3 не движется; следовательно, $F = T_2 + \mu_3 Mg = 25 \text{ Н}$.

Если сила F приложена к бруску 1 (рис. 1.101, б), картина существенно меняется. Проведя такой же анализ, как в первом случае, убедимся, что бруски при увеличении силы F начнут двигаться. Их ускорение $a = [F - (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)Mg]/3M$. При этом $T_2 = Ma + \mu_3 Mg$, $T_1 = T_2 +$

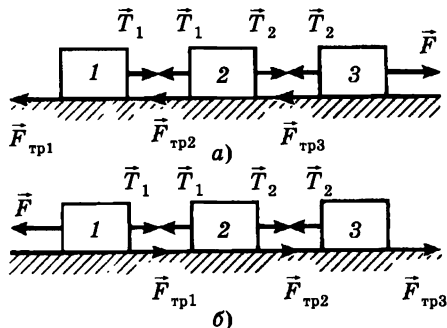


Рис. 1.101

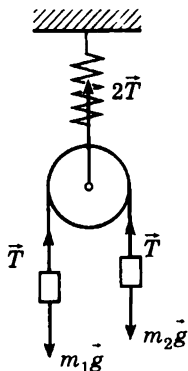


Рис. 1.102

+ $M a + \mu_2 M g$. Так как $T_1 > T_2$, порвется нить между брусками 1 и 2. В этот момент сила натяжения $T_1 = T = 20$ Н. Выразим силу F через T_1 и силы трения:

$$F = (3/2)[T_1 - (\mu_2 + \mu_3)Mg] + (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)Mg = 37,5 \text{ Н.}$$

$$1.54. 1) T = m(g - a) = 28 \text{ Н;}$$

$$T_1 = m_1(a + \mu_1 g) = 18 \text{ Н;}$$

$$F_{\text{тр}1} = \mu_1 m_1 g = 14 \text{ Н;}$$

$$F_{\text{тр}2} = \mu_2 m_2 g = 6 \text{ Н.}$$

$$2) T = mg = 10 \text{ Н; } T_1 = T - \mu_2 m_2 g = 4 \text{ Н;}$$

$$F_{\text{тр}2} = \mu_2 m_2 g = 6 \text{ Н; } F_{\text{тр}1} = T_1 = 4 \text{ Н.}$$

1.55. Силы натяжения в верхнем конце и в середине веревки равны

$$T_b = \frac{(m_2 + m)F}{m_1 + m_2 + m} = 106 \text{ Н, } T_c = \frac{(m_2 + m/2)F}{m_1 + m_2 + m} = 82,6 \text{ Н.}$$

$$1.56. m_1/m_2 = (g + h/t^2)/(g - h/t^2) = 1,1.$$

1.57. Так как трение в оси блока, его масса и масса нити пренебрежимо малы, то сила натяжения T вдоль нити, связывающей грузы, будет постоянной. Поэтому уравнения движения для грузов массами m_1 и m_2 будут иметь вид (рис. 1.102) $m_1 a = m_1 g - T$, $m_2 a = T - m_2 g$, где a — ускорение грузов. Пружинные весы растягиваются с силой $2T$. Из уравнений движения имеем $2T = 4m_1 m_2 g / (m_1 + m_2) = 4,7$ Н, $T = 2,35$ Н,

$$a = (m_1 - m_2)g / (m_1 + m_2) = 2 \text{ м/с}^2.$$

$$1.58. a = \frac{(m_1 - m_2)g - F_{\text{тр}}}{m_1 + m_2} = 1,6 \text{ м/с}^2,$$

$$T = m_1 \frac{2m_2 g + F_{\text{тр}}}{m_1 + m_2} = 4,2 \text{ Н.}$$

1.59. Нетрудно видеть, что $a_1 = 2a_2$ (почему?). Учитывая это, получаем:

$$a_1 = \frac{(2m_1 - m_2)g}{2m_1 + m_2/2}.$$

$$1.60. F = (1/2)mg(\mu_2 - \mu_1)\cos\alpha = 0,63 \text{ Н.}$$

$$1.61. T = mgh/(h^2 + l^2)^{1/2} = 0,27 \text{ кН.}$$

$$1.62. \Delta F = F_{\text{max}} - F = m2l/t^2 = 0,16 \text{ Н;}$$

$$\Delta F/F_{\text{max}} = 2l/(gt^2 \sin\alpha) = 6\%;$$

$$\mu = \tan\alpha - 2l/(gt^2 \cos\alpha) = 0,54.$$

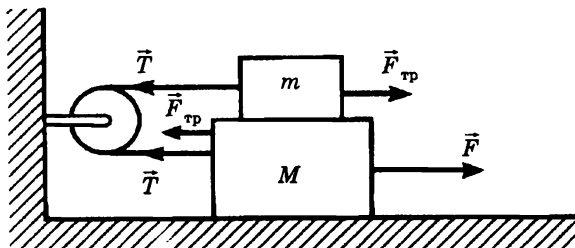


Рис. 1.103

$$1.63. F_{\text{тр}} = \frac{M}{M+m} F \cos \alpha - mg \sin \alpha.$$

$$1.64. t = \left(\frac{2h \cos \alpha}{g \sin \beta \sin(\beta - \alpha)} \right)^{1/2}.$$

1.65. $\mu = (a + g \sin \alpha) / (g \cos \alpha) = 0,66$. Если $\operatorname{tg} \alpha = 0,1$, то $\sin \alpha = 0,1$ и $\cos \alpha = 1$, поэтому $\mu = 0,16$.

1.66. Уравнения движения для нижнего и верхнего брусков имеют вид (рис. 1.103): $Ma = F - T - F_{\text{тр}}$, $ma = T - F_{\text{тр}}$, где T — сила натяжения веревки. Учитывая, что $F_{\text{тр}} = mg\mu$, получим $F = a(M + m) + 2mg\mu = 24,5$ Н.

1.67. Человек должен двигаться вниз с ускорением

$$a = \frac{m+M}{M} g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 3,5 \text{ м/с}^2.$$

1.68. Человек должен двигаться вверх с ускорением

$$a = \frac{m+M}{M} g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = 3 \text{ м/с}^2.$$

$$1.69. a_1 = g(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha) = 3,7 \text{ м/с}^2.$$

$$a_2 = g(\sin \alpha + \mu_1 \frac{m_1}{m_2} \cos \alpha - \mu_2 \frac{m_2 + m_1}{m_2} \cos \alpha) = 1,8 \text{ м/с}^2.$$

Решение дало $a_1 > a_2$. Плита не будет двигаться, если

$$\mu_2 > \frac{m_2[\sin \alpha + \mu_1(m_1/m_2)\cos \alpha]}{(m_1 + m_2)\cos \alpha} = 0,44.$$

$$1.70. 2T = mg + F_{\text{тр}} + F = mg(1 + \mu \cos \alpha + \sin \alpha).$$

На блок действуют две одинаковые силы натяжения T , угол между которыми равен $\pi/2 - \alpha$. Сила давления блока на ось $N = 2T \cos(\pi/4 - \alpha/2)$.

$$1.71. a_{\text{max}} = g[H(2R - H)]^{1/2} / (R - H) = 17 \text{ м/с}^2.$$

1.72. Ртуть движется с ускорением a ; следовательно, на нее действует горизонтальная сила. На ртутные столбики DB и EC действует сила со стороны стенок трубки (рис. 1.104). На горизонтальном участке BC на ртуть будет действовать сила за счет разности давлений $p_B - p_C$ в сечениях B и C : $\rho_2 L S a = \rho g h S$, $h = 2La/g$. Ртуть начнет выливаться, если $h > H$, т. е. $a > gH/2L$. Давление в сечении A равно

$$p_A = \frac{p_B + p_C}{2} = \frac{1}{2}[p_0 + \rho g(h + h_1) + p_0 + \rho g h_1],$$

но $h + 2h_1 = H$, поэтому $p_A = p_0 + \rho g H/2 = 810$ Торр, $h = 6$ см; $a > 5 \text{ м/с}^2$.

$$1.73. v = v_0 \rho_{\text{ж}} / (\rho - \rho_{\text{ж}}).$$

$$1.74. l = Mgh / (T - Mg) = 15 \text{ м.}$$

$$1.75. v = (5/4)v_0.$$

$$1.76. v_2 = v_1(m_2/m_1)^{1/2} = 3,5 \text{ м/с.}$$

$$1.77. n = N/mg = [1 + (v^2/2Lg)^2]^{1/2} = 1,01.$$

$$1.78. v = [mg(\sin \varphi - \mu \cos \varphi) / \alpha]^{1/2} = 100 \text{ км/ч.}$$

$$1.79. t = v / \mu g = 10 \text{ с.}$$

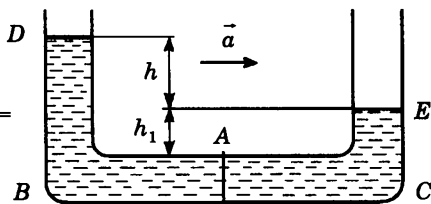


Рис. 1.104

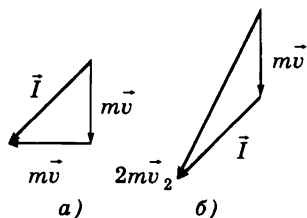


Рис. 1.105

1.80. $t = (2mv/k)^{1/2} = 10$ с, где k — тангенс угла наклона графика, заданного на рисунке 1.40.

1.81. Учитывая, что импульс силы равен площади под графиком, заданным рисунком 1.41, получаем $v = F_{\max} t_0 / 2m = 28$ м/с.

$$1.82. t = \frac{m}{F} \left(\frac{gL}{\sin 2\alpha} \right)^{1/2} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с.}$$

1.83. Векторная разность конечного и начального импульсов первой частицы равна импульсу I действовавшей силы (рис. 1.105, а). Его модуль $I = mv(\sqrt{2})$. Такой же импульс I силы подействовал на вторую частицу. Ее конечный импульс $2mv_2$ равен векторной сумме ее начального импульса mv и импульса I силы (рис. 1.105, б). Используя теорему косинусов, можно найти конечную скорость v_2 второй частицы: $v_2 = \sqrt{5}v/2$.

$$1.84. v_2 = 5v/2.$$

1.85. Масса воды, которую в единицу времени забирает и выбрасывает катер, $m = \rho Su$. Когда вода забирается в катер, она приобретает скорость v и на катер (по третьему закону Ньютона) действует сила $F_1 = -\rho Suw$. Когда вода выбрасывается из катера назад со скоростью u , на катер действует сила $F_2 = \rho Su^2$. Результирующая сила, действующая на катер со стороны воды, $F = F_1 + F_2 = \rho Su(u - v)$. Она равна силе сопротивления, так как катер по условию движется с постоянной скоростью: $\rho Su(u - v) = kv^2$. Решая квадратное уравнение, находим $v = 13,4$ м/с.

$$1.86. v = v_0 u / (2u - v_0).$$

$$1.87. F_T = M_t(u - v) + m_t u = 3,2 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

$$1.88. F = mnSu^2.$$

$$1.89. F = [(m_t v)^2 + (Mg)^2]^{1/2} = 20 \text{ Н.}$$

1.4. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

$$1.90. T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \omega^2 l, K = K_1 + K_2 = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \omega^2 l^2; \text{ не вернутся.}$$

$$1.91. R = l_0/2 + (l_0^2/4 + l_0 v^2/g)^{1/2}.$$

$$1.92. T = 2\pi[(L/g)\cos\alpha]^{1/2}.$$

$$1.93. \omega = [gtg\alpha/(L\sin\alpha + d)]^{1/2} = 8,3 \text{ рад/с.}$$

1.94. Груз может отклоняться лишь при $\omega > (g/L)^{1/2} = 3$ рад/с. Следовательно, при $\omega_1 = 2$ рад/с $T_1 = 100$ Н. При $\omega_2 = 4$ рад/с $T_2 = mg/\cos\alpha = m\omega_2^2 L = 160$ Н.

1.95. Если $\omega \leq (g/R)^{1/2}$, песчинки останутся лежать на дне. Если $\omega > (g/R)^{1/2}$, песчинки будут находиться на окружности, такой, что $\cos\alpha = g/\omega^2 R$.

$$1.96. h = 2R/3.$$

$$1.97. \mu = \cos\alpha(g - \omega^2 R \sin\alpha)/(g \sin\alpha + \omega^2 R \cos^2\alpha).$$

$$1.98. \text{ а) } v = 2(gL)^{1/2}; \text{ б) } v = (5gL)^{1/2}.$$

$$1.99. T = 6mg.$$

$$1.100. T = 4mg.$$

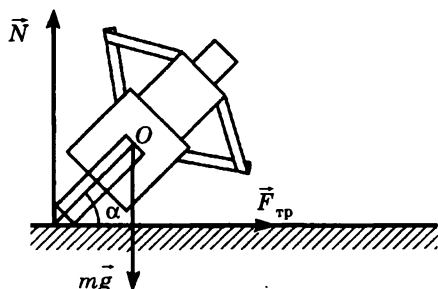


Рис. 1.106

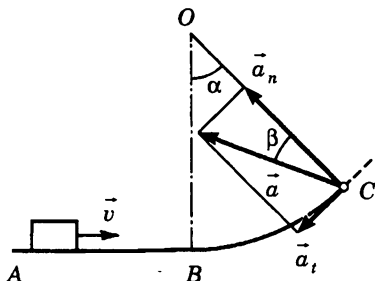


Рис. 1.107

1.101. $\omega = (g/l)^{1/2} = 3,1$ рад/с; $n = 30$ об/мин.

1.102. $v = (Rg)^{1/2} = 2$ м/с.

1.103. $R = 2v^2/g = 127$ м.

1.104. На мотоциклиста действуют сила тяжести mg , сила реакции опоры N и сила трения $F_{тр}$, сообщающая ему необходимую для поворота центростремительное ускорение (рис. 1.106). Легко видеть, что $N = mg$, $F_{тр} = \mu N$, $F_{тр} = mv^2/R$. Равенство моментов сил N и $F_{тр}$ относительно центра масс O дает $F_{тр} \sin \alpha = N \cos \alpha$. Из этих соотношений получаем $\operatorname{ctg} \alpha = \mu = 0,4$; $v = (Rg\mu)^{1/2} = 18,8$ м/с. Мотоциклист отклонился от вертикали на угол $\beta = \pi/2 - \alpha = 22^\circ$.

1.105. $v_1/v = [(\mu + \operatorname{tg} \alpha)/(1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)\mu]^{1/2}$.

1.106. $\mu \geq (v - 2\pi n R)^2/gR = 0,4$.

1.107. $v_1 = g\sqrt{R_1 R}/v$; $\operatorname{ctg} \alpha = v^2/Rg$.

1.108. $v = [\mu g R \operatorname{tg}(\alpha/2)]^{1/2} = 20$ м/с = 72 км/ч.

1.109. $v = \left[\frac{\mu g R}{(1 + (3/\pi^2)^{1/2})} \right]^{1/2} = 14,6$ м/с = 53 км/ч.

1.110. Разложим ускорение тела в точке C на тангенциальную и нормальную составляющие (рис. 1.107). Тангенциальное ускорение создается проекцией силы тяжести: $a_t = g \cos \alpha$. Нормальное (центростремительное) ускорение определяется скоростью тела в точке C : $a_n = v_C^2/R$. Скорость v_C можно найти из закона сохранения энергии:

$$mv^2/2 = mgh + mv_C^2/2,$$

$$v_C^2 = v^2 - 2gR(1 - \cos \alpha).$$

Модуль ускорения тела в точке C равен $a_C = (a_t^2 + a_n^2)^{1/2} = 94$ м/с². Направление ускорения образует с радиусом, проведенным в точку C , угол β , такой, что $\operatorname{tg} \beta = a_t/a_n = 0,0735$, откуда $\beta = 4^\circ$.

1.111. $l = h/\mu + v_A^2/2\mu g = 3R/4\mu = 50$ м.

1.112. $h = (2\mu l - R)/3 = 2,7$ м.

1.113. $a = [(g \sin \alpha)^2 + (2gH_1/R)^2]^{1/2} = 63$ м/с²,
где $H_1 = H - R(1 - \cos \alpha)$.

1.114. $N = 3mg(1 - \cos \alpha)$. Если $\alpha = 0$, то $N=0$ в соответствии с условием задачи.

1.115. $a = g\sqrt{10}$, $H = 3R/2$.

1.116. Так как система шарик — сфера изолирована, ускорение у центра масс системы отсутствует. Следовательно, вращение происходит во-

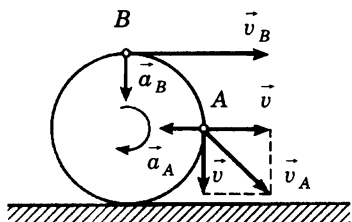


Рис. 1.108

круг центра масс. Расстояние центра масс от центра сферы R находится из условия $MR = m(a - R)$, откуда $R = ma / (m + M)$. Сила, с которой шарик давит на сферу, равна (по третьему закону Ньютона) силе, с которой сфера действует на шарик. Эта сила сообщает шарiku центростремительное ускорение, и, следовательно,

$$F = m\omega^2(a - R) = 4\pi^2 mMa / (m + M)T^2.$$

1.117. Качение можно представить как сумму двух движений: поступательного движения центра обруча и вращения относительно центра. При этом в отсутствие проскальзывания скорость в нижней точке обруча равна нулю; следовательно, скорость поступательного и линейная скорость вращательного движений одинаковы по модулю (в нижней точке эти скорости направлены в разные стороны). Обозначим эти скорости через v . Из закона сохранения энергии получаем $mgh = K_{\text{пост}} + K_{\text{вр}} = 2mv^2/2$, $v = (gh)^{1/2}$. В точке A скорости поступательного и вращательного движений взаимно перпендикулярны (рис. 1.108). Результирующая скорость направлена под углом 45° к горизонту и равна $v_A = (2gh)^{1/2}$. Аналогичным образом для точки B найдем $v_B = 2(gh)^{1/2}$. Так как поступательное движение обруча по горизонтальной плоскости происходит с постоянной скоростью, ускорения точек A и B направлены к центру обруча и равны по модулю: $a_A = a_B = v^2/r = gh/r$.

1.118. Рассмотрим силы, действующие на грузы и на блок (рис. 1.109). Так как нить не проскальзывает по блоку, его край движется с тем же ускорением a , что и грузы. Значит, его угловое ускорение $\varepsilon = a/r$ и сообщает его блоку разность сил натяжения нити по разные стороны блока $T_1 - T_2$. Записывая второй закон Ньютона для обоих грузов и уравнение вращательного движения для блока, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T_1 \\ m_2 a = T_2 - m_2 g \\ I a / r = (T_1 - T_2) r. \end{cases}$$

Решая эту систему, находим $a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + I/r^2}$.

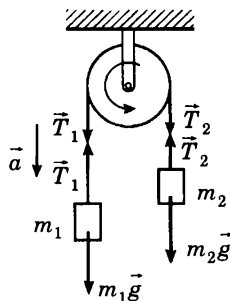


Рис. 1.109

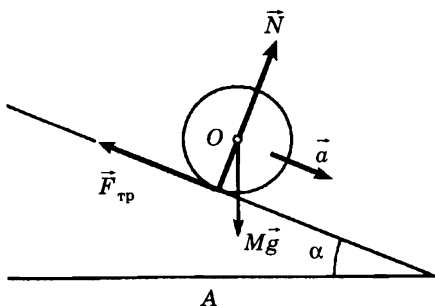


Рис. 1.110

1.119. Рассмотрим, какие силы действуют на шар (рис. 1.110). Направления силы тяжести Mg и реакции опоры N проходят через центр шара и не могут заставить его вращаться. Вращающий момент относительно центра шара O создает лишь сила трения $F_{\text{тр}}$. Это сила трения покоя, так как шар движется без проскальзывания и, следовательно, точка касания A в любой момент неподвижна. Запишем второй закон Ньютона для поступательного движения шара вдоль наклонной плоскости с ускорением a и вращательного движения относительно центра шара O с угловым ускорением a/R :

$$Ma = Mgs\sin\alpha - F_{\text{тр}}, \quad Ia/R = F_{\text{тр}}R,$$

где M — масса шара, а I — его момент инерции, который для шара равен $I = (2/5)MR^2$. Решая эту систему уравнений, находим $a = (5/7)gs\sin\alpha$. Это ускорение не зависит ни от массы шара, ни от его радиуса.

1.5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

1.120. На основании закона сохранения импульса имеем $m_1v_1 = m_2v_2$, где v_2 — скорость тележки, v_1 — скорость человека относительно земли. Так как $v_1 = (L - l)/t$, $v_2 = l/t$, получим $l = m_1L/(m_1 + m_2) = 1$ м. Центр масс всей системы остается неподвижным.

1.121. $v = [(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2]^{1/2}/(m_1 + m_2)$. Эта скорость образует с первоначальным направлением движения доски угол α , причем $\text{tg}\alpha = m_2v_2/m_1v_1$.

1.122. Чистое вращение будет наблюдаться в системе координат, связанной с центром масс. Скорость центра масс определяем из закона сохранения импульса: $mv_0 = 6mv_c$, $v_c = v_0/6$. Так как массы на концах штанги отличаются в два раза, центр масс делит штангу в отношении 1:2.

1.123. Найдем скорость v второго осколка сразу после взрыва. По закону сохранения импульса имеем $mv_0 = -mv_0/2 + mv/2$, $v = 3v_0$. Итак, горизонтальная скорость осколка возросла в три раза, а время полета до места падения осталось неизменным. Значит, дальность его полета возрастет в три раза, и осколок упадет на расстоянии $4a$ от орудия.

1.124. По закону сохранения импульса системы ракета — топливо имеем:

$$Mv = (M - m)1,1v + m(v - 3v), \quad m/M = 0,032 = 3,2\%.$$

1.125. Центр масс системы цистерна — вода — груз по горизонтали сдвинуться не может, так как силы в этом направлении не действуют. Вначале, пока груз не достиг воды, расстояние x центра масс системы от центра платформы находится из условия $(M + m)x = (l - x)$:

$$x = m_0l/(M + m + m_0).$$

Когда груз плавает в воде, вытесненная им вода (масса которой равна массе груза) равномерно распределится по всей поверхности и центр масс всей системы будет совпадать с центром цистерны. Следовательно, цистерна должна переместиться на расстояние x в сторону груза.

$$1.126. \quad l = l_0 + (l_0^2 + 2l_0H)^{1/2} = 0,66 \text{ м.}$$

1.127. Пусть x — сжатие пружины в некоторый момент времени. По закону сохранения энергии $mv^2/2 = mg(H - l + x) - kx^2/2$. Максимальную

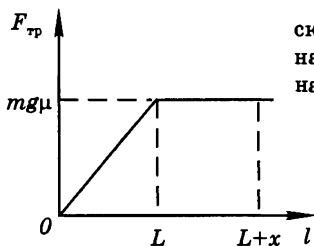


Рис. 1.111

скорость шарик имеет при сжатии x , которое находится из условия $kx_0 = mg$. Учитывая это, находим $v_{\max} = [2g(H-l) + mg^2/k]^{1/2}$.

$$1.128. a = (2H/l - 1)g = 19g.$$

$$1.129. T_{\max} = mg + v(km)^{1/2} = 10^5 \text{ Н.}$$

$$1.130. \Delta K = 50 \text{ кДж.}$$

$$1.131. K = 300 \text{ кДж; } N = 10 \text{ кВт;}$$

$$N_{\max} = 20 \text{ кВт.}$$

$$1.132. v = (2\mu g L)^{1/2} = 24,5 \text{ м/с} = 88 \text{ км/ч.}$$

$$1.133. L = H(1/\mu - \text{ctg}\alpha) = 49 \text{ м.}$$

$$1.134. A = mgH\left(1 + \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \text{ctg}\alpha\right) = 4,5 \text{ кДж.}$$

1.135. Представим силу трения $F_{\text{тр}}$ в зависимости от пути l , пройденного санями по асфальту, в виде графика (рис. 1.111). Площадь под графиком равна работе силы трения. На основании закона сохранения энергии $mv^2/2 = mg\mu L/2 + mg\mu x$. Отсюда получим $x = 0,84 \text{ м}$. Весь путь, пройденный санями до полной остановки, составит $l = L + x = 2,84 \text{ м}$.

$$1.136. F = 6mv^2/l = 150 \text{ Н.}$$

$$1.137. \mu = (\alpha_1 v_1 - \alpha_2 v_2)/(v_2 - v_1) = 0,3.$$

$$1.138. N = 2mgv \sin \alpha = 40 \text{ кВт.}$$

$$1.139. m_2 - m_1 = Mghl/q\eta = 2,2 \text{ кг.}$$

$$1.140. F = Mq\eta/vt = 3 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

$$1.141. \text{Отношение расходов бензина } \alpha = 1 + nMv^2/2Fl = 1,7.$$

1.142. Капли дождя, стекая по стенкам, приобретают скорость, равную скорости поезда. При этом со стороны капель на поезд действует сила, равная изменению импульса капель в единицу времени: $\Delta F = m_t v$. Для того чтобы скорость поезда осталась прежней, сила тяги во время дождя должна возрасти на ту же величину: $\Delta F = m_t v$. Это потребует увеличения мощности локомотива на $\Delta N = \Delta F v = m_t v^2 = 40 \text{ кВт}$.

$$1.143. P_{\max} = m(g^2 + v^4/l^2)^{1/2} = 2,2 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

$$1.144. A = (2m + 5\rho V/3)gH/2 = 2,9 \text{ кДж.}$$

$$1.145. A = \rho Sgh^2/2 + p_0 S(H-h) = 10^4 \text{ Дж, где } h = 10 \text{ м.}$$

$$1.146. n = m(2gl)^{1/2}/2Ft.$$

1.147. Ракеты получают одинаковые приращения скорости Δv . Если скорость первой ракеты была равна v_0 , то относительное приращение ее энергии

$$\frac{m(v_0 + \Delta v)^2 - mv_0^2}{mv_0^2} = 2\Delta v/v_0 + (\Delta v/v_0)^2.$$

По условию оно равно 4%: $(\Delta v/v_0)^2 + 2\Delta v/v_0 = 0,04$. Решая квадратное уравнение, находим $\Delta v/v_0 = 0,02$. Скорость второй ракеты $v_2 = \Delta v$, ее кинетическая энергия

$$K_2 = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(\Delta v)^2}{2} = (0,02)^2 \frac{mv_0^2}{2} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ К.}$$

$$1.148. K = K_0 + Ftv_0 = 5 \text{ Дж.}$$

1.149. $v = (gl/2)^{1/2} \approx 10 \text{ м/с}$. Движение веревки не будет равноускоренным.

$$1.150. v_1 = \left[\frac{2g|m_1 l_1 - m_2 l_2|}{m_1 + m_2(l_2/l_1)^2} \right]^{1/2}.$$

$$1.151. A = A_0[M/(M+m)]^{1/2}.$$

$$1.152. v_1 = v_0[m_2/(m_1 + m_2)]^{1/2}.$$

$$1.153. \mu < m^2 v_0^2 / 8M^2 g l = 0,375.$$

$$1.154. Q = 3p^2/16m.$$

$$1.155. m_2 = 5m_1/3.$$

$$1.156. v_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = -3 \text{ м/с},$$

$$v_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_1 - m_2)v_2}{m_1 + m_2} = 0 \text{ м/с}.$$

$$1.157. Q = (1/16)mg[3H - 5h + 2(Hh)^{1/2}].$$

$$1.158. x = 8,5l - H/\mu = 0,33 \text{ м}.$$

$$1.159. \alpha_1 = \arccos\left(\frac{1}{2} + \frac{2m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}\right) = 25^\circ;$$

$$\alpha_2 = \arccos\left(1 - \frac{2m_1^2 l_1}{l_2(m_1 + m_2)^2}\right) = 43^\circ.$$

$$1.160. m_2 = m_1/2; m_3 = m_1/6; H_1 = H/9; H_2 = 4H/9; H_3 = 4H.$$

1.161. Пусть после последнего соударения скорости гирь равны u_1 и u_2 , а скорость бусинки равна v . Так как $m \ll M$, скорость в результате одного соударения с бусинкой меняется незначительно, поэтому $u_1 \approx u_2 = u$. Соударения прекратятся, если $v < u$. Применим закон сохранения энергии:

$$mv_0^2/2 = Mu_1^2/2 + Mu_2^2/2 + mv^2/2,$$

откуда, учитывая, что $m \ll M$, а $u_1 \approx u_2 \approx u \approx v$, получаем $u = v_0(m/2M)^{1/2} = 22 \text{ см/с}$.

С помощью закона сохранения импульса можно вычислить разность скоростей гирь $u_2 - u_1$:

$$mv_0 = Mu_2 - Mu_1 - mv,$$

откуда $u_2 - u_1 \approx (m/M)v_0 = 1 \text{ см/с}$. Мы убедились, что действительно $u_2 - u_1 \ll u$, и наше приближенное решение вполне справедливо.

1.162. Есть два возможных решения задачи:

$$v_1 = v_0, v_2 = 0 \text{ и } v_1 = -v_0 \frac{M-m}{M+m}, v_2 = v_0 \frac{2m}{M+m}.$$

Первое решение годится для случая, когда тело переваляло горку. В нашем случае реализуется второе решение. Подставляя числовые значения величин, получаем $v_1 = -3,3 \text{ м/с}$, $v_2 = 1,7 \text{ м/с}$.

$$1.163. v_{\min} = (2gH(M+m)/M)^{1/2} = 6,9 \text{ м/с}.$$

$$1.164. l = L + t(2gH)^{1/2}.$$

1.165. В конце спуска мешок имеет скорость $v_0 = (2gH)^{1/2}$. Разложим ее на вертикальную и горизонтальную составляющие: $v_s = v_0 \sin \alpha$, $v_r = v_0 \cos \alpha$. Мешок не подпрыгивает при ударе о пол (неупругое взаимодействие). Значит, вертикальная составляющая импульса мешка обращается в нуль под действием силы реакции опоры. Если средняя сила реакции

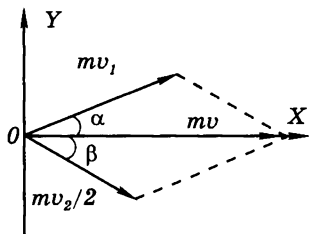


Рис. 1.112

равна N , а время соударения равно t , то импульс силы реакции за время удара $Nt = mv_0 \sin \alpha$. Так как мешок имеет горизонтальную составляющую скорости, он движется во время удара и на него действует сила трения $F_{\text{тр}} = \mu N$. Таким образом, сила трения $F_{\text{тр}}$, так же как и сила реакции N , имеет характер ударной силы. Импульс этой силы за время удара $F_{\text{тр}} t = \mu N t = \mu mv_0 \sin \alpha = 0,6mv_0$, а начальный горизонтальный импульс мешка $mv_0 \cos \alpha = 0,5mv_0$. Следовательно, горизонтальная составляющая скорости

мешка обратится в нуль раньше, чем вертикальная. Сила трения при этом тоже обратится в нуль, и мешок остановится сразу же у края доски.

1.166. $l = H(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)^2 / (\mu \sin \alpha) = 0,25 \text{ м}$.

1.167. Рассмотрим случай, когда объем газа увеличивается и молекула догоняет поршень. Тогда в системе координат, связанной с поршнем, скорость молекулы равна $v - u$. После упругого соударения молекула отскочит от поршня с той же скоростью, но направленной в противоположную сторону (так как масса поршня велика по сравнению с массой молекулы). В неподвижной системе координат скорость отскочившей молекулы $v_1 = -(v - u) + u = -v + 2u$. Следовательно, кинетическая энергия ее изменилась на величину

$$\Delta K = \frac{m(2u - v)^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = \frac{m4u^2}{2} - \frac{m4uv}{2} = -2muv.$$

1.168. По закону сохранения импульса $mv = mv_1 + mv_2/2$. Это векторное равенство можно заменить двумя скалярными, проектируя векторы на оси X и Y (рис. 1.112):

$$mv = mv_1 \cos \alpha + (mv_2/2) \cos \beta, \quad (1)$$

$$0 = mv_1 \sin \alpha - (mv_2/2) \sin \beta. \quad (2)$$

При упругом соударении выполняется закон сохранения энергии:

$$mv^2/2 = mv_1^2/2 + mv_2^2/4. \quad (3)$$

По уравнениям (1), (2) и (3) находим $v_2 = 2v/\sqrt{3} = 1,17v$; $\beta = \arcsin(1/2) = 30^\circ$.

1.169. Шарик может удариться о каждую ступеньку длинной лестницы только в случае, если каждый раз перед соударением он имеет одну и ту же скорость и ударяется в то же место ступеньки. При этом горизонтальная составляющая скорости шарика не меняется при соударении, а изменение вертикальной составляющей компенсируется за счет работы силы тяжести при падении на следующую ступеньку. Отсюда скорость шарика $v = (2gh/\alpha)^{1/2} = 2 \text{ м/с}$.

Время полета между двумя соударениями $t = l/v \sin \varphi$. Начальная вертикальная составляющая скорости после отскока $v_{\text{в}}$ находится из условия $(v \cos \varphi)^2 - v_{\text{в}}^2 = \alpha v^2$. По вертикали шарик проходит за время t путь $h = v_{\text{в}} t - gt^2/2$.

Из этих соотношений получаем уравнение

$$\frac{h}{l} = \frac{(\cos^2 \varphi - \alpha)^{1/2}}{\sin \varphi} - \frac{l}{h} \frac{\alpha}{4 \sin^2 \varphi}.$$

Подставляя в него числовые значения α , l и h , находим $\varphi = \arctg(1/3) = 18,5^\circ$.

1.170. $N = \rho V_t (gh + V_t^2/2S^2) = 1,5 \text{ кВт.}$

1.171. $N_2/N_1 = 8.$

1.172. $M_1 = Nm/2\pi n = 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}, M_2 = M_1/m = 200 \text{ Н} \cdot \text{м.}$

1.173. $Q = m_1 m_2 \omega^2 R^2 / 2(m_1 + m_2).$

1.174. $\mu = (1/2) \operatorname{tg} \alpha.$

1.175. $h = (H/2) \sin^2 \alpha.$

1.176. $Q = 2,2 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$

1.177. $A = (3/16) \rho_0 g L^2 S_1.$

1.178. $Q = \rho_1 g S h^2 / 8 = 1,25 \text{ Дж.}$

1.179. $Q = \frac{S_1 m^2 g}{2 \rho S_2 (S_1 + S_2)} = 0,08 \text{ Дж.}$

1.180. $Q = 3 m g h / 8 = 2,8 \text{ кДж.}$

1.181. $h = H/2.$

1.182. $r(h) = r_0 [H/(H + h)]^{1/2}.$

1.183. $Q = S_1 S_2 [2 g \Delta h / (S_1^2 - S_2^2)]^{1/2} = 0,11 \text{ л/с.}$

1.6. ТЯГОТЕНИЕ, СПУТНИКИ

1.184. $R_{\text{Л}} = (g_0 R_3^2 T_{\text{Л}}^2 / 4 \pi^2)^{1/3} = 3,84 \cdot 10^5 \text{ км.}$

1.185. $M_{\text{С}}/M_3 = (\omega_3/\omega_{\text{Л}})^2 (R_3/R_{\text{Л}})^3 = 3,5 \cdot 10^5.$

1.186. $\rho_{\text{С}} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; T_{\text{min}} = (3\pi/\rho_{\text{С}} G)^{1/2} = 10^4 \text{ с.}$

1.187. $T = (T_1/2\sqrt{2})[1 + (T_2/T_1)^{2/3}]^{3/2} = 33,3 \text{ г.}$

1.188. $T_2 = T_1 [2(T/T_1)^{2/3} - 1]^{3/2} = 2,78 \text{ лет.}$

1.189. $T = 1,5 \text{ ч.}$

1.190. $R/R_3 = (g T_3^2 / 4 \pi^2 R_3)^{1/3} = 6,7.$

1.191. Спутник может либо обгонять вращающуюся Землю, либо отставать от нее. Поэтому возможны два решения задачи.

а) Спутник вращается быстрее Земли: $\omega > \omega_3$. Тогда $(\omega - \omega_3)2T_3 = 2\pi$, $\omega = 3\pi/T_3$. Используя решение задачи 1.190, получим $R/R_3 = (g T_3^2 / 9 \pi^2 R_3)^{1/3} = 5.$

б) Спутник вращается медленнее Земли: $\omega < \omega_3$. Тогда $(\omega_3 - \omega)2T_3 = 2\pi$, $\omega = \pi/T_3$. Соответственно получаем $R/R_3 = (g T_3^2 / \pi^2 R_3)^{1/3} = 10,5.$

1.192. $T = 2\pi / [(g/27R_3)^{1/2} - 2\pi/T_3] = 0,44 \text{ сут} = 10,5 \text{ ч.}$

1.193. Для станции «Марс-2» мы знаем период и длину большой оси эллипса обращения: $a_{\text{М}} = 2R_{\text{М}} + a + p = 33 \text{ 180 км.}$ Рассмотрим спутник, вращающийся по круговой орбите вблизи поверхности Земли. Для него можно написать $GmM_3/R_3^2 = 4\pi^2 m R_3/T_1^2$, откуда $T_1^2/(2R_3)^3 = \pi^2/2GM_3$. Очевидно, для аналогичного спутника Марса получим $T_{\text{М}}^2/(2R_{\text{М}})^3 = \pi^2/2GM_{\text{М}}$. По третьему закону Кеплера для спутника Марса имеем $T_{\text{М}}^2/(2R_{\text{М}})^3 = T^2/a_{\text{М}}^3$. Используя эти соотношения, получаем $M_{\text{М}}/M_3 = T_1^2 a_{\text{М}}^3 / (2R_3)^3 T^2$. Период обращения спутника вблизи поверхности Земли

находим из условия, что центростремительное ускорение в этом случае $4\pi^2 R_3 / T_1^2 = g$, откуда $T_1^2 = 4\pi^2 R_3 / g$. С учетом этого находим $M_M / M_3 = \pi^2 a_M^3 / 2R_3^2 g T^2 = 0,11$.

$$1.194. M_{Ю} / M_3 = (T_2 / T_1)^2 (R_1 / R_2)^3 = 320.$$

1.195. Ускорение свободного падения на поверхности Солнца $g_C = GM_C / R_C^2 = (G / R_C^2) (4/3) \pi R_C^3 \rho_C = (4/3) \pi R_C \rho_C G$, где R_C — радиус Солнца, ρ_C — плотность Солнца. Для Земли по аналогии имеем $g_3 = (4/3) \pi R_3 \rho_3 G$, где R_3 — радиус Земли, ρ_3 — плотность Земли. Итак, $g_C = g_3 R_C \rho_C / (R_3 \rho_3)$. Поскольку $R_C / R_3 = 108$, а $\rho_C / \rho_3 = 0,25$, окончательно получим $g_C = 265 \text{ м/с}^2$.

$$1.196. g_C = 4\pi^2 R_0^3 / R_C^2 T^2 = 265 \text{ м/с}^2.$$

$$1.197. T = (3\pi / G\rho)^{1/2} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

$$1.198. v = (2\pi R / T)(R / R_{Ю})^{1/2} = 39 \text{ км/с}.$$

1.199. По третьему закону Кеплера $(T / T_3)^2 = (a / r_3)^3$, откуда длина большой полуоси орбиты кометы Галлея $a = r_3 (T / T_3)^{2/3} = 2,7 \cdot 10^9 \text{ км}$, но $2a = R_{\min} + R_{\max}$, так что $R_{\max} = 5,3 \cdot 10^9 \text{ км}$.

$$1.200. t = T / 2 = 7,15 \cdot 10^3 \text{ с} = 2 \text{ ч}.$$

$$1.201. R = 2R_0 = 3,0 \cdot 10^8 \text{ км}.$$

$$1.202. T = T_0 / \sqrt{2} = 8,5 \text{ мес, где } T_0 = 1 \text{ г}.$$

$$1.203. v_{2к} = \sqrt{2g_0 r_3} = 11,2 \text{ км/с}.$$

$$1.204. (v_{2к})_{Ю} = v_{2к} \sqrt{M_{Ю} r_3 / M_3 r_{Ю}} = 60 \text{ км/с}.$$

$$1.205. \Delta v \approx v_{2к} - v_{1к} = 3,3 \text{ км/с}.$$

$$1.206. \alpha = 4\pi^2 R^3 / (T^2 g R_3^2) = 2,4 \cdot 10^{-3}.$$

$$1.207. \Delta g / g = 6M r^4 / m R^4 = 4 \cdot 10^{-5}.$$

$$1.208. M = \pi^2 l^3 \varphi^3 / G T^2 = 0,95 \cdot 10^{30} \text{ кг} = 0,4 M_C.$$

$$1.209. M = (4\pi^2 R^3 M_{\pi}^2 / G T^2)^{1/3} = 2 \cdot 10^{25} \text{ кг} = 4 m_3.$$

$$1.210. \tau = (T_3 / 2) [(r_3 + R_M) / 2r_3]^{3/2} = 261 \text{ сут},$$

$$v = (2GM_C R_M / r_3 (r_3 + R_M))^{1/2} - (GM_C / r_3)^{1/2} = 2,9 \text{ км/с}.$$

$$1.211. H_{\tau} = H - 2\beta \tau (R_3 + H)^{3/2} / 3g^{1/2} = 497 \text{ км}.$$

$$1.212. \beta = -1,05 \cdot 10^{-23} \text{ рад/с}^2.$$

1.213. Закон сохранения энергии дает

$$mv^2 / 2 - GmM_3 / R_3 = -GmM_3 / R.$$

По условию $v = (gR_3)^{1/2}$, а $GM_3 = gR_3^2$.

Используя эти выражения, получаем, что $R = 2R_3$, т. е. ракета поднимается над Землей на высоту, равную R_3 . Ее траекторию можно представить себе как узкий эллипс, большая полуось которого $a = R_3$. Из третьего закона Кеплера следует, что период обращения по такому эллипсу равен периоду обращения спутника, движущегося по круговой орбите вблизи поверхности Земли: $T = 2\pi(R_3 / g)^{1/2}$.

Согласно второму закону Кеплера время полета ракеты пропорционально площади, которую прошел радиус-вектор, проведенный из центра

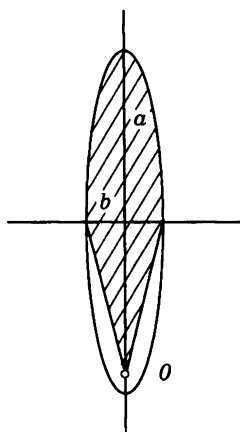


Рис. 1.113

Земли O (рис. 1.113). Площадь эллипса $S_0 = \pi ab$, где a и b — длины его полуосей. Площадь, заштрихованная на рисунке 1.113, $S \approx \pi ab/2 + ab$.
Время полета

$$t = TS/S_0 = (\pi + 2)(R_3/g)^{1/2} = 4,12 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 1 \text{ ч } 9 \text{ мин.}$$

$$1.214. v_0 = (3g_{\text{л}}R_{\text{л}}/2)^{1/2} = 2,1 \text{ км/с.}$$

1.215. а) Закон сохранения энергии при переходе корабля из точки A в точку B дает

$$Mv_A^2/2 - GMM_{\text{л}}/(R_{\text{л}} + h) = Mv_B^2/2 - GMM_{\text{л}}/R_{\text{л}}.$$

По второму закону Кеплера радиус-вектор за равные промежутки времени описывает равные площади. Если промежуток времени Δt мал, это будут приблизительно площади треугольников с основанием $v\Delta t$ и высотой R :

$$(1/2)(R_{\text{л}} + h)v_A\Delta t = (1/2)R_{\text{л}}v_B\Delta t.$$

Из этих соотношений находим, что скорость корабля в точке A после выключения двигателя

$$v_A = [2g_{\text{л}}R_{\text{л}}^3/(R_{\text{л}} + h)(2R_{\text{л}} + h)]^{1/2}.$$

До включения двигателя корабль двигался по круговой орбите и его скорость $v_0 = [g_{\text{л}}R_{\text{л}}^2/(R_{\text{л}} + h)]^{1/2}$. Двигатель должен уменьшить скорость корабля на величину

$$\Delta v = v_0 - v_A = \left(\frac{g_{\text{л}}R_{\text{л}}^2}{R_{\text{л}} + h}\right)^{1/2} \left[1 - \left(\frac{2R_{\text{л}}}{2R_{\text{л}} + h}\right)^{1/2}\right] \approx \frac{v_0 h}{4R_{\text{л}}} = 24 \text{ м/с.}$$

Так как двигатель работает очень короткое время, можно использовать закон сохранения импульса:

$$Mv_0 = (M - m)(v_0 - \Delta v) + m(u + v_0),$$

где m — масса выброшенного топлива. Преобразуя это выражение, получаем $m = M\Delta v/(u + \Delta v) \approx M\Delta v/u = 29 \text{ кг}$.

б) В этом случае решение проводится аналогично случаю а), с той лишь разницей, что вектор Δv направлен перпендикулярно \vec{v}_0 , $\Delta v = (v_A^2 - v_0^2)^{1/2}$. Окончательно получаем

$$\Delta v = h\left(\frac{g_{\text{л}}}{R_{\text{л}} + h}\right)^{1/2} = 97 \text{ м/с, } m = M\Delta v/u = 116 \text{ кг.}$$

1.216. Иллюстрацией к решению служит рисунок 1.114. Для обращения вокруг Солнца по орбите Земли:

$$\frac{mv_0^2}{R_0} = G\frac{mM_{\text{с}}}{R_0^2} = F_0. \quad (1)$$

После раскрытия паруса на спутник начинает действовать, кроме гравитационной, сила светового давления. Эта сила равна $F_S = 2W/c$, где W — световая мощность, падающая на парус. Так как излучение Солнца изотропно, то

$$F_S = 2\frac{L}{c} \frac{\pi r^2}{4\pi R^2},$$

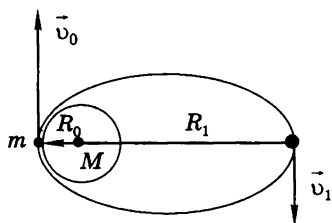


Рис. 1.114

где R — расстояние от Солнца. Обозначим $\alpha = GmM_c$, $\beta = \frac{Lr^2}{2c}$. Тогда равнодействующая, приложенная к спутнику, будет:

$$F = \frac{\alpha}{R^2} - \frac{\beta}{R^2} = \frac{\alpha - \beta}{R^2}.$$

Поскольку F , как и F_0 , пропорциональна R^{-2} , то движение спутника с парусом будет подчиняться законам Кеплера, в частности, траекторией движения будет эллипс. Найдем его большую полуось:

$$a = \frac{1}{2}(R_1 + R_0) = R_0 \frac{\alpha - \beta}{\alpha - 2\beta}.$$

По третьему закону Кеплера находим:

$$\frac{T}{T_0} = (\alpha - \beta) \sqrt{\frac{\alpha}{(\alpha - 2\beta)^3}}, \text{ где } t_0 \text{ — период обращения Земли.}$$

Так как $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{2GmM_c c}{Lr^2} = 4,23$, то $\frac{T}{T_0} \approx 2$, т. е. искомый период — 2 г.

1.7. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1.217. $\lambda = v/v = 34$ см.

1.218. $F_2 = F_1/2$.

1.219. Когда на груз начнет действовать постоянная сила, он будет совершать колебания около нового положения равновесия. В момент прекращения действия силы скорость будет максимальной, если груз проходит положение равновесия, т. е. если $t_1 = T/4 + nT/2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), где период колебания груза $T = 2\pi(m/k)^{1/2} = 0,21$ с. Груз останется после прекращения действия силы неподвижным, если $t_2 = nT$.

1.220. $m = 0,3$ кг; $k = 200$ Н/м; $T = 2\pi A/v = 0,24$ с.

1.221. $A = A_0[M/(M + m)]^{1/2}$.

1.222. $t = (\pi l)/(2v)$.

1.223. Начальное растяжение пружины $x_0 = mg/k$. Для того чтобы коробка подпрыгнула, пружина должна действовать на нее с силой, направленной вверх и большей силы тяжести коробки Mg , т. е. пружина должна быть сжата на длину $x > Mg/k$. Если A — амплитуда колебаний груза, то $x = A - x_0$, откуда получаем $A > (M + m)g/k$.

1.224. $A > \mu(M + m)g/k$.

1.225. В положении равновесия сумма сил, действующих на груз со стороны обеих пружин, равна нулю: $-k_1(l_1 - A) + k_2(l_2 + A) = 0$; отсюда находим амплитуду колебаний: $A = |k_1 l_1 - k_2 l_2|/(k_1 + k_2)$. Жесткость двух параллельно поставленных пружин $k = k_1 + k_2$, поэтому период колебаний $T = 2\pi[m/(k_1 + k_2)]^{1/2}$.

1.226. $T = 2\pi[M(k_1 + k_2)/4k_1 k_2]^{1/2}$.

1.227. $l_{\max} = l + v_0(m/2k)^{1/2}$; $l_{\min} = l - v_0(m/2k)^{1/2}$; $T = 2\pi(m/2k)^{1/2}$.

1.228. $T = 4a/v_0 + 2\pi(m/k)^{1/2}$.

1.229. Найдем время t , за которое шарик сместится от положения равновесия на половину амплитуды: $A/2 = A \sin(2\pi t/T_0)$. Известно, что

$\sin(\pi/6) = 1/2$, поэтому $t = T_0/12$. Если пренебречь временем соударения шарика с плитой, период колебаний $T = 2t + T_0/2 = 2T_0/3 = 4\pi(m/k)^{1/2}/3$.

1.230. Пусть груз сместился на расстояние x по вертикали. Растяжение пружины при этом $x_1 = xL/l$. Сила, действующая со стороны пружины на конец штанги, $F_1 = kxL/l$. Штанга невесома, поэтому суммарный момент сил, действующий на нее, должен быть равен нулю. Следовательно, на груз действует возвращающая сила $F_2 = F_1L/l = kx(L/l)^2$. Таким образом, можно считать, что роль жесткости играет величина $k' = k(L/l)^2$. Период колебаний при этом $T = 2\pi l(m/k)^{1/2}/L$.

1.231. $a = g[1 - (T_0/T)^2] = 0,3g = 3,2 \text{ м/с}^2$; вниз.

1.232. $t_{\text{пр}} = (2h/a)^{1/2} + (2ah)^{1/2}/g = 348 \text{ с}$; $t_{\text{м}} = (2h(g+a)/ag)^{1/2} = 105 \text{ с}$.

1.233. Обозначим жесткость пружины через k . Тогда по условию $ka = mg$. Из-за трения амплитуда колебаний уменьшается: $k(A_{n+1})^2/2 - k(A_n)^2/2 = \mu mg(A_n - A_{n+1})$, откуда $A_{n+1} - A_n = 2\mu a = 2 \text{ см}$, где A_{n+1} — отклонение в одну сторону от положения равновесия, A_n — следующее отклонение в другую сторону. Зона застоя, в пределах которой остановится брусок, равна $-1 \text{ см} < x < 1 \text{ см}$. У нас $A_0 = 4,8 \text{ см}$, $A_1 = 2,8 \text{ см}$, $A_2 = 0,8 \text{ см} < 1 \text{ см}$. Итак, брусок остановится на расстоянии $0,8 \text{ см}$ от положения равновесия. При этом энергия пружины равна $k(A_2)^2/2$. В тепло перейдет $Q = k(A_0)^2/2 - k(A_2)^2/2$, и часть энергии, перешедшей в тепло, равна $Q/(kA_0^2/2) = 1 - (A_2/A_0)^2 = 0,97$.

1.234. Груз остановится на расстоянии $x = 0,5 \text{ см}$ слева от положения равновесия.

II. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

2.1. ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ТЕЛ

2.1. Необходимое повышение температуры диска $\Delta T = (D - d)/d\alpha = 182 \text{ К}$.

$$2.2. \beta_1 = \frac{P_2 - P_1 + (P - P_1)\beta(t_2 - t_1)}{(P - P_2)(t_2 - t_1)}.$$

2.3. Будем считать, что средняя линия каждой пластинки сохраняет длину, которая была бы в неизогнутом состоянии (рис. 2.58). Радиус r определяется из условий:

$$\begin{aligned} \varphi(r - a/2) &= l + \Delta l_1, \quad \Delta l_1 = l\alpha_1\Delta T, \\ \varphi(r + a/2) &= l + \Delta l_2, \quad \Delta l_2 = l\alpha_2\Delta T, \\ (1 + \alpha_1\Delta T)(r - a/2) &= (1 + \alpha_2\Delta T)(r + a/2). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$r = a[2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\Delta T]/2(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T = 22,5 \text{ см}.$$

2.4. При тепловом расширении жидкости в нагретом сосуде давление ее на дно сосуда не изменяется, поэтому уровень жидкости H_0 во втором сосуде остается прежним. Условие рав-

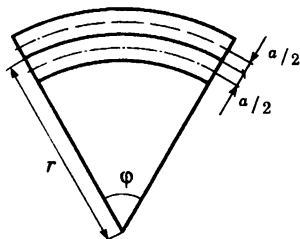


Рис. 2.58

новесия жидкости в сообщающихся сосудах запишется в виде $\rho_0 g H_0 = \rho g H$, где ρ и H — плотность и высота столба жидкости в нагретом сосуде. Из закона теплового расширения следует: $1/\rho = (1 + \beta \Delta T)/\rho_0$, где $1/\rho_0$ и $1/\rho$ — удельные объемы жидкости. Из этих соотношений получим $H/H_0 = \rho_0/\rho = (1 + \beta \Delta T)$, $\Delta H = H - H_0 = H_0 \beta \Delta T$. Подстановка числовых значений дает: $\Delta H = 2,6$ мм.

$$2.5. h_x \approx h(1 + \beta \Delta t/2).$$

$$2.6. h_x \approx h(1 - \beta \Delta t/4).$$

$$2.7. p = E\alpha(T_2 - T_1) = 4 \cdot 10^8 \text{ Па}.$$

$$2.8. F = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{E_1 + E_2} E_1 E_2 S (T_2 - T_1);$$

$$\Delta L = \frac{L}{2} \frac{\alpha_1 E_1 - \alpha_2 E_2}{E_1 + E_2} (T_2 - T_1).$$

2.2. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

2.9. Решение данной задачи сводится к подстановке числовых значений в уравнение газового состояния. Нужно только учесть, что молекула азота состоит из двух атомов и, следовательно,

$$\mu = 28 \text{ г/моль: } p = mRT/\mu V = 8,8 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

2.10. Применяя к воздуху, занимающему объем комнаты при температурах $t_1 = 10^\circ \text{С}$ и $t_2 = 20^\circ \text{С}$, уравнение газового состояния, имеем:

$$\Delta m = \frac{pV\mu}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = 2,26 \text{ кг}.$$

Здесь T_1 и T_2 — абсолютные температуры, соответствующие температурам по Цельсию t_1 и t_2 .

$$2.11. p = \rho RT/\mu = \rho_0 RT/n\mu = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

$$2.12. m_2 = m_1 \mu_2 T_1 / 5 \mu_1 T_2 = 30 \text{ г}.$$

2.13. $T = 1250 \text{ К}$. Расчет проведен в предположении, что вся вода превратилась в пар. В нашем случае это заведомо справедливо, так как при температуре, превышающей $t_k = 374,1^\circ \text{С}$ (критическую температуру воды), водяной пар не может быть превращен в жидкость ни при каком давлении.

2.14. Давление в сосуде, которое установится после испарения азота (при условии, что сосуд не разорвется), находим из уравнения газового состояния: $p = mRT/\mu V = 3,47 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Так как $p > p_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}$, сосуд разорвется.

2.15. Молярная масса $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ была бы равна $\mu = 58 \text{ г/моль}$. Молярная масса $(\text{C}_3\text{H}_6\text{O})_n$ равна $n\mu$. Следовательно, $n = mRT/\mu pV = 2$.

2.16. Вычисляя молярную массу соединения, получаем $\mu = 16 \text{ г/моль}$. Искомая формула — CH_4 .

$$2.17. \text{CO}_2.$$

2.18. Плотность газа, составляющего шаровую молнию, равна плотности воздуха, так как молния свободно плавает в воздухе. Равны, очевидно, и давления. Следовательно, молярные массы вещества молнии

и воздуха обратно пропорциональны их абсолютным температурам, и мы можем найти молярную массу вещества молнии: $\mu = \mu_0 T_0 / T = 86$ г/моль, где $\mu_0 = 29$ г/моль — молярная масса воздуха. Искомое число молекул воды, связанных с ионом азота, найдем из соотношения $n = (\mu - \mu_N) / \mu_B = 4$, где $\mu_N = 14$ г/моль — молярная масса ионов азота (практически равная молярной массе атомарного азота), $\mu_B = 18$ г/моль — молярная масса воды.

2.19. $V = 66$ дм³.

2.20. Искомое давление $p_1 = \frac{mRT_1}{50\mu(V - m/\rho)} + \frac{pT_1}{T} = 2,6 \cdot 10^6$ Па, где $\mu = 2$ г/моль — молярная масса водорода.

2.21. $V = 755$ дм³.

2.22. $T_2 = p_2 V_1 (p_1 V_1 / RT_1 - V / V_0) / R = 255$ К.

2.23. Первоначально в объеме V содержалось $\nu = m / \mu = pV / RT = 41,7$ моль водорода. Для образования 0,5 дм³ (0,5 кг) воды требуется 500 г : 18 г/моль = 27,7 моль водорода. Следовательно, израсходовано 14 моль, или 28 г водорода.

2.24. $\mu_r = \mu_B \frac{m_r p_B}{m_B p_r} = \mu_B \frac{(m_3 - m_1) p_B}{(m_2 - m_1) p_r} = 48$ г/моль.

2.25. $m = (M_1 - M_2) p T_1 / (p_1 - p_2) T_2 = 3$ кг.

2.26. $\nu = (m_1 - m_2) p_2 T_1 / (p_1 T_2 - p_2 T_1) \mu = 100$ моль.

2.27. $\Delta t = m(p - p_0) / p = \mu V(p - p_0) / V_0 p_0 = 0,14$ г > 0,01 г. Следовательно, разницу в массах полного и пустого баллончиков нетрудно заметить.

2.28. Расчет дает для времени, которым располагает аквалангист при проведении ремонтных работ, значение $\tau_2 = 20$ мин. Искомое время (с момента погружения) составляет $\tau = 30$ мин.

2.29. $T = 500$ К.

2.30. 335 К.

2.31. $m = \mu V \Delta p / R \Delta T \approx 12$ кг.

2.32. $F = (p_0 \pi D^2 / 4)(1 - T_0 / T) = 21$ Н.

2.33. $m = Mn(k - 1) / (n - 1)$.

2.34. $T_2 - T_1 = T_1 \frac{Mg/S - (n - 1)(p_0 + mg/S)}{n(p_0 + mg/S)}$.

2.35. $M = 3(m + p_0 S / g)$.

2.36. $\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{m}{\mu} \frac{R}{p_0 S} (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{R}{p_0 S + Mg} (T_2 - T_1) = 41$ см.

2.37. $\Delta h = 164$ см.

2.38. $\nu = mRT / \mu p S \tau = 0,87$ м/с.

2.39. При установившемся режиме горения в камере двигателя будет такое давление, при котором скорость истечения массы газа из сопла равна скорости сгорания пороха: $\alpha p S = A p^n$, где α — некоторая постоянная; отсюда

$p^{1-n} = A / \alpha S, \quad p = (A / \alpha S)^{1/(1-n)}$.

Отношение давлений в камерах $p_2 / p_1 = (S_1 / S_2)^{1/(1-n)}$. В случае, когда $n = 2/3$ и $S_1 / S_2 = 2$, получим $p_2 / p_1 = 2^3 = 8$.

2.40. По условию $S_1/S_2 = 2$ и $p_2/p_1 = 4$. Таким образом, $4 = 2^{1/(1-n)}$, $1/(1-n) = 2$, $n = 1/2$ (см. решение задачи 2.39).

2.41. $\tau = \mu p V / RT M \tau = 8 \cdot 10^{-3}$ с.

2.42. При наилучшем вакууме насос откачивает газ, который втекает в сосуд из-за наличия течи. Пусть p — предельное давление в сосуде, T — температура газа, m_τ — масса газа, откачиваемая в единицу времени при давлении p . Тогда

$$m_\tau = p V_\tau \mu / RT = \Delta p V \mu / RT \tau;$$

отсюда $p = \Delta p V / V_\tau \tau = 10^{-3}$ мм рт. ст.

2.43. $V_1/V = m_1 \mu_2 / (m_1 \mu_2 + m_2 \mu_1) = 0,71$, где $\mu_1 = 2$ г/моль и $\mu_2 = 28$ г/моль — молярные массы водорода и азота, V_1 — объем, занимаемый водородом, V — объем сосуда.

2.44. В равновесии газ в малом сосуде примет температуру льда, в большом — пара, а давления их будут одинаковы. Запишем условие равенства масс газов во всем объеме в первом и во втором состояниях:

$$p_0 \frac{V_1 + V_2}{T_0} = p \left(\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2} \right), \quad \text{отсюда } p = 9 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

2.45. $T_2 = T_1 \left(\frac{v \mu}{m} - 1 \right) \frac{V_2}{V_1} = 49 \text{ К.}$

2.46. Массы газа в сосудах одинаковы, поэтому равенство давлений можно записать в виде $(V_0 + \Delta V)/T_1 = (V_0 - \Delta V)/T_2$, причем перемещение капли $\Delta l = 4 \Delta V / \pi d^2 = 29$ см.

2.47. $p' = \frac{2p_0 p T_1}{2p_0 T + p(T_1 - T)}.$

2.48. $p_1 = \frac{2p_0}{1 + T/T_1}, \quad p_2 = \frac{2p_0}{1 + T_1/T}.$

2.49. Запишем условия равновесия поршня в начальном и конечном состояниях: $Mg + p_0 S + kx_1 = p_1 S$, $Mg + p_0 S + kx_2 = p_2 S$, где M — масса поршня, S — сечение цилиндра, x_1 и x_2 — изменения длины пружины, p_1 и p_2 — начальное и конечное давления газа, p_0 — атмосферное давление. Из этих соотношений получим $k(x_2 - x_1) = S(p_2 - p_1)$, при этом $x_2 - x_1 = H - h$. Из уравнения газового состояния имеем:

$$p_2 - p_1 = \frac{mR}{\mu S} \left(\frac{T_2}{H} - \frac{T_1}{h} \right),$$

$$T_2 = T_1 \frac{H}{h} + \frac{\mu k H (H - h)}{mR}.$$

2.50. $T = 2,25 T_0.$

2.51. $T = T_1 (V_2/V_1) (1 - 1/3)/(1/3) = 936 \text{ К } (663^\circ \text{C}).$

2.52. $p_1 = 8p/5, \quad p_2 = 2p/5.$

2.53. $T_2 = 7T_1/4 = 700 \text{ К.}$

2.54. $p_2 = \frac{(p_1 T/T_0) - \Delta p}{V_1 + V_2} V_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ Па.}$

$$2.55. V_1/V = v_1/v = (T_2 - T_1)/T_2 = 3/4.$$

$$2.56. T_1/T_2 = 1/4.$$

$$2.57. h_1 = h(T_1/T)^{1/2}.$$

$$2.58. \text{Перемещение } x = (l/2)[(1 + 2RT/kl^2)^{1/2} - 1] = 0,5 \text{ м.}$$

$$2.59. n = -1/2.$$

2.60. Объем газа пропорционален отношению T/p . Эта величина максимальна в точке 3. Для точки 1 имеем $V_1 = V_{\max} T_1/T_2 = 12,3 \text{ дм}^3$.

Из уравнения газового состояния найдем, что масса газа $m = 16 \text{ г}$.

$$2.61. m = 56 \text{ г}, p_1 = 4 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

2.62. Поскольку горизонтальный ствол шахты сообщается с атмосферой, давление воздуха здесь равно атмосферному. В верхней части шахты (под заслонкой) давление воздуха $p_1 = p_0 - \rho_1 gh$, где ρ_1 — плотность воздуха внутри шахты. Аналогичным образом давление воздуха над заслонкой $p_2 = p_0 - \rho_2 gh$, где ρ_2 — плотность атмосферного воздуха. При написании этих соотношений предполагалось, что плотности воздуха ρ_1 и ρ_2 не меняются заметным образом при изменении высоты на величину h . Это предположение справедливо, если изменения давления с высотой (т. е. $\rho_1 gh$ и $\rho_2 gh$) малы по сравнению с давлением p_0 . Плотности воздуха ρ_1 и ρ_2 могут быть определены из уравнения газового состояния: $\rho_1 = \mu p_0/RT$, $\rho_2 = \mu p_0/RT_0$. Разность давлений

$$p_2 - p_1 = gh \frac{\mu p_0}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) = gh \mu \frac{p_0}{RT_0} \left(1 - \frac{T_0}{T} \right).$$

Для силы, действующей на заслонку, получаем $F = S(p_1 - p_2) = 500 \text{ Н}$. Эта сила направлена вверх, так как $p_1 > p_2$. Для удержания заслонки в равновесии к ней нужно приложить внешнюю силу, направленную вниз и равную по модулю силе F . В справедливости сделанного выше предположения о постоянстве ρ_1 и ρ_2 можно убедиться с помощью численного расчета.

$$2.63. T = 390 \text{ К (см. решение задачи 2.62).}$$

$$2.64. M = p_0 S / 3g = 3,3 \text{ кг.}$$

$$2.65. p_0 = 7Mg/S = 3,5 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

2.66. Разность показаний весов определяется разностью выталкивающих сил, действующих на сосуд со стороны воздуха, т. е. разностью масс воздуха в объеме, равном объему сосуда:

$$\Delta m = \frac{\mu p_0 V}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right);$$

отсюда при $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ и $\mu = 29 \text{ г/моль}$ получим $V = 1,3 \text{ дм}^3$.

$$2.67. m_0 \leq \mu p_0 V_1 (\rho_1 - \rho_2) / \rho_2 RT = 12 \cdot 10^{-7} \text{ кг} = 1,2 \text{ мг.}$$

$$2.68. M > \frac{m_0(\rho_1 - \rho_s)(\rho_2 - \rho_s)}{\rho_s(\rho_2 - \rho_1)} \approx \frac{m_0 \rho_1 \rho_2 RT}{\mu p_0(\rho_2 - \rho_1)} = 0,33 \text{ г.}$$

2.69. Давление внутри шара равно давлению окружающего воздуха. Тогда масса вытесненного шаром воздуха $m_1 = \mu_1 pV/RT$. Но $V = m_2 RT / \mu_2 p$; следовательно, $m_1 = m_2 \mu_1 / \mu_2$. Подъемная сила

$$F = m_1 g - m_2 g = (\mu_1 / \mu_2 - 1) m_2 g.$$

2.70. 5 шаров.

2.71. Плотность воздуха ($\mu_1 = 29$ г/моль) у поверхности Земли $\rho_1 = \mu_1 p_0 / RT$, а на высоте $h = 1,5$ км она составляет 0,8 от этого значения. Плотность гелия ($\mu_2 = 4$ г/моль) $\rho_2 = \mu_2 p_0 / RT$. Условие равновесия выглядит так: $V \cdot 0,8(\mu_1 p_0 / RT) = V \mu_2 p_0 / RT + M$. Отсюда $M = (0,8\mu_1 - \mu_2)p_0 V / RT = 380$ кг.

$$2.72. \Delta m = \frac{\mu}{R} \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) V = 50 \text{ кг.}$$

$$2.73. M + \mu \frac{p_0 V}{RT_x} = \mu \frac{p_0 V}{RT_0}, \text{ где } p_0 = 10^5 \text{ Па, } \mu = 29.$$

Отсюда $T_x = 546$ К (273°C).

$$2.74. F = \frac{\mu p_0 V g}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = 5 \cdot 10^5 \text{ Н, где } \mu = 4 \text{ г/моль — молярная масса гелия.}$$

$$2.75. p = p_0 \frac{T}{2T_0} \left(\frac{F}{Mg} + 1 \right)^{-1} \approx 46 \text{ мм рт. ст.}$$

2.76. Условие равновесия шара на максимальной высоте подъема H имеет вид $Mg = \rho Vg = \mu p Vg / RT$, где ρ и p — плотность и давление воздуха на высоте H (использовано уравнение газового состояния), отсюда $p = MRT / \mu V$. Расчет дает $p_0 / p = 16$. Таким образом, давление на максимальной высоте в 16 раз меньше, чем у поверхности Земли. Поскольку через каждые $h = 5$ км высоты давление падает в 2 раза, максимальная высота подъема шара окажется равной $H = 20$ км.

2.77. $H = 20$ км (см. решение задачи 2.76).

$$2.78. r_{\min} = 3\sigma RT_0 / p_0 (\mu_v - \mu_{\text{He}}) = 2,7 \text{ м.}$$

2.79. Запишем условие равновесия шара на заданной высоте:

$$V \cdot 0,5\mu_1 p_0 / RT = V \mu_2 p_0 / RT + M + 4\pi\sigma(3V/4\pi)^{2/3},$$

где μ_1 и μ_2 — молярные массы воздуха и гелия, σ — искомая плотность материала. Расчет дает $\sigma = 0,3$ кг/м².

2.80. Атмосферное давление $p_0 = 1$ атм (10^5 Па) соответствует давлению столба воды высотой $H = 10$ м; следовательно, на глубине $h = 40$ м давление (с учетом атмосферного) $p_1 = 5$ атм. Объем V_1 , который может занять воздух, т. е. объем воды, которую он может вытеснить, найдем из уравнения газового состояния:

$$V_1 = V p T_1 / p_1 T = 920 \text{ дм}^3.$$

$$2.81. \tau = l^3(p_0 + \rho g H) / V_t p_0 = 24 \text{ мин.}$$

$$2.82. \frac{1}{5} \left(1 + 2 \frac{\rho g L}{p_0} \right).$$

$$2.83. T_0 = 3T p_0 / (p_0 + \rho g L / 3).$$

$$2.84. T_1 / T = (2p_0 - \rho g L) / (2p_0 + \rho g L).$$

$$2.85. T_2 / T_1 = 3(2p_0 + \rho g h) / 8(p_0 + \rho g h).$$

$$2.86. T = \frac{l}{l-h} \frac{p_0}{p_0 - \rho g h} T_0 = 350 \text{ К.}$$

$$2.87. T \approx 1,38 T_0 \approx 378 \text{ К.}$$

$$2.88. T \leq H^2 \mu S \rho g / 4mR, \text{ где } \rho - \text{плотность ртути.}$$

$$2.89. h = \frac{H+l}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{H^2 + l^2}.$$

2.90. Поршень будет находиться в равновесии, если давление в пробирке равно $p_0 + \rho g(H-x)$. Тогда по закону Бойля—Мариотта получаем

$$[p_0 + \rho g(H-x)]xS = p'LS, \quad x^2 - \left(H + \frac{p_0}{\rho g}\right)x + \frac{p'L}{\rho g} = 0,$$

откуда

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \left(H + \frac{p_0}{\rho g}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(H + \frac{p_0}{\rho g}\right)^2 - \frac{p'L}{\rho g}}.$$

Определим, какое из полученных решений квадратного уравнения справедливо в условиях задачи. Для этого изобразим на графике закон Бойля—Мариотта для газа внутри пробирки: $px = \text{const}$ (кривая 1 на рисунке 2.59). На том же графике построим зависимость $p = p_0 + \rho g(H-x)$ (прямая 2). Условию равновесия поршня соответствуют точки пересечения кривой 1 и прямой 2 — точки a и b . Нетрудно видеть, что положение поршня в точке b является положением неустойчивого равновесия. Действительно, если объем газа случайно немного увеличится, гидростатическое давление уменьшится сильнее, чем давление газа в сосуде, и газ вытолкнет поршень. Если же объем немного уменьшится, то гидростатическое давление возрастет сильнее, чем давление газа, а поршень будет проваливаться внутрь пробирки до положения x_a . Подобные рассуждения приводят к выводу, что x_a — положение устойчивого равновесия. Итак,

$$x = \frac{1}{2} \left(H + \frac{p_0}{\rho g}\right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(H + \frac{p_0}{\rho g}\right)^2 - \frac{p'L}{\rho g}}.$$

Задача имеет решение, если подкоренное выражение больше нуля, т. е.

$$\frac{1}{4} \left(H + \frac{p_0}{\rho g}\right)^2 - \frac{p'L}{\rho g} > 0,$$

$$\text{откуда } H > 2 \sqrt{\frac{p'L}{\rho g}} - \frac{p_0}{\rho g}.$$

На рисунке (2.59) это соответствует условию, что прямая 2 проходит правее прямой 3.

2.91. Стакан утонет, если выталкивающая сила будет меньше его веса. Объем воздуха на глубине h определяется законом Бойля—Мариотта: $V = V_0 p_0 / (p_0 + \rho g h)$, где $V_0 = SH$. На критической глубине $\rho p_0 V_0 / p_0 + \rho g h = M$, откуда $h = p_0(\rho V_0 / M - 1) / \rho g = 30 \text{ м.}$

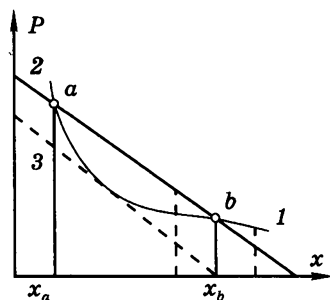


Рис. 2.59

2.3. ГАЗОВЫЕ СМЕСИ

2.92. Каждый сорт газа в смеси дает свой вклад в общее давление, равный парциальному давлению, т. е. давлению, которое этот газ оказал бы на стенки сосуда, если бы других газов в сосуде не было (закон Дальтона). Для парциальных давлений можно написать $p_1 = m_1 RT / \mu_1 V$, $p_2 = m_2 RT / \mu_2 V$; отсюда $(p_1 + p_2)V = (m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)RT$

Следовательно,

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V} = \frac{(m_1 + m_2)(p_1 + p_2)}{(m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)RT} = 0,51 \text{ кг/м}^3.$$

2.93. Расчет с использованием закона Дальтона дает для массы азота

$$m_a = \frac{\mu_a \mu_k}{\mu_k - \mu_a} \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1} - \frac{m}{\mu_k} \right) = 56 \text{ г},$$

где μ_a и μ_k — молярные массы азота и кислорода. Во втором сосуде азот создает давление $p_2 = m_a RT_2 / \mu_k V_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

2.94. Пусть m_1 — масса водорода, m_2 — масса кислорода, μ_1 и μ_2 — их молярные массы. Тогда на основании закона газового состояния и закона Дальтона для смеси можно записать

$$pV = (m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)RT, \text{ где } m_1 + m_2 = m;$$

отсюда

$$m_1 = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_2 - \mu_1} \left(\frac{pV_1}{RT_1} - \frac{m}{\mu_2} \right) = 13,1 \text{ г}.$$

Масса кислорода в сосуде $m_2 = 46,9 \text{ г}$. В молекуле воды массы кислорода и водорода относятся как 16:2 = 8. В нашем случае $m_2/m_1 < 8$, т. е. в баллоне имеется избыток водорода. Весь кислород пойдет на образование воды. Масса образовавшейся воды $M = m_2 \mu / \mu_2 = 52,7 \text{ г}$ (μ — молярная масса воды).

$$\mathbf{2.95.} \quad n \approx 6p_1 V / 5pV_0 = 333.$$

$$\mathbf{2.96.} \quad N \approx 9p_1 V_1 / p_2 V_2 = 27.$$

2.97. Первоначальное давление p в первой половине сосуда равно сумме парциальных давлений аргона и водорода:

$$p = p_a + p_b = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_a}{\mu_a} + \frac{m_b}{\mu_b} \right).$$

После окончания диффузии

$$p' = p'_a + p'_b = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_a}{\mu_a} + \frac{m_b}{2\mu_b} \right),$$

так как водород теперь занимает объем $2V$. После несложных преобразований найдем $m_a/m_b = 10$.

$$\mathbf{2.98.} \quad p = p_a + p_b = 2 \frac{RT}{V} \left(\frac{m_a}{\mu_a} + \frac{m_b}{2\mu_b} \right) = 2,4 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

$$\mathbf{2.99.} \quad p_1 = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_b}{\mu_b} + \frac{m_r}{2\mu_r} \right) = 0,37 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

$$p_2 = \frac{RT}{V} \frac{m_r}{2\mu_r} = 0,12 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

2.100. Учитывая равенство вместимостей сосудов, получим, что вначале 20% давления создавал гелий, а 80% водород. Отсюда следует, что масса гелия вдвое меньше массы водорода.

2.101. $V_2/V_1 = 3$.

2.102. Масса гелия — 8/3 г, масса водорода — 2/3 г.

2.103. Массы гелия и водорода в смеси одинаковы.

2.104. $p_2 = 2p_1V_1T_2/V_2T_1 = 8 \cdot 10^5$ Па.

2.105. Атомов азота вдвое меньше, чем атомов водорода.

2.106. Если бы молекулы I_2 не диссоциировали, давление в сосуде оказалось бы равным $p_0 = \frac{RT}{V} \frac{m}{\mu} = 8,33 \cdot 10^5$ Па. Если степень диссоциации молекул I_2 на атомы I равна α , то в сосуде находится $v_1 = 2\alpha m/\mu$ атомарного иода и $v_2 = (1 - \alpha)m/\mu$ молекулярного иода. При этом полное давление в сосуде на основании закона Дальтона равно сумме парциальных давлений I и I_2 :

$$p = \frac{RT}{V} \cdot 2\alpha \frac{m}{\mu} + \frac{RT}{V} (1 - \alpha) \frac{m}{\mu} = (1 + \alpha)p_0.$$

Отсюда следует, что $1 + \alpha = p/p_0 = 1,12$; $\alpha = 0,12$, т. е. 12%.

2.107. $p = \frac{RT}{V} \left[(1 - \alpha) \frac{m}{\mu} + \alpha \frac{2m}{\mu} \right] = \frac{RT}{V} (1 + \alpha) \frac{m}{\mu} = 1,9 \cdot 10^5$ Па.

2.108. Применяя закон Дальтона для смеси газов, найдем полное давление p в сосуде:

$$p = \frac{RT(1 - \alpha)m}{V\mu} + \frac{RT}{V} \frac{\alpha m}{\mu} + \frac{RT}{V} \frac{\alpha m}{2\mu} = (1 + \alpha/2)p_0 = (1 + \alpha/2)mRT/(\mu V).$$

Отсюда следует, что $1 + \alpha/2 = p/p_0 = 1,1$; $\alpha = 0,2$, т. е. 20%.

2.109. Искомая масса $m = \mu pV/RT - M = 0,27$, где $\mu = 92$ г/моль — молярная масса N_2O_4 .

2.110. $\alpha_2 = \frac{p_2 v_1}{p_1 v_2} (1 + \alpha_1) - 1 = 0,25$.

2.111. $\alpha_2 = 2 \left[\frac{T_1 v_1}{T_2 v_2} \left(1 + \frac{\alpha_1}{2} \right) - 1 \right] = 0,75$.

2.4. НАСЫЩЕННЫЕ И НЕНАСЫЩЕННЫЕ ПАРЫ

2.112. $\rho = \mu p/RT = 0,012$ г/м³.

2.113. $m = \mu p_1 V/RT_1 - \mu p_2 V/RT_2 = 8,9$ мг.

2.114. $\Delta m/m = \mu pV/mRT = 0,17$.

2.115. Температура $T = 373$ К — точка кипения воды при нормальном давлении. Кипение начинается тогда, когда давление насыщенного пара становится равным атмосферному ($p_0 = 10^5$ Па). Учитывая это, имеем $m = \mu p_0 V/RT = 5,9$ г.

2.116. $\Delta m = m - \mu pV/2RT = 0,64$ г.

2.117. Поршень будет в равновесии, когда сумма действующих на него сил равна нулю: $pS = p_0S + Mg$, следовательно, $p = p_0 + Mg/S = 2 \cdot 10^5$ Па. При температуре $t_0 = 0^\circ \text{C}$ давление насыщенного пара меньше p , поэтому вся вода сконденсирована. При температуре $t = 200^\circ \text{C}$ давление насыщенного пара больше p , поэтому вся вода испарится и пар будет расширяться до тех пор, пока его давление не станет равным p . Его объем при этом $V = mRT/\mu pS$. Высота, на которую поднимется поршень, равна $h = V/S = mRT/\mu pS = 1,9$ м.

2.118. $p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} = \frac{\rho}{\mu} \frac{h}{H} \left(\frac{d}{D} \right)^2 RT = 2,13 \cdot 10^3$ Па, где $\rho = 10^3$ кг/м³ — плотность воды.

2.119. Из уравнения газового состояния можно найти давление, которое создал бы пропан в баллоне, если бы он весь находился в газообразном состоянии (при комнатной температуре — около 300 К). Получаем давление, превышающее $3 \cdot 10^7$ Па. Значит, большая часть пропана находится в конденсированном (жидком) состоянии.

2.120. Над кипящей водой находится ее насыщенный пар, давление которого равно атмосферному ($p_0 = 10^5$ Па). Поэтому весь воздух из термоса вытеснен водяным паром. После охлаждения под крышкой практически вакуум (точнее, насыщенный пар при комнатной температуре; его давление мало по сравнению с p_0). Разность давлений, действующая на крышку, близка к p_0 . Отсюда $F = p_0 \pi D^2/4 = 70$ Н.

2.121. $h = \Delta h(t_0 - t)/\Delta t = 5,6$ км, где $t_0 = 100^\circ \text{C}$.

2.122. $V = \nu_a RT/p_0 = 15$ дм³.

2.123. Объем, занятый азотом, $V_a = 40$ дм³.

2.124. Вода сконденсируется, и азот займет весь объем цилиндра (объемом жидкости пренебрегаем).

2.125. Поршень останавливается, когда вся вода испаряется. В этот момент число молей водяного пара в 3 раза больше числа молей воздуха. Вначале они были равны. Значит, масса воды в начальном состоянии в 2 раза больше массы пара.

2.126. Сконденсируется $3/4$ пара.

2.127. Давление воздуха в сосуде при температуре $t_1 = 76^\circ \text{C}$ $p_1 = p_0 - p = 6 \cdot 10^4$ Па. При температуре $T_2 = 80$ К полное давление равно давлению воздуха: $p_2 = p_1 T_2/T_1 = 13,7$ кПа.

2.128. $\Delta m = (p_0 \Delta h - Mgh/S)\mu S/RT = 0,59$ г. Здесь $\mu = 18$ г/моль — молярная масса воды.

2.129. $p = p_0 T/T_0 + \frac{m}{\mu} RT/V = 1,88 \cdot 10^5$ Па. Здесь $\mu = 18$ г/моль — молярная масса воды.

2.130. $p = p_0 + mRT/\mu V = 1,27 \cdot 10^5$ Па. Здесь $\mu = 44$ г/моль — молярная масса углекислого газа.

2.131. $p_n = F/S + p_0 - p_{v0} T/T_0 = 8,3 \cdot 10^4$ Па.

2.132. $T = \frac{F/S + p_0}{p_0/T_0 + mR/\mu V} = 385$ К.

2.133. $\alpha_1 = (p_1/p_2)100\%$.

2.134. $\alpha_3 = \alpha_4 = 100\%$; $\alpha_2 = (5/7)100\% = 71\%$; $\alpha_1 = (5/10)100\% = 50\%$.

2.135. Давление водяного пара в сосуде $p_1 = 0,6 \cdot 3 = 1,8$ кПа. Дополнительно нужно создать давление $p_2 = 1,2$ кПа. Масса воды, создающая такое давление, найдется из уравнения газового состояния: $m = \mu p_2 V / RT = 6,2$ г.

2.136. Первоначальная масса водяного пара в сосуде $m_1 = \mu p_1 V / RT = 0,9$ г, где $p_1 = \alpha_1 p$. При введении еще $m = 1$ г воды масса станет равной $m_2 = 1,9$ г и давление $p_2 = m_2 RT / \mu V = 2,67$ кПа. Относительная влажность $\alpha_2 = p_2 / p = 0,63$, т. е. 63%.

2.137. $\alpha = \alpha_1 / 3 + 2\alpha_2 / 3 = 27\%$.

2.138. $\alpha_2 = \alpha_1 p_1 / p_2 = 0,36$.

2.139. $p_2 = 10(p_1 - \alpha p) + p = 120$ кПа.

2.140. $\alpha = \frac{p_1^2}{p_2 p_{\text{нас}}} = 0,72$ (72%).

2.141. Отношение плотностей водяного пара, содержащегося в воздухе в июле и ноябре, $\rho_2 / \rho_1 = \alpha_2 p_2 T_1 / \alpha_1 p_1 T_2 = 3,4$. В июле плотность водяного пара в 3,4 раза больше.

2.142. $\rho / \rho_0 = p T_0 / p_0 T = 1,9$.

2.143. $\rho_v / \rho_m = \mu_v p_v / \mu_m p_m = 190$.

2.144. Давление влажного воздуха складывается из давления водяного пара $p_v = 0,8 \cdot 44,6 = 35,7$ мм рт. ст. и давления собственно воздуха $p_v = p_0 - p_v = 724,3$ мм рт. ст. Плотности пара и воздуха при температуре $T = 309$ К равны $\rho_v = \mu_v p_v / RT = 3,34 \cdot 10^{-2}$ кг/м³, $\rho_v = \mu_v p_v / RT = 1,09$ кг/м³. Полная плотность равна сумме плотностей: $\rho = \rho_v + \rho_v = 1,123$ кг/м³.

2.145. $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_0}{p_0 - \alpha p (1 - \mu_v / \mu_v)} = 1,005$.

2.146. $\alpha = \Delta FRT / (\mu_1 - \mu_2) g V p_0 = 0,2$, где $\mu_1 = 29$ г/моль и $\mu_2 = 18$ г/моль — молярные массы воздуха и воды.

2.147. $V = 20,4$ дм³.

2.148. $F = 300$ Н.

2.149. $V_2 / V_1 = T_2 (p_0 - p_1) / T_1 (p_0 - p_2) = 0,91$, где V_1 , T_1 и p_1 — объем шарика, температура и давление насыщенного пара воды в комнате; V_2 , T_2 и p_2 — на улице.

2.150. Найдем количества водорода и кислорода:

$v_v = \frac{p_v V}{RT} = 5,5 \cdot 10^{-3}$ моль, $v_k = \frac{p_k V}{RT} = 2,75 \cdot 10^{-3}$ моль.

Таким образом, весь водород и кислород прореагируют и образуется $v = 5,5 \cdot 10^{-3}$ моль воды. Давление водяного пара после остывания не может превышать $p = 23$ гПа; следовательно, в парообразном состоянии будет находиться $v_1 = p \cdot 2V / RT = 10^{-3}$ моль воды. Итак, сконденсируется $v_2 = 4,5 \cdot 10^{-3}$ моль, или $m_2 = 81$ мг воды.

2.151. $p_2 = p_1^{3/2} \frac{T_2}{T_1} = 1,02 \cdot 10^5$ Па.

2.152. $p = 520$ гПа.

2.5. МОЛЕКУЛЯРНОЕ СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

$$2.153. d_i = (p/\rho) \sqrt{A/2EN_A} = 9 \cdot 10^{-8} \text{ см/с.}$$

$$2.154. N = pVN_A/RT = 1,8 \cdot 10^{14}.$$

2.155. Моль газа занимает объем $V = RT/p$. На одну молекулу приходится объем $V_1 = RT/pN_A = kT/p$. Среднее расстояние между молекулами, таким образом, $l = (kT/p)^{1/3}$. При температуре $t = 100^\circ \text{C}$ давление насыщенного водяного пара $p = 10^5$ Па. Окончательно получаем $l = 3,7 \cdot 10^{-9}$ м.

$$2.156. N = \frac{m}{\mu} N_A \frac{V_a}{V} = 10^{12}.$$

2.157. Число радиоактивных частиц во всей атмосфере

$$N = MN_A/A = 2,5 \cdot 10^{24}.$$

Масса атмосферного воздуха

$$M_0 = p_0 \cdot 4 \pi R^2/g = 4,6 \cdot 10^{18} \text{ кг.}$$

Число молекул воздуха во всей атмосфере

$$N_0 = M_0 N_A/\mu = 9,6 \cdot 10^{43}.$$

При нормальных условиях число молекул в объеме $V = 1 \text{ дм}^3$ воздуха легче всего найти из условия, что 1 моль ($6,02 \cdot 10^{23}$ молекул) воздуха занимает объем $V_0 = 22,4 \text{ дм}^3/\text{моль}$, $n_0 = N_A/V_0 = 2,7 \cdot 10^{22} \text{ дм}^{-3}$. Зная полное число молекул воздуха и радиоактивных частиц, найдем число частиц в объеме $V = 1 \text{ дм}^3$: $n = n_0 N/N_0 = 700 \text{ дм}^{-3}$. Итак, одна атомная бомба дает 700 радиоактивных частиц на каждый человеческий вдох!

$$2.158. N = 2 \frac{m}{\mu} N_A Z = 2 \frac{pV}{RT} N_A Z = 4,3 \cdot 10^{24}.$$

$$2.159. z = S \nu N_A p/RT = 6 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1}.$$

$$2.160. \lambda = \frac{1}{n \pi d^2} = \frac{RT_0}{N_A p_0 \pi d^2} = 8,8 \cdot 10^{-8} \text{ м,}$$

где давление $p_0 = 10^5$ Па, температура $T_0 = 273$ К. Табличная длина свободного пробега при таких условиях $\lambda = 6,20 \cdot 10^{-8}$ м. Расхождение в основном связано с тем, что в расчете, приводящемся к формуле, указанной выше, все молекулы, кроме той, за движением которой мы следим, считаются неподвижными.

Подробный анализ показывает, что учет относительного движения молекул приводит к изменению длины свободного пробега в $1/\sqrt{2}$ раз. Помножив полученный результат на этот множитель, окончательно имеем $\lambda = 6,2 \cdot 10^{-8}$ м.

2.161. Длина свободного пробега, обратно пропорциональная давлению (см. решение задачи 2.160), в условиях нашей задачи будет равна примерно $\lambda = 1$ см. Это значит, что молекулы между внутренней и внешней стенками термоса практически не сталкиваются друг с другом. После столкновения с внутренней стенкой они обладают энергией, соответствующей температуре $T = 353$ К (мы приняли среднее за интересующее нас время значение температуры). После столкновения с внешней стенкой энергия молекул

соответствует температуре $T_2 = 293$ К (принимая комнатную температуру $t_2 = 20^\circ\text{C}$). Так как молекулы воздуха двухатомные, для них $C_V = 5R/2$, и переносимая одной молекулой энергия

$$w = \frac{5}{2} \frac{R}{N_A} (T_1 - T_2).$$

Число молекул, сталкивающихся со стенкой в единицу времени, равно для единицы поверхности

$$z = \frac{\bar{n}v_x}{2} \approx \frac{pN_A}{2RT} \sqrt{\frac{RT}{2\mu}},$$

где T — средняя температура газа; примем ее равной $T = 325$ К. Окончательно для потока теплоты, уносимого от воды, имеем

$$q = zwS = \frac{5p}{4} \sqrt{\frac{R}{2\mu T}} (T_1 - T_2) S \approx 3 \text{ Дж/с}.$$

Искомое время

$$\tau = mc\Delta T/q \approx 2,8 \cdot 10^4 \text{ с} \approx 8 \text{ ч}.$$

Масса воды принята равной $m = 1$ кг.

2.162. По условию задачи отверстия малы по сравнению с длиной свободного пробега молекул гелия. Тогда все молекулы, попавшие на отверстие, переходят из одного сосуда в другой. Число молекул, сталкивающихся с единицей поверхности, пропорционально концентрации и средней скорости молекул: $z \sim \bar{n}v \sim p\sqrt{T}/T = p/\sqrt{T}$. Переносимая молекулами энергия пропорциональна z и средней энергии молекул $w \sim zT \sim p\sqrt{T}$. Потoki молекул и потоки энергии из полости в стационарном состоянии уравновешиваются соответствующими потоками в полость из обоих сосудов:

$$\frac{2p_x}{\sqrt{T_x}} = \frac{p}{\sqrt{2T}} + \frac{p}{\sqrt{T}}, \quad 2p_x\sqrt{T_x} = p\sqrt{2T} + p\sqrt{T}.$$

Решая эту систему уравнений, получаем

$$T_x \approx T\sqrt{2} \approx 1,4T, \quad p_x = p(\sqrt{2} + 1)/2\sqrt{2} \approx p \text{ (точнее, } 1,015p).$$

2.163. В тонких порах столкновений между молекулами нет, и вероятность проникновения через перегородку одинакова для всех молекул, попавших в поры из трубы. Число молекул, попадающих в поры, зависит от их концентрации и скорости (см. решение задачи 2.161). Скорость же, при одной и той же температуре, зависит только от массы молекулы. Поэтому можем записать (индекс 1 относится к ^{235}U , индекс 2 — к ^{238}U):

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{n_1}{n_2} \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}},$$

где $n_1/n_2 = \alpha_0 = 0,007$, молярная масса гексафторида урана-235 $\mu_1 = 349$ г/моль, а молярная масса гексафторида урана-238 $\mu_2 = 352$ г/моль.

Отношение z_1/z_2 равно отношению концентраций соответствующих гексафторидов в сосуде С.

Таким образом, увеличение отношения концентраций ^{235}U и ^{238}U (коэффициент обогащения) $\gamma = \sqrt{352/349} \approx 1,0043$. При прохождении n каскадов коэффициент $\gamma_n = \gamma^n$. Число каскадов n определится из соотношения

$$\alpha_n = \alpha_0 \gamma_n = \alpha_0 \gamma^n,$$

или

$$n = \frac{\ln(\alpha/\alpha_0)}{\ln \gamma} \approx \frac{\alpha/\alpha_0 - 1}{\gamma - 1}.$$

Приближенное равенство справедливо, когда α/α_0 близко к единице. Для интересующих нас случаев расчет дает $n_1 \approx 450$, $n_2 \approx 2200$.

2.164. На одну ячейку приходится 2 атома железа. Объем ячейки $V_0 = nV/N_A = 2A/\rho N_A = 2,35 \cdot 10^{-23} \text{ см}^3$. Постоянная решетки $a = V_0^{1/3} = 2,87 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ($2,87 \text{ \AA}$). Минимальным расстоянием между атомами является половина пространственной диагонали куба: $a\sqrt{3}/2 = 2,5 \text{ \AA}$.

2.165. На одну ячейку приходится 4 атома алюминия. Постоянная решетки $a = (4A/\rho N_A)^{1/3} = 4,05 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ($4,05 \text{ \AA}$). Минимальное расстояние между атомами $a/\sqrt{2} = 2,9 \text{ \AA}$.

2.6. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ

2.166. «Вырежем» на поверхности мыльного пузыря маленький квадратик со стороной a и рассмотрим его равновесие под действием сил поверхностного натяжения и сил давления (рис. 2.60). На каждую сторону квадратика по касательной к поверхности действует сила $F = \sigma a$. Равнодействующая двух таких сил, приложенных к противоположным сторонам квадратика, как видно на рисунке 2.60, равна $2\sigma a \sin \alpha$. Так как мыльная пленка имеет две поверхности, таких пар будет четыре. Сила, обусловленная дополнительным давлением p внутри пузыря, равна pa^2 . Условие

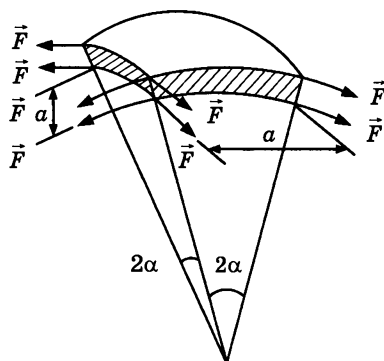


Рис. 2.60

равновесия рассматриваемого элемента поверхности пузыря запишем в виде $pa^2 = 4 \cdot 2\sigma a \sin \alpha$, откуда $p = 8(\sigma/a) \sin \alpha$. Ввиду того, что для малых углов $\sin \alpha \approx \alpha$, имеем $p = 8\sigma\alpha/2r\alpha = 4\sigma/r$; здесь принято во внимание, что $a = 2r\alpha$.

Примечание. Заметим, что при решении данной задачи были учтены силы поверхностного натяжения, действующие на обеих поверхностях мыльной пленки. Каждая поверхность мыльной пленки создает избыточное давление $p = 2\sigma/r$.

2.167. Ртуть начнет продавливаться через фильтр при условии $p_0 + \rho gh =$

$= 2\sigma/r_k$, откуда $r_k = 2\sigma/(p_0 + \rho gh)$. Подставляя числовые значения, найдем $r_k = 10$ мкм.

2.168. $\sigma = mg/2\pi r = 0,078$ Н/м.

2.169. $F = 2\sigma\pi^2 r^4/m = 780$ Н, где $\rho = 13,6$ г/см³ — плотность ртути.

2.170. $F = 2\sigma m/\rho d^2 = 1,46 \cdot 10^3$ Н, где $\rho = 1$ г/см³ — плотность воды.

2.171. Легко видеть, что давление внутри столба масла, втянутого силами поверхностного натяжения в трубку, будет отрицательным (т. е. столб растянут, а не сжат). Действительно, в условиях данной задачи внешнее давление на поверхность масла равно нулю. Поэтому давление внутри столба на уровне масла в чашке тоже равно нулю, так как давление в жидкости в точках, расположенных на одном уровне, всегда одинаково. Во всех точках внутри столба давление будет меньше нуля на значение гидростатического давления. В частности, для точки, находящейся на уровне $h/3$, будем иметь $p = -\rho gh/3$. Высоту h можно определить, записав условие равновесия столба под действием силы тяжести и силы поверхностного натяжения: $h = 2\sigma/\rho g r$. Подставляя это выражение в формулу для p , найдем $p = -2\sigma/3r$.

2.7. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССАХ

2.172. $p_1 = p(1 + QR/C_V pV) = 2 \cdot 10^5$ Па.

2.173. $Q = 2pVC_V/R = 5,47$ Дж.

2.174. Давление газа под поршнем постоянно и равно $p = p_0 + Mg/S$. Работа газа по поднятию поршня $A = F(h_2 - h_1) = pS(h_2 - h_1) = p(V_2 - V_1)$. Выражая изменение объема $\Delta V = V_2 - V_1$ через изменение температуры газа (при постоянном давлении), найдем с помощью уравнения газового состояния $\Delta V = V_2 - V_1 = A/p = 16,7$ дм³ и $A = mR(T_2 - T_1)/\mu = 1715$ Дж. Обратим внимание на то, что в выражение для работы не вошли параметры состояния p и V . При нагревании при постоянном объеме вся теплота идет на изменение внутренней энергии газа. Поэтому коэффициент пропорциональности между температурой и внутренней энергией имеет смысл теплоемкости при постоянном объеме: $\Delta U = C_V \Delta T$. При постоянном давлении 1 моль идеального газа при нагревании на величину ΔT совершает, как мы только что выяснили, работу $R\Delta T$. Значит, для идеального газа молярная теплоемкость при постоянном давлении на величину R больше, чем C_V : $C_p = C_V + R$.

2.175. $m = \mu A/R(T_2 - T_1) = 0,23$ г.

2.176. $A = QR/\mu c_p = 1,4 \cdot 10^3$ Дж.

2.177. $T_2 = T_1 V_2/V_1 = T_1 - AT_1/pV_1$, $\Delta T = T_2 - T_1 = -AT_1/pV_1$. Подставляя числовые значения, находим $\Delta T = -13$ К.

2.178. $Q = m(C_V + R)(T_2 - T_1)/\mu = 109$ Дж, где $\mu = 28$ г/моль — молярная масса азота.

2.179. Так как процесс происходит при постоянном давлении, можно записать

$$Q = \nu C_p(T_1 - T_0) = \nu(C_V + R)T_0(V_1/V_0 - 1),$$

где $C_V = 21$ Дж/(моль · К) — молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме. Расчет дает $V_1/V_0 = 4$.

$$2.180. T_0 = 206 \text{ К.}$$

$$2.181. V_x = V(1 + 2C_V/R)/(1 + C_V/R) = 8V/5.$$

$$2.182. V_x = V(2 + C_V/R)/(2 + 2C_V/R) = 7V/10.$$

2.183. С учетом смещения центра масс газа получаем

$$T = T_0 \frac{1 + \frac{\nu\mu}{5M}}{1 + \frac{2\nu\mu}{5M}} = 0,98T_0.$$

$$2.184. p_1 = \frac{m_1}{\mu} \frac{2RT}{V} = 8,5 \cdot 10^4 \text{ Па,}$$

$$p_2 = 1,27 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

2.185. Учитывая равенство давлений, запишем отношение количеств газа в сосудах: $\nu_1/\nu_2 = V_1T_2/V_2T_1$. Уравнение теплового баланса теперь можно записать так: $\nu_1T_1 + \nu_2T_2 = (\nu_1 + \nu_2)T$. Решая полученную систему, находим $T_2 = 525 \text{ К.}$

$$2.186. A = p_2V_1(T_2/T_1 - 1) = 100 \text{ Дж.}$$

$$2.187. T = p_0V^2/RV_0, \quad A = 3p_0V_0/2.$$

$$2.188. A = mR\alpha(V_2^2 - V_1^2)/2\mu. \quad \text{Теплота поглощается.}$$

$$2.189. A = mR(T_2 - T_1)/2\mu.$$

$$2.190. T = A/R(k - 1).$$

$$2.191. p_1/p_2 = V_3/V_2 = RT/(RT - A).$$

$$2.192. Q = C_p(2T_0 - T_0) + C_V(4T_0 - 2T_0) = 3C_VT_0 + RT_0 = 20 \text{ кДж.}$$

$$2.193. t_3 = t_1 + Q/C_V - Q/(C_V + R) = 77,2^\circ \text{ С.}$$

$$2.194. Q = 5RT/2 = 6,23 \text{ кДж.}$$

$$2.195. Q = 1690 \text{ Дж.}$$

$$2.196. T = 7T_0/5.$$

2.197. Давление насыщенного водяного пара при температуре $t = 100^\circ \text{ С}$ равно $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Следовательно, пар в сосуде насыщенный и при уменьшении объема конденсируется в воду. При этом выделяется количество теплоты $Q = qm$, где q — удельная теплота испарения воды. Масса сконденсировавшегося пара (пар, содержащийся в половине объема) $m = \mu pV/2RT = 5,9 \text{ г}$, так что $Q = 1,33 \cdot 10^4 \text{ Дж}$. Работу, которую совершают внешние силы при опускании поршня, $p\Delta V$, отдельно учитывать не надо. Она включена в теплоту конденсации пара.

2.198. На участке 2—3 газ совершает работу ($A_{23} > 0$), а на участке 1—2 работа совершается над газом ($A_{12} < 0$). $A_{23}/A_{12} = -1,5$.

$$2.199. A_{12}/A_{23} = -1,5.$$

2.200. $\tau' = q\tau/c(T_2 - T_1) = 60 \text{ мин}$, где $q = 2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ — удельная теплота испарения воды, $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ — ее удельная теплоемкость.

$$2.201. v = NTR/q\mu pS = 7,5 \text{ м/с.}$$

2.202. В первом случае $T = (MT_1 + mT_0 - m\lambda/c)/(m + M) = 298 \text{ К}$, во втором $T = 273 \text{ К}$.

2.203. Из графика определяем, что в течение времени $\tau = 50 \text{ мин}$ происходило таяние льда, так как в это время температура не менялась. Когда лед растаял, температура стала подниматься. За 5 мин температура повысилась на 1° С , значит, было получено (за счет теплообмена) количество теплоты $Q_0 = 4,2 \cdot 10^4 \text{ Дж}$. Очевидно, за время таяния льда было получе-

но в 10 раз больше теплоты, т. е. $Q = 4,2 \cdot 10^5$ Дж. Масса растаявшего льда (т. е. льда, имевшегося вначале) $m_{\text{л}} = Q/\lambda = 1,3$ кг.

$$2.204. T_2 = T_0 + (T_1 - T_0)v_1/v_2.$$

2.205. Температура пара в сосуде $t = 100^\circ\text{C}$. Введенная вода должна нагреться до $t = 100^\circ\text{C}$ за счет конденсации пара некоторой массы Δm : $Mc(T - T_0) = q\Delta m$, откуда $\Delta m = Mc(T - T_0)/q = 3,34$ г.

Объем этого пара $V = \Delta m RT / \mu p = 5,3$ дм³. Итак, $h = V/S = 53$ см.

2.206. $m = q\mu p_0 V / RTc\Delta T = 3,17$ кг, где $c = 4200$ Дж/(кг·К) — удельная теплоемкость воды, $\Delta T = 100$ К, так как вода не может нагреться до более высокой температуры, чем $t = 100^\circ\text{C}$.

2.207. Вода нагреется до температуры, при которой давление ее насыщенного пара будет равно атмосферному давлению (100°C), после чего часть воды в соответствии с запасом теплоты испарится. Массу испарившейся воды m найдем из уравнения теплового баланса: $M_1 c_1 (T - T_1) + qm = M_2 c_2 (T_2 - T)$, $m = [M_2 c_2 (T_2 - T) - M_1 c_1 (T - T_1)] / q = 38$ г. Этот пар займет объем $V = mRT / \mu p = 64$ дм³. Следовательно, поршень поднимется на высоту $h = V/S = 64$ см.

2.208. $\Delta m/m = c(t - t_0)/q = 0,015$, где $t_0 = 100^\circ\text{C}$ — температура кипения при нормальном атмосферном давлении.

2.209. В «спокойный» период вода находится при давлении $p_0 + \rho gh \approx 10^6$ Па. При таком давлении температура кипения воды, как видно из рисунка 2.38, равна $t_1 = 180^\circ\text{C}$. При достижении этой температуры начинается извержение, водяной столб выбрасывается, давление падает до атмосферного. «Активный» период заканчивается, когда за счет расхода теплоты на испарение температура воды падает до точки кипения при нормальном давлении, т. е. до $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Пренебрегая массой воды, выброшенной в начале извержения, и теплоподводом за время активности, запишем уравнение теплового баланса: $mc(t_1 - t_2) = q\Delta m$, откуда $\Delta m/m = c(t_1 - t_2)/q \approx 0,15$.

2.210. Так как температура утюга в установившемся режиме практически постоянна, количество теплоты, получаемой утюгом за время τ , отдается им за время $\tau + T$. Количество теплоты, отдаваемой в окружающую среду, пропорционально разности температур тела и среды. В результате получаем:

$$t_2 = t_0 + \frac{\tau + T_1}{\tau + T_2} (t_1 - t_0) = 208^\circ\text{C}.$$

$$2.211. T_2 = \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} \frac{\tau_2}{\tau_1} (\tau_1 + T_1) - \tau_2 = 4,6 \text{ мин.}$$

2.212. Покажем, что в данном процессе теплоемкость газа равна теплоемкости при постоянном давлении C_p . Пусть перед нагревателем давление и температура воздуха равны p_1 и T_1 , а за нагревателем p_2 и T_2 . Изменение внутренней энергии моля воздуха $\Delta U = C_v(T_2 - T_1)$. Последующие порции газа, вытесняя моль газа при давлении p_1 , совершают над ним работу $A_1 = p_1 V_1 = RT_1$, где V_1 — молярный объем воздуха перед нагревателем. Газ совершает работу при давлении p_2 , равную $A_2 = p_2 V_2 = RT_2$, где V_2 — молярный объем воздуха за нагревателем. Полная работа, совершенная газом, равна

$$A = A_2 - A_1 = R(T_2 - T_1) = R\Delta T.$$

По первому закону термодинамики подведенное к газу количество теплоты

$$Q = \Delta U + A = (C_V + R)\Delta T.$$

Теперь нетрудно рассчитать мощность нагревателя:

$$N = (C_V + R)m_\tau \Delta T / \mu = C_p m_\tau \Delta T / \mu = 10^3 \text{ Вт},$$

где $C_p = 29,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ — полярная теплоемкость воздуха при постоянном давлении.

2.213. При перемещении из области с давлением p_1 в область с давлением p_2 воздух совершает работу против силы внешнего давления (см. решение задачи 2.212)

$$A_1 = p_2 V_2 - p_1 V_1 = R(T_2 - T_1) = R\Delta T.$$

Кроме того, поднимающийся воздух совершает работу против силы тяжести: $A_2 = \mu gh$, где $\mu = 29 \text{ г/моль}$ — молярная масса воздуха, $h = 100 \text{ м}$. Так как теплообмена нет, вся работа совершается за счет убыли внутренней энергии:

$$C_V(T_1 - T_2) = R(T_2 - T_1) + \mu gh,$$

отсюда

$$\Delta T = \frac{\mu gh}{C_V + R} = \frac{\mu gh}{C_p} \approx 1 \text{ К}.$$

$$\mathbf{2.214.} \quad T(V) = \frac{p_0}{R} \left(V - \frac{V^2}{V_0} \right); \quad T_{\max} = \frac{p_0 V_0}{4R} \quad \text{при} \quad V = \frac{V_0}{2}.$$

2.215. Согласно первому началу термодинамики $\Delta Q = \Delta U + A$, т. е. $C\Delta T = C_V \Delta T + p\Delta V$. Отсюда

$$C = C_V + p \frac{\Delta V}{\Delta T}.$$

Используя выражение для температуры, выведенное в предыдущей задаче, получаем

$$C = C_V + R \frac{V_0 - V}{V_0 - 2V}.$$

2.216. По определению теплоемкости $\Delta Q = C\Delta T$. До значения $V_x = V_0/2$ температура растет, т. е. $\Delta T > 0$, и теплоемкость $C > 0$; значит, тепло подводится к газу. Начиная с этого значения объема температура убывает. Однако именно в этой точке меняет знак теплоемкость. Далее $C < 0$ и $\Delta T < 0$, а значит, тепло продолжает поступать к газу. Начиная с точки $V_y = 4V_0/7$ теплоемкость вновь становится положительной, а температура продолжает уменьшаться. Следовательно, именно здесь начинается отвод тепла от газа.

Примечание. В точке $V_x = V_0/2$ прямая AB является касательной к проходящей через эту точку изотерме, а в точке $V_y = 4V_0/7$ она же служит касательной к адиабате. Между этими точками температура понижается, но прямая идет более полого, чем пересекаемые ею адиабаты. Это означает, что температура понижается медленнее, чем на адиабате, и,

следовательно, тепло продолжает поступать к газу. И только после точки V_y прямая идет круче адиабат. При этом газ охлаждается быстрее, чем в отсутствие теплообмена; следовательно, начинается отвод тепла.

Отметим еще, что значение V_y зависит от величины C_V .

2.8. ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ. ТЕПЛОВЫЕ МАШИНЫ

$$2.217. V_{\max}/V_{\min} = (1 - A/R\Delta T)/(1 - 2A/R\Delta T) = 3.$$

$$2.218. A = R\Delta T(\alpha - 1)(\beta - 1)/(\alpha\beta - 1) = 83 \text{ Дж.}$$

$$2.219. A = (RT_1/2)(T_2/T_1 - 1)[1 - (T_1/T_2)^{1/2}].$$

$$2.220. A = (RT_1/2)[1 - (T_2/T_1)^{1/2}](1 - T_2/T_1).$$

$$2.221. A = -R(T_3 - T_2)(1 - T_1/T_2).$$

$$2.222. A = R[(T_1)^{1/2} - (T_3)^{1/2}]^2.$$

$$2.223. A = Q = 10 \text{ кДж.}$$

$$2.224. \Delta T = A/C_V = 2A/3R = 200 \text{ К.}$$

$$2.225. \eta_2/\eta_1 = 23/21.$$

2.226. Теплота подводится на изотерме ($Q_T = A$, так как внутренняя энергия не меняется), отводится на изохоре ($Q_V = 3\nu R\Delta T/2$, так как не совершается работа). Используя соотношение $\eta = (Q_T - Q_V)/Q_T$, получаем $A = 3\nu R\Delta T/2(1 - \eta)$.

$$2.227. \eta = 1 - 2A/3\nu R\Delta T$$

2.228. Считая все Q_{ij} положительными, запишем $\eta_1 = (Q_{12} - Q_{31})/Q_{12}$; $\eta_2 = (Q_{13} - Q_{34})/Q_{13}$ и $\eta_x = (Q_{12} - Q_{34})/Q_{12}$. Здесь учтено, что участки 2—3 и 4—1 — адиабаты. В результате получаем $\eta_x = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$.

$$2.229. \eta_x = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2.$$

$$2.230. \eta = 4/15. \text{ (Используйте решение задачи 2.216.)}$$

$$2.231. \eta = 6/67. \text{ (Используйте решение задачи 2.216.)}$$

$$2.232. K = \kappa + 1.$$

$$2.233. Q = ET_2/[(T_1 - T_2)\tau] = 467 \text{ Дж/с.}$$

2.234. Используя условие теплового баланса, получаем

$$(T_x - T_2)/(T_1 - T_2) = \eta T_x/(T_x - T_2).$$

Отсюда $T_x = 229 \text{ К}$, т. е. $t_x = 26^\circ \text{ С}$.

2.235. Из уравнения адиабаты в форме $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ можно получить, что $T_2 = T_1 n^{1-\gamma}$. Кроме того, $T_2 = nT_3$. Тепло подводится на изохоре, а отводится на изобаре. Для КПД получаем

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{23}|}{Q_{31}} = 1 - \frac{C_p(T_2 - T_3)}{C_v n(T_1 - T_3)} = 1 - \frac{\gamma(n-1)}{n^\gamma - 1}.$$

$$2.236. \eta = 1 - \frac{1}{n^{\gamma-1}}.$$

$$2.237. \eta = 1 - \frac{n_1^\gamma - 1}{\gamma n^{\gamma-1}(n_1 - 1)}.$$

$$2.238. \eta = 1 - \frac{1}{m^{(\gamma-1)/\gamma}}.$$

$$2.239. A = 250 \text{ Дж.}$$

$$2.240. \eta_p/\eta_r = 0,44.$$

$$2.241. N = 7 \text{ кВт.}$$

$$2.242. m = 7200 \text{ т.}$$

2.243. Данную установку можно рассматривать как тепловую машину, в которой в качестве нагревателя используется комнатный воздух, в качестве холодильника — лед, а в качестве рабочего вещества — свободные носители заряда в проводниках электрической схемы. Работа, совершаемая при перемещении зарядов вдоль спирали нагревателя, выделяется в нем в виде тепла и идет на нагрев воды. Это и есть полезная работа, совершаемая тепловой машиной.

В результате расчета получаем

$$\Delta t = \frac{\lambda}{C} \frac{T_1 - T_2}{T_2} \approx 8 \text{ К.}$$

III. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

3.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА *

$$3.1. Q = eN_A 4\pi R^3 \rho / 3A = 5,6 \cdot 10^7 \text{ Кл.}$$

$$3.2. F = \frac{N^2 e^2}{4\pi \epsilon_0 R^2} = \frac{4\pi N_A^2 r^6 \rho^2 e^2}{9\epsilon_0 A^2 R^2} = 4,4 \cdot 10^{18} \text{ Н.}$$

$$3.3. e = 4\pi r^3 \rho g h / (3 \cdot 2U) = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

3.4. Напряжение, при котором капля находится в равновесии, $U = 4\pi r^3 \rho d g / 9e = 4350 \text{ В}$; а) если раздвигать пластины, когда они соединены с источником напряжения (т. е. при $U = \text{const}$), то напряженность поля внутри конденсатора уменьшится и капля начнет падать; б) если раздвигать пластины, когда они отключены от источника напряжения, то заряд конденсатора сохраняется: $q = \text{const}$. В этом случае сохраняется и напряженность электрического поля, поскольку она определяется зарядом конденсатора и не зависит от расстояния между пластинами. Равновесие капли не нарушится.

$$3.5. U' = UN^{2/3}.$$

3.6. После первого соприкосновения с пластинкой шар получит заряд q , на пластинке остается заряд $Q - q$, а их потенциалы будут равны. Когда после многих соприкосновений потенциал шара достигнет потенциала пластинки, заряженной зарядом Q , дальнейший перенос заряда станет невозможным. Из этих соображений получаем максимальный заряд шара $q_{\max} = Qq/(Q - q)$.

$$3.7. \gamma = q/m = g(1 + t_0/t)d/U = 3 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг.}$$

$$3.8. q = mgd^2/2vtU = 10^{-17} \text{ Кл.}$$

$$3.9. U_2 = U_1 d_2/d_1 = 100 \text{ В.}$$

$$3.10. q_1 = \frac{\epsilon C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}, \quad q_2 = \frac{\epsilon C_1 C_2}{C_1 + C_2 + C_3}, \quad q_3 = \frac{\epsilon C_1 C_3}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

* Во всех задачах этого раздела диэлектрическая проницаемость воздуха полагается равной единице и в формульные выражения не входит.

$$3.11. C_x = C/2.$$

$$3.12. U_{ab} = \mathcal{E}C(C_1 - C_2)/(C_1 + C)(C_2 + C).$$

$$3.13. U_{ab} = (\mathcal{E}_1 C_1 + \mathcal{E}_2 C_2)/(C_1 + C_2).$$

$$3.14. q_2 = \mathcal{E}C_1 C_2/(C_1 + C_2).$$

$$3.15. q'_1 = C_1(q_1 - q_2)/(C_1 + C_2), q'_2 = C_2(q_1 - q_2)/(C_1 + C_2).$$

$$3.16. U = Q/(C_1 + C_2) = \mathcal{E}C_1(C_1 - C_2)/(C_1 + C_2)^2.$$

$$3.17. q_1 = 3C_0 U_0/2, q_2 = C_0 U_0/2, U = 3U_0/2.$$

3.18. Начальный заряд первого конденсатора $q_0 = C_0 U_0$. После подключения конденсатора емкостью C заряд q_0 распределится между ними. После отсоединения на обоих конденсаторах будет разность потенциалов $U_1 = q_0/(C_0 + C) = C_0 U_0/(C_0 + C)$. Заряд, оставшийся на первом конденсаторе, равен $q_1 = C_0 U_1 = C_0^2 U_0/(C_0 + C)$. Повторяя эту операцию, мы будем иметь набор конденсаторов, заряженных до напряжений $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$, где U_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) легко определить, пользуясь методом математической индукции:

$$U_n = C_0 U_0 \left(\frac{C_0}{C_0 + C} \right)^n.$$

Общее напряжение

$$U = U_1 + U_2 + \dots = \frac{C_0 U_0}{C_0 + C} \left(1 + \frac{C_0}{C_0 + C} + \frac{C_0^2}{(C_0 + C)^2} + \dots \right).$$

Просуммировав получившуюся геометрическую прогрессию, определим максимальную разность потенциалов: $U = C_0 U_0 / C = 8000 \text{ В}$.

$$3.19. U = U_1(R_2 - R_1)/R_2.$$

$$3.20. U_2 = U_1 R_1 / R_2.$$

3.21. В силу принципа суперпозиции поле внутри малого конденсатора (рис. 3.7, а) удвоится, а в оставшейся части большого конденсатора не изменится. Разность потенциалов между пластинами первого конденсатора возрастет в полтора раза. Во втором случае (рис. 3.7, б) разность потенциалов уменьшится вдвое.

$$3.22. \text{Искомая разность потенциалов равна } 3q/2C.$$

3.23. Поскольку обкладки конденсатора не заряжены, они не создают электрического поля. Следовательно, поле создается только пластиной, имеющей заряд Q (рис. 3.115). Это поле симметрично относительно пластины; его напряженность $E = Q/2\epsilon_0 \epsilon S$. Таким образом, разность потенциалов между обкладками конденсатора $\Delta U = U_2 - U_1 = E(l_2 - l_1) = Q(l_2 - l_1)/2\epsilon_0 \epsilon S$.

$$3.24. q = (Q_2 - Q_1)/2.$$

$$3.25. C = 2\epsilon_0 S/3d.$$

$$3.26. q_{2,3} = \pm 3\epsilon_0 \mathcal{E} S/2d.$$

3.27. Заряд обкладки 2 равен $+\mathcal{E}C/2$, а заряд обкладки 3 равен $-3\mathcal{E}C/2$.

3.28. Расчет показывает, что поле в правом зазоре (рис. 3.12) равно нулю, а разность потенциалов в левом зазоре равна ЭДС батареи. Следовательно, после замыкания заряд через гальванометр не потечет.

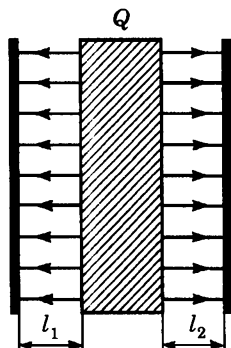


Рис. 3.115

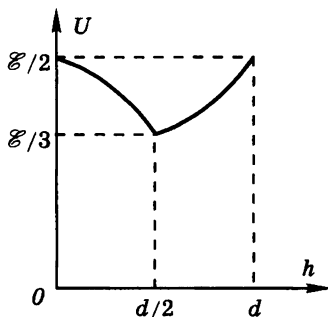
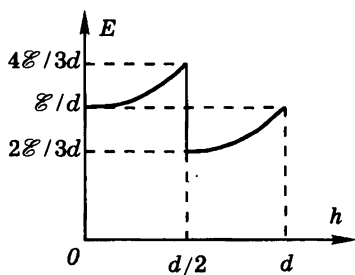


Рис. 3.116

$$3.29. U_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \approx -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

$$3.30. q = U \cdot 4\pi\epsilon_0 r^3 / R(R+r) \approx 4\pi\epsilon_0 U r^3 / R^2.$$

$$3.31. C = \epsilon\epsilon_0 S / (d_1 + \epsilon d_2) = 7,3 \cdot 10^{-9} \text{ Ф},$$

где $d_2 = d - d_1$.

$$3.32. k = 1/(1 + \epsilon).$$

$$3.33. C = \epsilon C_0 / (\epsilon - 1).$$

3.34. Напряженность поля E и потенциал U меняются в зависимости от толщины слоя керосина h следующим образом:

$$E = 2\mathcal{E}/(2d - h), \quad h < d/2;$$

$$U = \mathcal{E}(d - h)/(2d - h), \quad h < d/2;$$

$$E = \mathcal{E}/(2d - h), \quad h > d/2;$$

$$U = \mathcal{E}d/2(2d - h), \quad h > d/2.$$

Графики приведены на рисунке 3.116.

3.35. У поверхности Земли поле создается зарядом Земли; его напряженность $E_0 = q/4\pi\epsilon_0 R^2$, где R — радиус Земли. На высоте h поле создается зарядом Земли и зарядом слоя атмосферы толщиной h , так что

$$E_1 = \frac{q + 4\pi R^2 h \rho}{4\pi\epsilon_0 (R + h)^2} \approx \frac{q + 4\pi R^2 h \rho}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Мы учли, что $h \ll R$. Решая полученную систему уравнений, находим $\rho = \epsilon_0(E_1 - E_0)/h = +1,4 \cdot 10^{-12} \text{ Кл/м}^3$.

$$3.36. Q = \mathcal{E}C.$$

$$3.37. q = \mathcal{E}C_2.$$

$$3.38. q = \frac{\mathcal{E}(C_1 C_4 - C_2 C_3)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}.$$

$$3.39. E_0 = U_0 R / (R - r)r = 20 \text{ кВ/см}.$$

$$3.40. U_0 = E_0 R / 4 = 30 \text{ кВ}.$$

3.41. $q_{\max} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2 E_0 = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$. Пробой начинается в диэлектрике.

$$3.42. \Delta m = \epsilon_0 S U^2 / 2d^2 g = 2,25 \text{ г}.$$

$$3.43. \Delta l = Q^2 / 2\epsilon_0 k S.$$

$$3.44. \text{Возрастет в } 4\epsilon^2/(\epsilon + 1)^2 = 2,5 \text{ раза}.$$

3.45. Энергия системы складывается из энергии двух конденсаторов.

Вначале энергия $W_1 = C_1 U_1^2 / 2 + C_2 U_2^2 / 2$. После соединения конденсаторов на них установится общая разность потенциалов $U = (C_1 U_1 + C_2 U_2) / (C_1 + C_2)$. Верхний знак относится к случаю а), нижний — к случаю б). Энергия в новом состоянии $W_2 = (C_1 + C_2) U^2 / 2 = (C_1 U_1 + C_2 U_2)^2 / 2(C_1 + C_2)$. Разность начальной и конечной энергии выделится при разряде конденсаторов: $\Delta W = W_1 - W_2 = C_1 C_2 (U_1 + U_2)^2 / 2(C_1 + C_2)$.

3.46. Выделится энергия ϵW_1 , т. е. $2W_1$.

3.2. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

3.47. $r = 2R$ и полное сопротивление каждой цепи $R_{AB} = 2R$.

3.48. Если цепочка бесконечна, добавление еще одного звена, такого же, как и остальные, не должно изменить параметров цепочки. Пусть искомое сопротивление равно R_x . Тогда такое же сопротивление должна иметь цепь, изображенная на рисунке 3.117.

Рассматривая эту цепь, получаем $R_x = R(1 + \sqrt{5})/2$.

$$3.49. R_x = \frac{R\sqrt{1+4n}}{2}.$$

$$3.50. R_x = R(\sqrt{65} - 1)/8 \approx 7R/8.$$

$$3.51. R = 10 \text{ Ом}, x = 2 \text{ км}.$$

$$3.52. R = 8(R_0 + 2L\rho)/225.$$

$$3.53. U_2 = (I_1 - I_2)U_1/I_1 = 0,1 \text{ В}.$$

$$3.54. n = \frac{\mathcal{E}_0 t}{i_0} \left[r + \frac{1}{\pi a^2} (\rho_1 + \rho_2) \right]^{-1} = 30 \text{ делений}.$$

$$3.55. \mathcal{E} = \frac{I_1 I_2 (r_2 - r_1)}{I_1 + I_2} = 1,03 \cdot 10^{-2} \text{ В}, R = \frac{\mathcal{E} - I_1 r_1}{I_1} = 11,25 \text{ Ом}.$$

$$3.56. r = I_1 r_2 / (I_2 - I_1) - r_1 = 8 \text{ Ом}.$$

$$3.57. k = (mn - 1)/(m + n - 2).$$

$$3.58. R = r^2 / (r_m + r) = r(n - 1)/n = 260 \text{ Ом}.$$

3.59. Очевидно, что вся шкала прибора соответствует силе тока через прибор $I = i_0 n = 10^{-3} \text{ А}$, где i_0 — цена деления, n — число делений шкалы. Чтобы сделать из этого прибора вольтметр, необходимо включить последовательно с ним добавочный резистор сопротивлением R_0 (рис. 3.118), которое находится из уравнения $U_0 = Ir + IR_0$, откуда $R_0 = (U_0 - Ir)/I \approx 200 \text{ кОм}$. Чтобы сделать из прибора миллиамперметр, необходимо зашунтировать прибор (рис. 3.119). Имеем $Ir = (I_0 - I)r_m$, откуда $r_m = Ir/(I_0 - I) \approx 0,0625 \text{ Ом}$.

$$3.60. r_m = 25 \text{ Ом}.$$

$$3.61. U_2 = [U_3^2/4 + U_3(U_1 + U_3)]^{1/2} - U_3/2 \approx 8,6 \text{ В}.$$

$$3.62. I = \mathcal{E}/(7r).$$

3.63. При решении этой и ряда последующих задач удобно реальную батарею, обладающую конечным внутренним сопротивлением, представить на эквивалентной схеме в виде идеальной батареи, соединенной последо-

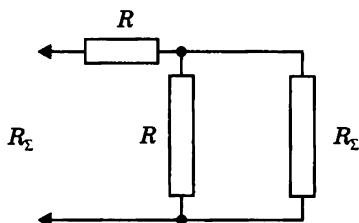


Рис. 3.117

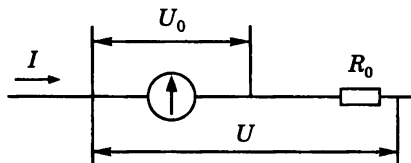


Рис. 3.118

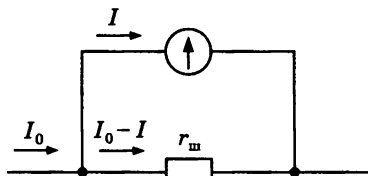


Рис. 3.119

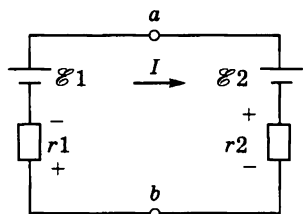


Рис. 3.120

обхода контура по часовой стрелке и выберем направление тока, как показано на рисунке 3.120. Тогда разность потенциалов между точками a и b равна $\varphi_a - \varphi_b = \mathcal{E}_1 - Ir_1 = \mathcal{E}_2 + Ir_2$. Это соотношение часто будет использоваться при решении последующих задач. Сила тока в цепи $I = (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)/(r_1 + r_2)$. Следовательно,

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 / r_1 + \mathcal{E}_2}{1 + r_2 / r_1} = 47 \text{ В.}$$

Этот результат получится при использовании любого из двух выражений: $\mathcal{E}_1 - Ir_1$ или $\mathcal{E}_2 + Ir_2$. Заметим, что при $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ сила тока I получается положительной. Это означает, что мы угадали направление тока. Если выбрать направление обхода контура против часовой стрелки, то значение силы тока I получится отрицательным, но и предполагаемые напряжения на внутренних сопротивлениях батареи изменят знаки. Соответственно выражения для $\varphi_a - \varphi_b$ примут вид

$$\varphi_a - \varphi_b = \mathcal{E}_1 + Ir_1 = \mathcal{E}_1 - |I|r_1,$$

$$\varphi_a - \varphi_b = \mathcal{E}_2 - Ir_2 = \mathcal{E}_2 + |I|r_2.$$

Истинное направление тока в цепи, как и истинное значение $\varphi_a - \varphi_b$, не зависит, конечно, от выбора направления обхода контура, от которого зависит расстановка знаков в уравнениях.

3.64. $r_1/r_2 = \mathcal{E}_1/\mathcal{E}_2$.

3.65. а) $r_x = 3r$; б) $r_x = r/3$.

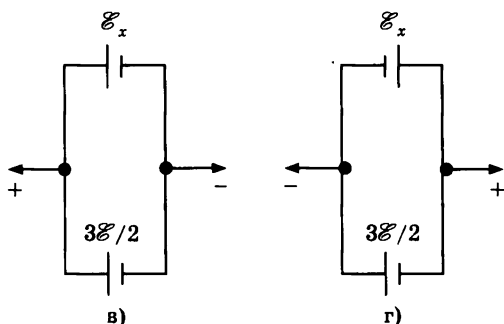
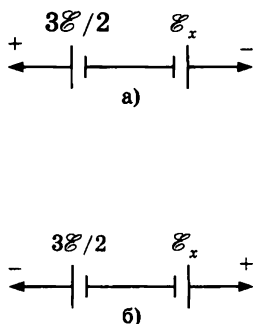


Рис. 3.121

- 3.66. См. рисунок 3.121: а) $\mathcal{E}_x = \mathcal{E}/2$;
 б) $\mathcal{E}_x = 5\mathcal{E}/2$; в) $\mathcal{E}_x = \mathcal{E}/2$; г) $\mathcal{E}_x = 7\mathcal{E}/2$.

3.67. $I_0 = \mathcal{E}/r = (U_1 I_2 + U_2 I_1)/(U_1 - U_2) = 71,3 \text{ A}$.

3.68. $I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 r_2 + R r_1 + R r_2} = 3,65 \text{ A}$,

$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - IR}{r_2} = -1,58 \text{ A}$.

Ток через аккумулятор (зарядный ток) течет в направлении, противоположном обычному (току разряда).

3.69. В предельном случае ток через аккумулятор равен нулю. Напряжение на клеммах аккумулятора и равное ему напряжение на зажимах генератора равны \mathcal{E}_1 . Получаем $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = Ir_2$. Отсюда ток через генератор $I = (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)/r_2 = 40 \text{ A}$. Так как через аккумулятор ток не идет, такой же ток 40 A идет через нагрузку.

3.70. $U_{ab} = 18\mathcal{E}/11$.

3.71. $U_{ab} = 7\mathcal{E}/3$. Потенциал обкладки конденсатора, соединенной с резисторами, выше, обкладка заряжена положительно.

3.72. Внутренние сопротивления батарей пренебрежимо малы; значит, напряжения на батареях равны их ЭДС. Рассматривая замкнутый контур, включающий \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 и R_2 , видим, что на резисторе R_2 падение напряжения равно $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$; следовательно, сила тока через резистор R_2 равна $3\mathcal{E}/R$ (ток направлен слева направо на рис. 3.122). Применяя аналогичные рассуждения к замкнутому контуру \mathcal{E}_2 , \mathcal{E}_3 , R_3 , получим, что сила тока через резистор R_3 равна $2\mathcal{E}/R$. Теперь, учитывая, что напряжение на R_3 равно $2\mathcal{E}$, и рассматривая контур R_1 , \mathcal{E}_1 , R_3 , получим силу тока через R_1 ; она равна \mathcal{E}/R . Ток через батареи можно найти из условия, что алгебраическая сумма токов, втекающих в каждый узел, равна нулю. В результате получаем, что сила тока через \mathcal{E}_1 равна $2\mathcal{E}/R$, сила тока через \mathcal{E}_3 равна $3\mathcal{E}/R$, а сила тока через \mathcal{E}_2 равна нулю.

3.73. $(R_2 + R_3)/R_3 = \mathcal{E}_2/\mathcal{E}_1$.

3.74. Так как сила тока $I_2 = 0$, то напряжение на резисторе r_2 равно \mathcal{E}_2 . Сила тока через это сопротивление, а также сила тока I_1 (снова используем условие: сила тока $I_2 = 0$) равны \mathcal{E}_2/r_2 .

3.75. $R_\Sigma = \frac{r + \sqrt{r^2 + 4rR}}{2}$; $\mathcal{E}_\Sigma = \mathcal{E}\left(1 + \frac{R}{R_1}\right)$.

3.76. $R_\Sigma = \frac{R + \sqrt{R^2 + 4rR}}{2}$; $\mathcal{E}_\Sigma = \mathcal{E}$.

3.77. Прямой расчет достаточно сложен. Однако решение можно заметно упростить, применив прием, основанный на принципе суперпозиции: на любом участке цепи полная сила тока есть алгебраическая сумма сил токов, создаваемых отдельными источниками. При определенных соотношениях между ЭДС источников \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 можно добиться того, чтобы си-

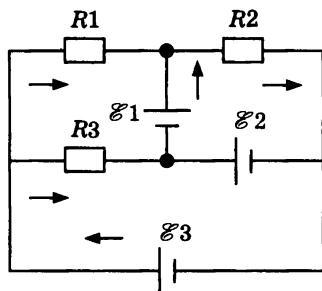


Рис. 3.122

лы тока на разных участках цепи обращались в нуль. В частности: а) сила тока через батарею \mathcal{E}_1 равна нулю, если $\mathcal{E}_2 = 4\mathcal{E}_1$; б) сила тока через батарею \mathcal{E}_2 равна нулю, если $\mathcal{E}_1 = 4\mathcal{E}_2$. Соответствующий расчет мы предоставляем вам.

Принцип суперпозиции позволяет сделать следующий вывод. Если в цепи (рис. 3.35) одновременно изменить \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , но так, чтобы $\Delta\mathcal{E}_2 = 4\Delta\mathcal{E}_1$, то это не вызовет изменений силы тока через батарею \mathcal{E}_1 . Аналогично при $\Delta\mathcal{E}_1 = 4\Delta\mathcal{E}_2$ неизменной останется сила тока через батарею \mathcal{E}_2 . Таким образом, ЭДС батареи \mathcal{E}_2 надо уменьшить в случае а) на 6 В, а в случае б) на 0,375 В.

3.78. Обозначим сопротивление утечки конденсатора через R . Запишем закон Ома: $\mathcal{E} = I(R + r)$. Напряжение на конденсаторе $U = IR = \mathcal{E}R/(R + r)$. Сопротивление конденсатора $R = \rho d/S$, его емкость $C = \epsilon\epsilon_0 S/d$, где S — площадь пластин конденсатора. Из этих соотношений получаем $R = \epsilon\epsilon_0 \rho / C$. И окончательно

$$E = U/d = \epsilon_0 \epsilon \mathcal{E} \rho / (\epsilon_0 \epsilon r + rC)d.$$

3.79. Результат, полученный в решении задачи 3.78 для плоского конденсатора: $R = \epsilon_0 \epsilon r / C$, можно обобщить на любую систему. Действительно, по близким экспоненциальным поверхностям любую область пространства, заполненную проводящим диэлектриком, можно разбить на тонкие слои, а их, в свою очередь, на небольшие участки, которые можно считать плоскими конденсаторами. Для каждого такого конденсатора приведенная выше связь сопротивления и емкости справедлива. Затем при последовательном и параллельном соединении сопротивления и обратные емкости складываются одинаково, и в однородном веществе пропорциональность между ними сохранится. Следовательно, мы можем записать $R = \epsilon_0 \epsilon r / C = \epsilon_0 \rho / C_0 = 885 \text{ Ом}$, где C_0 — емкость конденсатора, не заполненного диэлектриком.

$$\mathbf{3.80.} \quad F = \epsilon_0 \epsilon I^2 \rho^2 / 2S.$$

$$\mathbf{3.81.} \quad U_1 = \frac{\mathcal{E} C_2 \rho_1 \epsilon_1}{\epsilon_1 C_2 \rho_1 + \epsilon_2 C_1 \rho_2}, \quad U_2 = \frac{\mathcal{E} C_1 \rho_2 \epsilon_2}{\epsilon_2 C_1 \rho_2 + \epsilon_1 C_2 \rho_1}.$$

3.3. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

3.82. При переключении ключа через батарею с ЭДС \mathcal{E} протечет некоторый заряд q . Работа батареи равна $\mathcal{E}q$. Эта работа может частично пойти на увеличение энергии, запасенной в конденсаторе, частично на выделение теплоты в цепи. Как видно на рисунке 3.36, заряд и, следовательно, энергия, запасенная в конденсаторе, не изменяются при переключении ключа. Меняются лишь знаки заряда на обкладках. Следовательно, при переключении ключа K через батарею протечет заряд $2C\mathcal{E}$ и в цепи выделится количество теплоты $Q = 2C\mathcal{E}^2$.

$$\mathbf{3.83.} \quad Q = C\mathcal{E}^2/6.$$

$$\mathbf{3.84.} \quad Q = 8C\mathcal{E}^2.$$

$$\mathbf{3.85.} \quad Q = 9C\mathcal{E}^2/2.$$

$$\mathbf{3.86.} \quad Q = C\mathcal{E}^2/3.$$

3.87. $Q = 7C\mathcal{E}^2/16$.

3.88. $Q = (\epsilon - 1)^2 C_0 \mathcal{E}^2 / 2 = 2 \text{ Дж}$.

3.89. $\eta_2/\eta_1 = 4/3$.

3.90. $N_2 = [N_1 I_2 - r I_1 I_2 (I_2 - I_1)] / I_1 = 11 \text{ Вт}$.

3.91. Обозначим искомую ЭДС батареи через \mathcal{E} , а ее внутреннее сопротивление через r . Тогда мощность, рассеиваемая на резисторе R_1 , $N = \mathcal{E}^2 R_1 / (R_1 + r)^2$. Та же мощность рассеивается и на резисторе R_2 : $N = \mathcal{E}^2 R_2 / (R_2 + r)^2$. Приравняв правые части этих уравнений, получаем $r = (R_1 R_2)^{1/2}$. Теперь $\mathcal{E} = [(R_1)^{1/2} + (R_2)^{1/2}] N^{1/2}$.

З а м е ч а н и е. Обсудим полученные результаты более подробно. Для этого еще раз перепишем выражение для мощности N , рассеиваемой на резисторе R :

$$N = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{R + 2r + r^2/R},$$

из которого следует, что как при уменьшении, так и при неограниченном возрастании R мощность будет падать до нуля (рис. 3.123). Значит, при некотором промежуточном значении $R = R_0$ мощность N должна достигать своего максимального значения N_0 . Для всех остальных $R \neq R_0$ каждому $N \neq N_0$ будут соответствовать два значения сопротивления нагрузки: R_1 и R_2 , связанные между собой полученным выше соотношением. Если допустить, что $R_1 = r$, то должно быть и $R_2 = r$. Очевидно, что это возможно только в точке $N = N_0$. Отсюда следует важный вывод: от источника с внутренним сопротивлением r максимальная мощность будет отбираться только в том случае, если сопротивление нагрузки тоже будет равно r . Эта максимальная мощность равна $N_0 = \mathcal{E}^2 / 4r$.

3.92. $R_x = r^2 R / (R^2 - r^2)$. Очевидно, при $R < r$ задача не имеет решения.

3.93. $I_k = \sqrt{N/R_1} + \sqrt{N/R_2} \approx 1,63 \text{ А}$.

3.94. а) При параллельном соединении обмоток время, за которое чайник вскипает, $t_3 = t_1 t_2 / (t_1 + t_2) = 6 \text{ мин}$.

б) При последовательном соединении обмоток $t_4 = t_1 + t_2 = 25 \text{ мин}$.

3.95. Мощность, выделяемая на нагрузке, максимальна, если сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению источника (см. решение задачи 3.91). При этом на нагрузке будет выделяться мощность $N = 16 \text{ Вт}$, а полная мощность аккумулятора составит $N_a = 32 \text{ Вт}$. Цепь, имеющую сопротивление $R = 1 \text{ Ом}$ из четырех элементов с сопротивлением 1 Ом каждый, можно составить, включив их попарно последовательно и соединив параллельно образовавшиеся цепочки (или, наоборот, соединив элементы параллельно, а цепочки последовательно). В принципе можно использовать только один элемент, при этом также будет выделяться максимально возможная мощность во внешней цепи. Это, однако, может привести к перегреву элемента — он не будет успевать отдавать теплоту и может перегореть.

3.96. Мощность, развиваемая генератором, $N_0 = \mathcal{E}^2 / (r + R)$, где R — сопротивление нагрузки, отсюда $R = \mathcal{E}^2 / N_0 - r$. Полезная мощность $N = I^2 R = (N_0 / \mathcal{E})^2 (\mathcal{E}^2 / N_0 - r)$. Таким образом, КПД $\eta = N / N_0 = 1 - N_0 r / \mathcal{E}^2$.

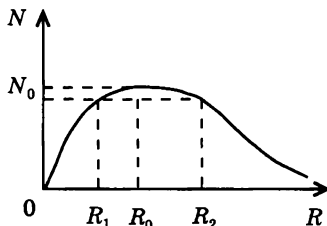


Рис. 3.123

$$3.97. R = r\eta/(1 - \eta).$$

$$3.98. U = 26(Nr)^{1/2}/5 = 14 \text{ кВ}.$$

3.99. Полная мощность, выделяющаяся в цепи, $N_0 = \mathcal{E}^2/(R + r)$, где R — сопротивление нагрузки, r — сопротивление линии передачи и источника. При $R = R_1$ мощность потерь $N_1 = \mathcal{E}_1^2/(R_1 + r)^2$, где \mathcal{E}_1 — начальное напряжение источника. Повысив напряжение до \mathcal{E}_2 , необходимо изменить и сопротивление нагрузки, так как отдаваемая генератором мощность должна оставаться постоянной. Имеем $N_2 = \mathcal{E}_2^2 r/(R_2 + r)^2$. По условию

$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2}\right)^2 \left(\frac{R_2 + r}{R_1 + r}\right)^2 = 100.$$

Полная мощность в обоих случаях одинакова: $(R_2 + r)/(R_1 + r) = \mathcal{E}_2^2/\mathcal{E}_1^2$. Используя это условие, получаем $\mathcal{E}_2^2/\mathcal{E}_1^2 = 100$. Таким образом, напряжение следует повысить в 10 раз.

3.100. Разность показаний счетчиков увеличивается из-за потерь электроэнергии на нагревание подводящих проводов, имеющих сопротивление r . Пусть начальное напряжение источника равно U_1 и сила тока в цепи равна I_1 . В этом случае мощность потерь $N_1 = I_1^2 r$, причем $I_1 = N/V_1$, где $N = 1000$ кВт — полная мощность, отдаваемая трансформатором. Мощность N_1 можно выразить через разность показаний счетчиков n_1 и n_2 : $N_1 = (n_1 - n_2)/t = \Delta n/t$, где t — время, за которое разность показаний увеличивается на Δn . При повышении напряжения до U_2 и силе тока в цепи I_2 имеем мощность потерь $N_2 = I_2^2 r$, причем $I_2 = N/U_2$. Система уравнений приводит к соотношению $N_2/N_1 = U_1^2/U_2^2$. Учитывая условие $N_2 = 10^{-3}N$, получаем $U_2 = \sqrt{\Delta n/10^{-3}Nt}$ $U_1 = 18$ кВ, т. е. $U_2/U_1 = 3$.

3.101. Если воспользоваться законом Ома: $\mathcal{E} = U + Ir$, то легко получить силу тока $I = -2$ А. Отрицательное значение силы тока говорит о том, что во внешней цепи ток течет против того направления, в котором он бы тек, если бы наша батарея была единственным источником ЭДС в цепи (т. е. слева направо на рис. 3.44). Выделяющееся в единицу времени количество теплоты $Q = I^2 r = 4$ Вт.

$$3.102. Q = 36 \text{ Вт}.$$

3.103. Тепловыделение в единицу времени линейно зависит от I^2 , следовательно, можно взять среднее арифметическое начального и конечного значений I^2 . Получаем $Q = (I_0^2/2)Rt_0 = k^2 t_0^2 R/2$, где I_0 — конечное значение силы тока, достигаемое в момент времени t_0 ; отсюда имеем $t_0 = \sqrt{2Q/Rk^2} = 6$ с.

$$3.104. Q = k^2 t^2/2R = 200 \text{ Дж}.$$

$$3.105. \tau = cdl^2\rho(t - t_0)/U^2 = 7,5 \text{ с}.$$

3.106. Количество теплоты, выделяемое в единицу времени при пропускании тока через проволоку, пропорционально квадрату силы тока: $Q = I^2 R$. Количество же теплоты, отдаваемое в окружающее пространство, пропорционально разности температур проволоки и воздуха: $Q' = k(t - t_0)$, где k — коэффициент, постоянный во всех трех рассматриваемых случаях, t — температура проволоки, t_0 — температура воздуха. При длительном

пропускании тока устанавливается тепловое равновесие: $Q = Q'$. Значит, для всех трех режимов имеем

$$I_1^2 R = k(t_1 - t_0), \quad I_2^2 R = k(t_2 - t_0), \quad I_x^2 R = k(t_x - t_0).$$

Решая эту систему уравнений, получаем $t_x = 580^\circ \text{C}$.

3.107. При параллельном соединении удлинение толстой проволоки будет в 2 раза больше. При последовательном — в 8 раз меньше.

3.4. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ В ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

3.108. При протекании тока от A к B сопротивление диода равно нулю. Расчет дает значение $R_{AB} = 20 \text{ Ом}$. При противоположном направлении тока диод эквивалентен разрыву цепи. Сопротивление $R_{BA} = 82,5 \text{ Ом}$.

3.109. Если предположить, что диод заперт, то мы получим потенциал левого контакта диода $U_1 = 75 \text{ В}$, а правого — $U_2 = 66,6 \text{ В}$. Но при такой полярности напряжения на диоде он будет открыт и его сопротивление будет равно нулю. Расчет дает значение силы тока через диод $I = 4 \text{ мА}$.

3.110. $U = 20,8 \text{ В}$.

3.111. Из симметрии задачи ясно, что напряжения на резисторах и нелинейных элементах равны и токи через них одинаковы. Следовательно, $\alpha I^2 = RI = \mathcal{E}/2$, откуда получаем $\mathcal{E} = 2R^2/\alpha$.

3.112. $\alpha = R_1(R_1 + R_2)/R\mathcal{E}R_2^2 = 0,0125 \text{ А/В}^2$.

3.113. $N = 6,4 \text{ Вт}$.

3.114. $\Delta R_0 = \mathcal{E}(1/I_n - 1/I_0) = -2 \cdot 10^8 \text{ Ом}$. Итак, балластное сопротивление надо уменьшить на 200 МОм .

3.115. $I = 10 \text{ мА}$, $U = 3 \text{ кВ}$.

3.116. При напряжении на элементе, превышающем U_0 , зависимость силы тока через элемент I от напряжения на нем можно представить в виде $I = (U - U_0)/R_0$. Величина R_0 обычно называется дифференциальным сопротивлением. В наших трех случаях условие $U > U_0$ выполнено. Поэтому $\mathcal{E} - U_0 = I_1(r + R_1 + R_0)$, $\mathcal{E} - U_0 = 2I_1(r + R_2 + R_0)$, $\mathcal{E} - U_0 = I_x(r + R_0)$, где r — внутреннее сопротивление батареи, I_x — искомый ток. Решая систему уравнений, получаем:

$$I_x = 2I(R_2 - R_1)/(R_1 - 2R_2) = 2 \text{ мА}.$$

3.117. $\mathcal{E} = U_0 + rI_1I_2/(I_1 - I_2) = 150 \text{ В}$.

3.118. Минимальная сила тока через резистор R , при которой конденсатор не разряжается, должна равняться $I = 1 \text{ мА}$. Но падение напряжения на этом резисторе при горящей лампе не превышает 40 В ; значит, его сопротивление не может превышать $R = 40 \text{ кОм}$.

3.119. Сила тока через нагрузку постоянна и равна $I_n = 15 \text{ мА}$. Так как сила тока через стабилитрон I_c изменяется от 5 до 15 мА , общая сила тока, протекающего через резистор сопротивлением R , меняется в пределах от $I_{\min} = 20 \text{ мА}$ до $I_{\max} = 30 \text{ мА}$. Запишем закон Ома для предельных режимов работы стабилитрона ($U = 150 \text{ В}$ — напряжение на нагрузке): $1,1\mathcal{E} - U = RI_{\max}$, $0,9\mathcal{E} - U = RI_{\min}$. Решая эти уравнения, получаем:

$$\mathcal{E} = \frac{U(I_{\max} - I_{\min})}{0,9I_{\max} - 1,1I_{\min}} = 300 \text{ В}, \quad R = \frac{1,1\mathcal{E} - U}{I_{\max}} = 6 \text{ кОм}.$$

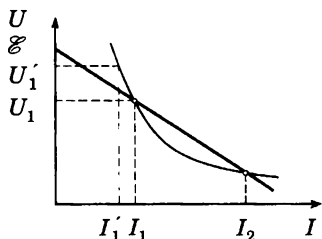


Рис. 3.124

3.120. Построим нагрузочную характеристику, т. е. зависимость напряжения на лампочке от силы тока в цепи $U = \mathcal{E} - Ir$. Это будет прямая, проходящая через точки $I = 0,4 \text{ А}$, $U = 0$ и $I = 0$, $U = 4 \text{ В}$ (см. рис. 3.56, а). Пересечение этой прямой с характеристикой лампочки дает значение силы тока в цепи, содержащей резистор с сопротивлением r и лампочку, $I = 0,24 \text{ А}$ и напряжение на лампочке $U = 1,6 \text{ В}$. На-

пряжение на резисторе $U = 2,4 \text{ В}$. Следовательно, верхняя на рисунке 3.56, б часть потенциометра должна иметь сопротивление 24 Ом .

Проведем касательную к характеристике лампочки в рабочей точке ($I = 0,24 \text{ А}$, $U = 1,6 \text{ В}$). Наклон ее в первом приближении определяет связь силы тока и напряжения на лампочке. Из графика получаем $\Delta U / \Delta I = 12,6 \text{ Ом}$. Эту величину называют дифференциальным сопротивлением лампочки: $r_d = 12,6 \text{ Ом}$. Изменения напряжения между точками А и В будут минимальными, если мост сбалансирован по дифференциальным сопротивлениям. Получаем для сопротивления верхней части потенциометра $Rr / (r + r_d) = 17,7 \text{ Ом}$.

3.121. С помощью построения, описанного в решении задачи 3.120, находим напряжение на лампочке и силу тока через нее: $U = 5,5 \text{ В}$, $I = 1,1 \text{ А}$. Следовательно, мощность лампочки $N = IU = 6 \text{ Вт}$. Мы умышленно округляем результат, так как значения тока и напряжения можно получить из графика с не очень высокой точностью. Это же касается и ряда других задач, в которых даны графики (см. задачи 3.123, 3.124, 3.126).

3.122. Сумма падений напряжений равна действующей в цепи ЭДС: $\mathcal{E} = IR + A + B/I$. Получим выражение для силы тока:

$$I = \{ \mathcal{E} - A \pm [(\mathcal{E} - A)^2 - 4RB]^{1/2} \} / 2R.$$

Отсюда получаем, что $R \leq (\mathcal{E} - A)^2 / 4B = 20,25 \text{ Ом}$. Для $R = 8 \text{ Ом}$ имеем два возможных значения силы тока: $I_1 = 1,25 \text{ А}$, $I_2 = 10 \text{ А}$. Рассмотрим эти две возможности (рис. 3.124). Прямая, исходящая из точки \mathcal{E} , изображает зависимость величины $\mathcal{E} - IR$ от силы тока, а кривая — зависимость напряжения от силы тока в дуге $U = A + B/I$. Силы тока I_1 и I_2 соответствуют точкам пересечения прямой и кривой. Анализ показывает (сравните с решением задачи 2.90), что состояние с силой тока в цепи $I_1 = 1,25 \text{ А}$ неустойчиво, в цепи установится ток $I_2 = 10 \text{ А}$.

3.123. Вольт-амперная характеристика имеет качественно тот же вид, что и характеристика дуги, рассмотренной в задаче 3.122. Для решения задачи необходимо построить из точки $I = 0$, $U = 5 \text{ В}$ прямую, касательную к кривой, изображенной на рисунке 3.59. Прямая дает зависимость $\mathcal{E} - IR$ от силы тока для предельного значения сопротивления резистора R . Из наклона прямой определим $R = 4,6 \text{ Ом}$.

3.124. Точки характеристики цепи, соответствующие значению $U = \mathcal{E} = 80 \text{ В}$, дают два возможных значения силы тока: $I_1 = 2,5 \text{ А}$, $I_2 = 17,5 \text{ А}$. Анализ показывает, что устойчив режим с током I_2 .

Построим вольт-амперную характеристику дуги без балластного резистора. Для этого через участок характеристики, соответствующий самым большим токам, проведем прямую AB (рис. 3.125). Затем через начало координат проведем прямую OC , параллельную AB . Расстояние по вертикали (в вольтах) от OC до характеристики дуги вместе с резистором дает нам вольт-амперную характеристику собственно дуги. Она оказывается такой, как изображена на рисунке 3.59. Дальнейший путь решения совпадает с решением задачи 3.123. Максимальное сопротивление получается равным $R = 3,8 \text{ Ом}$.

3.125. $N = 0,43 \text{ Вт}$.

3.126. Пусть I — сила тока в цепи, а U — напряжение на лампе.

$$\eta = \frac{IU}{IU + RI^2} = 0,25 \Rightarrow I = 0,3U.$$

Построив на графике (рис. 3.126) прямую в координатах $I - U$, проходящую через начало координат, находим две точки пересечения. Таким образом возможны два решения:

$$\begin{aligned} I_1 &= 3 \text{ А}, U_1 = 10 \text{ В}, \\ U'_0 &= U_1 + I_1 R = 40 \text{ В}; \\ I_2 &= 6 \text{ А}, U_2 = 20 \text{ В}, \\ U''_0 &= U_2 + I_2 R = 80 \text{ В}. \end{aligned}$$

3.127. Во втором опыте температура элемента $t_3 = 80^\circ \text{С}$, следовательно, его сопротивление $R_3 = 50 \text{ Ом}$. Из уравнения теплового баланса можем рассчитать коэффициент пропорциональности между количеством выделяющейся в единицу времени теплоты и разностью температур: $\alpha = U_1^2/R_3(t_3 - t_0) = 1,2 \text{ Вт/К}$. Колебания тока в цепи, возникшие в третьем опыте, связаны с колебаниями температуры между значениями t_2 и t_1 и соответствующими колебаниями сопротивления. При этом отдаваемое в единицу времени количество теплоты $q = \alpha(t_{\text{ср}} - t_0) \approx 95 \text{ Вт}$, где $t_{\text{ср}}$ — средняя температура элемента в этом опыте ($t_1 > t_{\text{ср}} > t_2$). Из соотношения между количеством теплоты, выделяющейся на элементе, и количеством теплоты, отдаваемой воздуху, определим время τ_1 нагрева от 99 до 100°С , время охлаждения τ_2 и период колебаний T , равный их сумме:

$$T = \tau_1 + \tau_2 = \frac{C}{U_2^2/R_1 - \alpha(t_{\text{ср}} - t_0)} + \frac{C}{\alpha(t_{\text{ср}} - t_0) - U_2^2/R_2} = 0,2 \text{ с}.$$

Сила тока в цепи принимает значения $I_{\text{max}} = 1,6 \text{ А}$ и $I_{\text{min}} = 0,8 \text{ А}$.

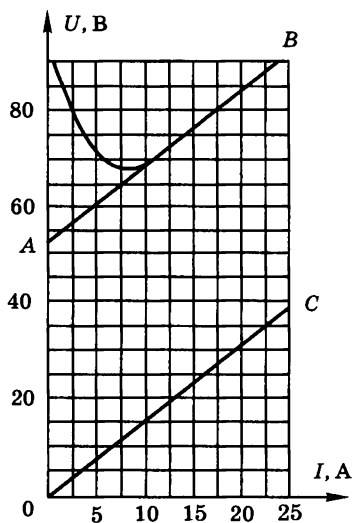


Рис. 3.125

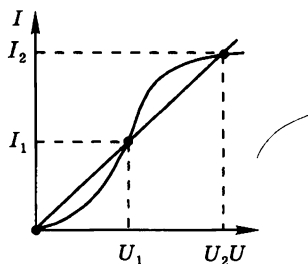


Рис. 3.126

3.5. ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОЛИЗА

3.128. На основании законов Фарадея имеем $m = AQ/zF$, где z — валентность. Количество электричества $Q = It$, следовательно, $m = AIt/zF = 3,4$ г.

3.129. $Q = 4FpV/3RT = 5,2 \cdot 10^3$ Кл.

3.130. $t = 4000$ ч.

3.131. $d = AIt/zF\rho S = 1,5 \cdot 10^{-3}$ см.

3.132. $Q = It/2 = 15$ Кл, $m = AQ/zF = 5 \cdot 10^{-3}$ г.

3.133. $m = 0,13$ г.

3.6. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКА

3.134. Между проводами, на расстоянии $d/(n+1)$ от левого.

3.135. На расстоянии $d/(n-1)$ левее левого провода.

3.136. Между проводами 1 и 2 на расстоянии $d/3$ от левого провода надо расположить провод с током $5I/3$. Направление тока должно быть противоположным направлению тока в проводах 1 и 2.

3.137. $B = \mu_0 I / 4\pi d = 10^{-5}$ Тл.

3.138. $B = \mu_0 I / \pi d \sqrt{2} = 2,8 \cdot 10^{-5}$ Тл.

3.139. $B = (\mu_0/2)[(I_1/r_1)^2 + (I_2/r_2)^2]^{1/2} = 1,3 \cdot 10^{-4}$ Тл.

3.140. $B < \mu_0 I / d = 6,3 \cdot 10^{-3}$ Тл.

3.141. $v \geq Bd/\mu_0 I_0 \approx 3,2$. Не менее 4 слоев.

3.142. Если мысленно к рассматриваемому соленоиду «приставить» точно такой же соленоид, то из соображений симметрии ясно, что аксиальные составляющие магнитных полей обоих соленоидов будут одинаковы и равны $B_0/2$, а радиальные взаимно компенсируют друг друга. На оси поле аксиально, т. е. равно $B_0/2$.

3.143. Растягивающее виток усилие определяется аксиальной составляющей поля, равной $B/2$ (см. задание 3.142). Найдем условие равновесия витка. Для этого разделим его пополам. Сила, действующая на элемент витка dl , равна $dF = Idl(B/2)$ (рис. 3.127), а ее проекция на ось X

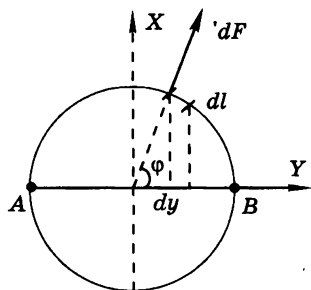


Рис. 3.127

$$F_x = I \frac{B}{2} dl \cos \varphi = I \frac{B}{2} dy.$$

Таким образом, полная сила, действующая на полукольцо, $F = (IB/2) \cdot 2R = IBR$. Эта сила уравновешивается силой натяжения витка в точках А и В. Таким образом,

$$2T = IBR \text{ и } T = \frac{IBR}{2}.$$

3.7. ЗАРЯЖЕННЫЕ ЧАСТИЦЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

3.144. $v = (2ZeU/Am_p)^{1/2} = 4,4 \cdot 10^5$ м/с, где $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг — масса протона.

3.145. $v_B = (2\gamma U_{AB})^{1/2} = 8,4 \cdot 10^6$ м/с, $v_C = 6 \cdot 10^6$ м/с, $v_D = 0$.

3.146. Увеличить в 2 раза.

$$3.147. x = \frac{eUl}{2dT}(L + l/2) = 0,5 \text{ см.}$$

Так как в это выражение масса частицы не входит, а заряд протона равен (по модулю) заряду электрона, то смещение протона будет равно смещению электрона, но направлено в противоположную сторону.

$$3.148. U = Wd/le = 216 \text{ В.}$$

3.149. Напряженность поля максимальна в начале и в конце трубки и равна $E = 3,5 \text{ кВ/см}$. Отсюда можно определить длину свободного пробега $l = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$.

$$3.150. U = 14,7 \text{ кВ.}$$

3.151. Чтобы электрон долетал до точки $x = 1,5 \text{ мм}$, его начальная энергия должна быть равной $eU_{\min} = 2,25 \text{ эВ}$. Рассматривая движение электрона, равнозамедленное на пути $l_1 = 1,5 \text{ мм}$, а затем (после прохождения точки минимального потенциала U_{\min}) равноускоренное на пути $l_2 = 12 \text{ мм}$, получаем время полета:

$$\tau = \sqrt{2/\gamma}(l_1/\sqrt{U_{\min}} + l_2/\sqrt{U_{\min} + U_a}) = 10^{-8} \text{ с.}$$

3.152. Потенциалы анода и катода одинаковы: следовательно, энергия вылетевшего из катода электрона равна его энергии у анода. Расчет дает $\tau = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ с}$.

$$3.153. Q = 4\pi\epsilon_0 v^2 r / 2\gamma.$$

$$3.154. v_0 = (v^2 + 2\gamma Q / 4\pi\epsilon_0 R)^{1/2}.$$

3.155. Частицы должны быть расположены на одной линии напряженности электрического поля. Силы (рис. 3.128) $f = qQ/4\pi\epsilon_0 d^2$, $F_1 = qE$, $F_2 = QE$. Применим второй закон Ньютона к движению тел: $ma = -qE + qQ/4\pi\epsilon_0 d^2$, $Ma = QE - qQ/4\pi\epsilon_0 d^2$. Отсюда вытекает, что $a = (Q - q)E/(m + M)$. Это выражение для a можно было написать сразу, приняв во внимание, что система из двух зарядов движется как единое целое в поле напряженности E . Заметим, что такая конфигурация зарядов неустойчива и при небольшом случайном отклонении от нее частицы столкнутся или разлетятся. Искомое расстояние $d = [Qq(M + m)/4\pi\epsilon_0 E(Mq + mQ)]^{1/2}$.

3.156. В положении устойчивого равновесия диполь ориентирован вдоль направления поля, причем так, что его заряд $+q$ смещен в направлении линий напряженности. При повороте диполя на 180° заряды меняются местами. Для этого необходимо совершить работу $A = A^- + A^+ = -(-q)El + qEl = 2qEl$.

$$3.157. A = (lqQ \sin \alpha) / \epsilon_0 S.$$

$$3.158. T \geq 4qU.$$

$$3.159. \alpha \geq 30^\circ.$$

$$3.160. \alpha = 15^\circ.$$

3.161. Составляющая скорости электрона, параллельная плоскости сетки, не будет меняться. Составляющая скорости, перпендикулярная сетке,

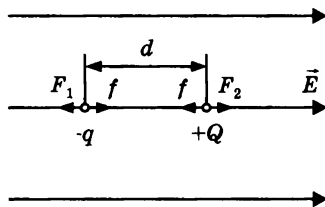


Рис. 3.128

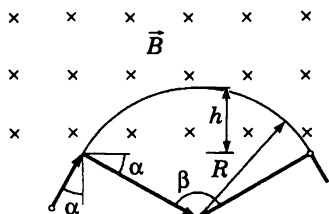


Рис. 3.129

на расстоянии h от сетки обратится в нуль. Используя закон сохранения энергии, получим $h = v^2 \cos^2 \alpha / 2 \gamma U = 5$ мм.

$$3.162. l = \frac{v}{e} \left(\frac{2 \epsilon_0 m}{n} \right)^{1/2} = 2,5 \text{ см.}$$

$$3.163. I = e n_t N_A / A = 24 \text{ А,} \\ N = IU = 24 \text{ кВт.}$$

3.164. Ионы, возникающие под действием рентгеновских лучей внутри конденсатора, начинают двигаться к пластинам конденсатора под действием приложенного к нему напряжения. Сила тока через конденсатор $I_C = neV$, где n — число ионов (или электронов), образующихся в единицу времени в единице объема конденсатора, e — заряд иона (равный заряду электрона), V — объем конденсатора. Имеем $U = U_{ab} + U_{bc} = I_{R2} R_2 + I_{R1} R_1$. Кроме того, $I_{R1} = I_C + I_{R2}$. Из этих уравнений следует, что

$$I_{R1} = (U + I_C R_2) / (R_1 + R_2) = (U + neVR) / 2R = 8,5 \cdot 10^{-8} \text{ А.}$$

$$3.165. v = AI / N_A \rho Se = 7 \cdot 10^{-5} \text{ см/с.}$$

3.166. В условиях нашей задачи частица пройдет в области, где имеется магнитное поле, часть окружности (рис. 3.129), соответствующую углу $\beta = 120^\circ$. Глубина проникновения $h = R(1 - \sin \alpha) = (1 - \sin \alpha)v / (\gamma B) = 28$ мм.

$$3.167. B = 2\pi k \frac{mv}{eL} \cos \alpha, \text{ где } k \text{ — произвольное целое число.}$$

$$3.168. T = e^2 B^2 (r^2 + R^2) / 2m_p.$$

3.169. В установившемся режиме магнитная сила $e v B$, действующая на свободные электроны проводника, компенсируется электрической силой eU/d . Отсюда $v = U/Bd = 2$ м/с.

3.170. Пусть заряженная частица пролетает над проводом, заряженным одноименно, в направлении вдоль оси X (рис. 3.130) и пусть в некоторый момент она находится на расстоянии R от провода. Радиус-вектор \vec{R} составляет угол ψ с осью Y . В этот момент на частицу действует электростатическая сила

$$F = eE = \frac{eq}{2\pi \epsilon_0 R}.$$

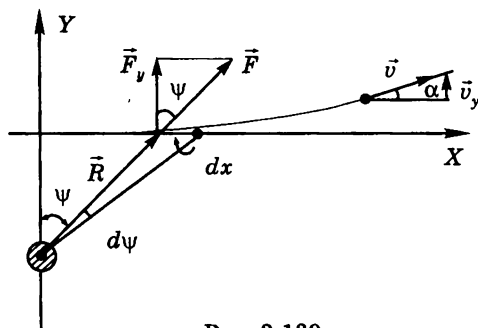


Рис. 3.130

Проекция этой силы на ось Y

$$F_y = \frac{eq \cos \psi}{2\pi \epsilon_0 R}.$$

Уравнение движения частицы вдоль оси Y можно записать в виде

$$mdv_y = F_y dt = \frac{eq \cos \psi}{2\pi \epsilon_0 R} dt. \quad (1)$$

За малое время dt частица смещается вдоль оси X на расстояние dx , а радиус-вектор \vec{R} поворачивается на малый угол $d\psi$. Эти приращения связаны между собой:

$$dt = \frac{dx}{v_x} = \frac{R d\psi}{v_x \cos \psi}, \quad (2)$$

где v_x — скорость частицы вдоль оси x .

Мы полагаем, что она практически не изменяется и все время остается равной по абсолютной величине начальной скорости частицы.

После подстановки (2) в (1), получим:

$$dv_y = \frac{eq d\psi}{2\pi \epsilon_0 m v_x} = \frac{v_x eq d\psi}{4\pi \epsilon_0 W}.$$

За все время полета угол ψ изменяется от $-\pi/2$ до $\pi/2$, а вертикальная составляющая скорости частицы — от нуля до некоторого значения v_y , поэтому

$$v_y = \frac{eq v_x}{4\epsilon_0 W}.$$

Угол наклона скорости частицы от горизонтали на большом удалении от провода

$$\alpha = v_y / v_x = \frac{eq}{4\epsilon_0 W}.$$

3.8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

3.171. Предположим, что заряд по цепи гальванометра протекает за промежуток времени Δt . За это время магнитный поток через катушку меняется от $\Phi = BS_n$ до нуля. По закону Ома $\mathcal{E} = IR$. Согласно закону Фарадея $\mathcal{E} = -\Delta\Phi/\Delta t = BS_n/\Delta t$, $I = q/\Delta t$, поэтому $B = qR/S_n$.

Примечание. В решении предполагалось, что магнитный поток убывает со временем равномерно. Нетрудно, однако, показать, что в действительности результат не зависит от того, по какому закону происходит изменение потока. Предоставляем доказательство этого утверждения читателю.

3.172. $\cos \alpha = 1 - RQ/BS = -0,5$, $\alpha = 120^\circ$.

3.173. Заряд, протекающий по витку, пропорционален изменению магнитного потока, пронизывающего виток. По условию задачи вначале магнитное поле отсутствовало; следовательно, изменение магнитного потока при включении поля равно просто потоку Φ , пронизываемому виток при включенном поле. Изменение потока при сложении витка «восьмеркой» зависит от того, каким из трех возможных способов получили «восьмерку»

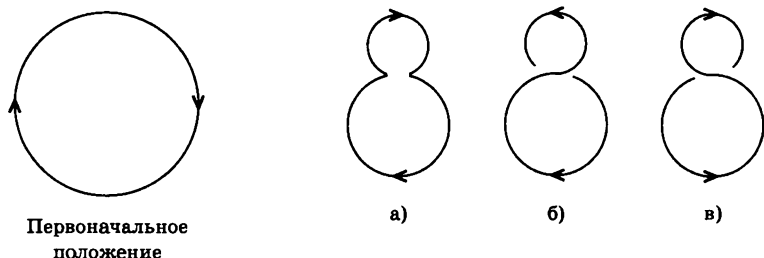


Рис. 3.131

(рис. 3.131). Учитывая, что в перевернутых петлях потоку необходимо приписать противоположный знак, получаем для трех случаев следующие соотношения:

а) виток «пережат» — $\Phi_1 = 5\Phi/8$, $\Delta\Phi_1 = -3\Phi/8$, $Q_1 = -3Q/8$;

б) перевернута меньшая петля — $\Phi_2 = \Phi/2$, $\Delta\Phi_2 = -\Phi/2$, $Q_2 = -Q/2$;

в) перевернута большая петля — $\Phi_3 = -\Phi/2$, $\Delta\Phi_3 = -3\Phi/2$, $Q_3 = -3Q/2$.

Знак «минус» во всех трех случаях показывает, что в неперевернутых частях витка направление протекания заряда противоположно тому, в котором он протекал при включении магнитного поля.

3.174. $q = CS\Delta B/\Delta t = 5 \cdot 10^{-10}$ Кл.

3.175. $N = (\Delta B/\Delta t)^2 S^2 n^2 / R = 10^{-7}$ Вт.

3.176. $I = BLv/R$.

3.177. $R = B^2 L^2 v / mg = 2,55 \cdot 10^{-3}$ Ом.

3.178. $F = B^2 l^2 v / R = 2 \cdot 10^{-12}$ Н.

3.179. $v_0 = [v^2 - (mgR/k^2 a^4)^2]^{1/2}$.

3.180. Запишем закон Ома для цепи соленоида: $-L\Delta I/\Delta t = IR$, где I — сила тока в соленоиде, ΔI — изменение этого тока за время Δt . Так как индукция магнитного поля в соленоиде пропорциональна силе тока, то и изменения этих величин за одно и то же время оказываются пропорциональными: $B = \alpha I$, $\Delta B = \alpha \Delta I$, $\Delta B/B = \Delta I/I$, поэтому $R = -L\Delta I/I\Delta t = -L\Delta B/B\Delta t = 5,6 \cdot 10^{-6}$ Ом. При подстановке числовых данных было принято во внимание, что относительное изменение магнитного поля за время $\Delta t = 3600$ с равно $\Delta B/B = -2 \cdot 10^{-2}$. Знак «минус» указывает на уменьшение индукции поля.

3.181. Через резистор R ток течет только в процессе установления, когда меняется сила тока I_1 в катушке индуктивностью L . В этот период времени на катушке, а следовательно, и на резисторе имеется напряжение, равное ЭДС индукции $\mathcal{E}_1 = -L\Delta I_1/\Delta t$. Сила тока I_2 через резистор R есть заряд, протекающий через него в единицу времени: $\Delta q/\Delta t = I_2 = \mathcal{E}_1/R$. Получаем соотношение $R\Delta q = -L\Delta I_1$. Сила тока I_1 изменяется за время установления от нуля до \mathcal{E}/r . Следовательно, искомый заряд $q = -L\mathcal{E}/Rr$ (см. также примечание к решению задачи 3.171).

3.182. $I_1 = (L_2 \mathcal{E}/r + L_1 I_0)/(L_1 + L_2)$, $I_2 = (L_1 \mathcal{E}/r - L_1 I_0)/(L_1 + L_2)$.

3.183. $I_0 = \mathcal{E}/3r$.

3.184. $q_1 = 2CUL_2/(L_1 + L_2)$, $q_2 = 2CUL_1/(L_1 + L_2)$.

3.185. $q = I_1[CL_1(L_1 + L_2)/L_2]^{1/2}$.

$$3.186. U_{\max} = U_0/2^{1/2}.$$

$$3.187. I_{\max} = U_0(C/L_1)^{1/2}, \\ I_{\min} = (L_1 - L_2)U_0(C/L_1)^{1/2}/(L_1 + L_2).$$

3.188. В рассматриваемой электрической цепи (рис. 3.132) действует ЭДС батареи \mathcal{E} и ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\text{инд}}$, возникающая при вращении якоря и направленная навстречу ЭДС батареи \mathcal{E} . Следовательно, для этой цепи закон Ома примет вид $\mathcal{E} = IR + \mathcal{E}_{\text{инд}}$, где R — сопротивление цепи, равное сумме сопротивлений соединительных проводов, обмоток якоря двигателя, батареи и т. д. Когда якорь неподвижен, $\mathcal{E}_{\text{инд}} = 0$ и $\mathcal{E} = I_0 R$, откуда $\mathcal{E} = \mathcal{E} I / I_0 + \mathcal{E}_{\text{инд}}$. Умножая обе части этого равенства на силу тока I , получим $\mathcal{E} I = \mathcal{E} I^2 / I_0 + I \mathcal{E}_{\text{инд}}$. Левая часть этого равенства является не чем иным, как полной мощностью, расходуемой батареей. Первый член справа дает мощность тепловых потерь, а $N = I \mathcal{E}_{\text{инд}}$ — полезная мощность двигателя. Следовательно, $N = \mathcal{E} I - \mathcal{E} I^2 / I_0 = 8 \text{ Вт}$.

$$3.189. \eta = 1 - I / I_0 = 0,4, \text{ т. е. } 40\%.$$

$$3.190. \mathcal{E} = (\mathcal{E}_0 - IR)n_2/n_1 = 47 \text{ В}.$$

$$3.191. I = Fv/U = 980 \text{ А}.$$

3.192. Закон сохранения энергии для генератора запишется в виде $N = \mathcal{E}^2/R + \alpha N$, где \mathcal{E} — ЭДС индукции, развиваемая генератором. Из этого уравнения находим $\mathcal{E} = [NR(1 - \alpha)]^{1/2} = 120 \text{ В}$. Согласно условию при изменении нагрузки число оборотов поддерживается прежним. Поскольку ЭДС зависит только от скорости изменения магнитного потока, пронизывающего обмотку якоря, то при постоянном числе оборотов ЭДС индукции постоянна. На основании закона сохранения энергии имеем

$$N_1 = \mathcal{E}^2/R_1 + \alpha N_1 = NR/R_1 = 250 \text{ Вт}.$$

$$3.193. v_x = \frac{\sqrt{mgvR(\mathcal{E} - mgvR)}}{mgR}.$$

$$3.194. (\mathcal{E}_{\text{инд}})_{1,2} = \frac{\mathcal{E} \pm \sqrt{\mathcal{E}^2 - 4RN}}{2}, \text{ т. е. } 40 \text{ В или } 80 \text{ В}.$$

$$3.195. v = \frac{I[\mathcal{E} - I(r_1 + r_2)]}{2\pi amg} = 10 \text{ об/с}.$$

3.196. а) В сверхпроводящем замкнутом контуре не может измениться магнитный поток. Если, как в рассматриваемой задаче, кольцо начинает пронизывать некоторый внешний магнитный поток, в самом кольце возникает ток, создающий точно такой же по величине поток противоположного направления. Таким образом, суммарный поток все же не меняется.

Сила тока в кольце пропорциональна внешнему магнитному потоку, пронизывающему кольцо в этом положении, следовательно, отношение токов $I_1/I_2 = \Phi_1/\Phi_2$.

Магнитный поток через кольцо пропорционален количеству силовых линий магнитного поля, пронизывающих кольцо. Очевидно, что это количество N линий будет пропорционально квадрату числа n линий, распре-

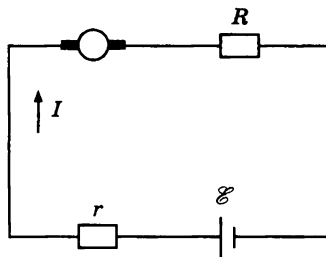


Рис. 3.132

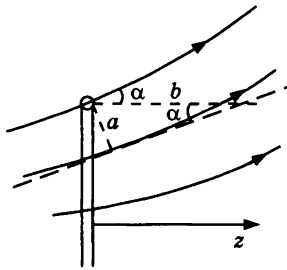


Рис. 3.133

деленных по диаметру кольца. Из рисунка силовых линий внешнего магнитного поля найдем, что $n_1 = 6$, а $n_2 = 10$. Поэтому

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = 0,36.$$

б) Результирующая сила, действующая на кольцо, направлена вдоль оси Z (см. рис. 3.133). Сила F_z , действующая на кольцо, пропорциональна силе тока I в нем, индукции магнитного поля B на окружности кольца и синусу угла α между направлением индукции магнитного поля B и осью Z :

$$F_z \sim IB \sin \alpha.$$

Индукция B пропорциональна густоте силовых линий, т. е. $B \sim \frac{1}{a^2}$, где a — расстояние между двумя соседними силовыми линиями. Синус угла α равен $\sin \alpha = a/b$. Следовательно, сила, действующая на кольцо,

$$F_z \sim \frac{1}{a^2} \frac{a}{b} I = I/(ab).$$

Отношение сил для двух положений кольца

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{I_1}{I_2} \frac{a_2 b_2}{a_1 b_1} = 0,05.$$

3.9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

3.197. В установившемся режиме сила тока через катушку $I = \mathcal{E}/r$, а напряжение на конденсаторе равно нулю. Напряжение на конденсаторе при колебаниях будет достигать амплитудного значения, когда вся энергия катушки $LI^2/2$ перейдет в энергию конденсатора $C(n\mathcal{E})^2/2$. Используя формулу для периода колебаний $T = 2\pi(LC)^{1/2}$, получаем $C = T/2\pi r n$, $L = nrT/2\pi$.

3.198. $I_0 = \mathcal{E}(C/3L)^{1/2}$.

3.199. $I_0 = \mathcal{E}(3C/L)^{1/2}$.

3.200. Шары составляют конденсатор емкостью $C_1 = 2\pi\epsilon_0 R$. Максимум заряда на шарах соответствует нулевому току через катушку индуктивности. Из законов сохранения заряда и энергии получаем:

$$q_{\max} = \frac{4\pi\epsilon_0 RCU_0}{2\pi\epsilon_0 R + C}.$$

3.201. $I_{\max} = U_0[(2\pi\epsilon_0 RC)/(2\pi\epsilon_0 R + C)L]^{1/2}$.

3.202. $I_{\max} = \mathcal{E} \left(\frac{2\pi\epsilon_0 R}{L} \right)^{1/2}$.

3.203. $q_{\max} = 4\pi\epsilon_0 R\mathcal{E}$.

3.204. $Q = E = LI^2/2 + C\mathcal{E}^2/2 = \mathcal{E}^2(CR^2 + L)/2R^2$.

3.205. $U_2 = 2C_1 U_0 / (C_1 + C_2) = 200$ В. Результат не зависит от индуктивности L . Она нужна в цепи для обеспечения медленной перезарядки, когда можно пренебречь потерями на электромагнитное излучение.

3.206. $U = (q + q_0)/C = 2\mathcal{E} - q_0/C$.

$$3.207. U = \frac{\mathcal{E}\tau}{(LC)^{1/2}} \sin\left(\frac{t}{(LC)^{1/2}}\right), \quad t \leq \frac{\pi}{2}\sqrt{LC};$$

$$U = \frac{\mathcal{E}\tau}{(LC)^{1/2}}, \quad t \geq \frac{\pi}{2}\sqrt{LC}.$$

3.208. $q_x = C\mathcal{E}_0(2\mathcal{E} - \mathcal{E}_0)/2(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E})$, если $2\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$; $q_x = 0$, если $2\mathcal{E} < \mathcal{E}_0$.

3.209. Рассмотрим интервал времени после замыкания ключа K , когда ток течет через нижний диод. Уравнение для напряжения U_C на конденсаторе:

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = \frac{1}{LC} U_{\pi}.$$

Из этого уравнения видно, что напряжение на конденсаторе будет меняться по гармоническому закону с частотой $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Из энергетических соображений найдем экстремальные значения напряжений U_0 на конденсаторе:

$$\frac{CU_0^2}{2} = C(U_0 - U_{\pi})U_{\pi} + \frac{CU_{\pi}^2}{2}.$$

Это уравнение имеет два корня:

$$U_{\pi 1} = U_0, \quad U_{\pi 2} = -(U_0 - 2U_{\pi}).$$

Очевидно, что зависимость $U_C(t)$ будет иметь вид:

$$U_C(t) = (U_0 - U_{\pi})\cos(\omega_0 t) + U_{\pi}$$

при $0 \leq t \leq \frac{T}{2}$, где $T = 2\pi\sqrt{LC}$ — период колебаний. После n полупериодов напряжение на конденсаторе

$$U_{Cn} = (-1)^n(U_0 - 2nU_{\pi}), \quad \text{где } n = 1, 2, 3, \dots$$

Колебания в контуре прекратятся, когда $|U_{Cn}| < |U_{\pi}|$. В нашем случае $n = 3$, поэтому время установления стационарного режима $\tau = 2\pi\sqrt{LC} = 9,42 \cdot 10^{-3}$ с. Остаточное напряжение на конденсаторе $U_C = -0,3$ В. График $U_C(t)$ представлен на рисунке 3.134.

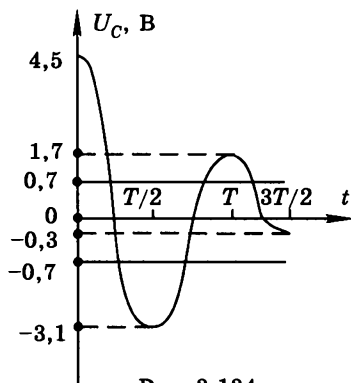


Рис. 3.134

3.10. ЗАКОНЫ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

$$3.210. E_{\max}^{(1)} = \frac{B_0 \omega L \beta}{\pi(1 + \beta)}; E_{\max}^{(2)} = \frac{B_0 \omega L}{\pi(1 + \beta)}.$$

$$3.211. U_2 = U_1/4 = 10 \text{ В.}$$

$$3.212. n_1/n_2 = (U_1/U_2)^{1/2} = 3.$$

$$3.213. U_2 = U_1[1 + (\omega CR)^2]^{1/2} = U_1\sqrt{2} = 140 \text{ В.}$$

$$3.214. U_2 = U_1[1 + (R/\omega L)^2]^{1/2} = U_1\sqrt{2} = 140 \text{ В.}$$

$$3.215. I_2 = I_1[1 + (\omega L/R)^2]^{1/2} = I_1\sqrt{2} = 2,8 \text{ А.}$$

$$3.216. I_2 = I_1[1 + (1/R\omega C)^2]^{1/2} = I_1\sqrt{2} = 1,4 \text{ А.}$$

$$3.217. N_x = NU^2/2U_1^2 = 75 \text{ Вт.}$$

$$3.218. N = \frac{U^2}{2} \left(\frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3} + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3(R_1 + R_2)} \right) = 423,5 \text{ Вт.}$$

$$3.219. N = \frac{U^2}{2R_1} \left(1 + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2 \right) = 1 \text{ В.}$$

$$3.220. \text{Мощность возрастет в 4 раза при условии, что } RCf \gg 1.$$

IV. ОПТИКА. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

4.1. ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА

$$4.1. \alpha = \arctg 1,5 = 56^\circ.$$

$$4.2. \beta = \pi/2 - \alpha - \arcsin(\cos \alpha/n).$$

$$4.3. d > \frac{2a}{\sin 2\alpha} \left(\frac{1}{(n_2^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2}} - \frac{1}{(n_1^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2}} \right)^{-1}.$$

$$4.4. \Delta l = 5,8 \text{ мм.}$$

$$4.5. n = 4/3.$$

4.6. Рассматривая рыбку как источник, находящийся в точке A , построим его изображение (точка B на рисунке 4.51). Искомое расстояние $x = AB$. Принимая во внимание, что в глаз попадает узкий пучок лучей и, следовательно, углы i , r и ϕ малы, запишем $h = x\phi = x(2r - i)$. С другой стороны, $h = R\alpha \approx 2R(i - r)$, откуда $x = 2R(i - r)/(2r - i) = 2R(n - 1)/(2 - n)$. Подставляя $n = 4/3$, получим $x = R$.

$$4.7. \text{Ход луча изображен на рисунке 4.52. } |BC| = |CK| = |ED|.$$

$$4.8. R = 2 \text{ см.}$$

4.9. Лучи от нижней царапины A (рис. 4.53) после преломления на верхней границе стеклянной пластинки будут казаться исходящими из некоторой точки A_1 , которую можно рассматривать как изображение нижней царапины в плоскопараллельной пластинке. При наведении микроскопа с верхней царапины на нижнюю его тубус следует передвинуть на расстояние $l = BA_1$. Из треугольников ABC и A_1BC получим $tgi/tgr = d/l$. По условию в объектив микроскопа попадают лишь лучи, накло-

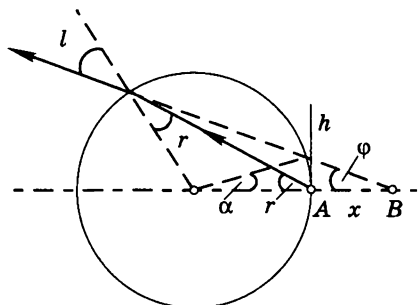


Рис. 4.51

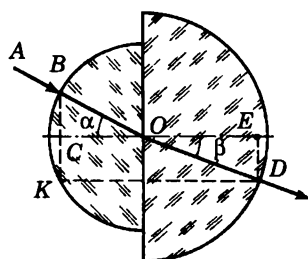


Рис. 4.52

ненные к оси микроскопа под достаточно малыми углами. Для таких лучей можно приближенно принять $\text{tgi}/\text{tgr} = \sin i/\sin r$. Таким образом, $n = d/l = 1,5$.

4.10. Появление темной полосы на экране следует из построения, приведенного на рисунке 4.54. Пучок параллельных лучей, падающий на призму, разделяется на два, каждый из которых отклоняется на некоторый угол φ по отношению к направлению падающего пучка (каждый пучок изображен на рисунке 4.54 своей штриховкой). Найдем сначала связь между углом преломления призмы α и углом отклонения лучей φ . Для этого достаточно рассмотреть преломление лучей на второй поверхности призмы. Угол падения лучей на эту грань равен α , угол преломления равен $\alpha + \varphi$; следовательно, $\sin \alpha / \sin(\alpha + \varphi) = 1/n$. Как видно из рисунка 4.54, $\text{tg} \varphi = (a + d)/L = 3 \cdot 10^{-2}$. Угол φ оказался малым. Так как по условию угол α тоже мал, заменим синусы и тангенсы углов самими углами: $\alpha/(\alpha + \varphi) = 1/n$, $\alpha = \varphi/(n - 1) = 3^\circ$.

$$4.11. \beta = 2 \arcsin(n\alpha/2) - \alpha = 30^\circ.$$

$$4.12. n = \sin[(\alpha + \beta)/2] / \sin(\alpha/2).$$

$$4.13. \Delta n = n_1 - n_2 = \frac{\sin \varphi}{\sin(\beta - \alpha)} \left(\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} - 1 \right), \text{ где } \sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha.$$

Учитывая малость углов, получаем $\Delta n = \varphi/\alpha$.

$$4.14. R \geq h/(n^2 - 1)^{1/2}.$$

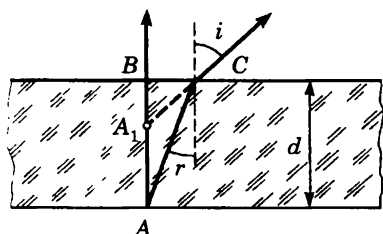


Рис. 4.53

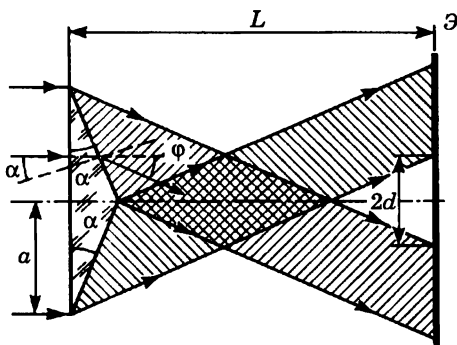


Рис. 4.54

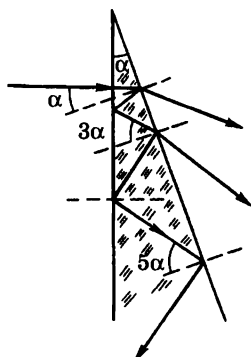


Рис. 4.55

4.15. $n_{\min} = \sqrt{2} = 1,41$.

4.16. Угол падения луча на вторую грань призмы при первом попадании луча равен α , при втором 3α , при m -м $\alpha_m = (2m - 1)\alpha$ (рис. 4.55). Лучи будут выходить из призмы, если угол падения меньше угла полного внутреннего отражения, который находится из условия $\sin \alpha_0 = 1/n$, откуда $\alpha_0 = 45^\circ$, $\alpha_1 = 10^\circ$, $\alpha_2 = 30^\circ$, $\alpha_3 = 50^\circ$. Таким образом, $\alpha_3 > \alpha_0$, т. е. третий луч претерпевает полное внутреннее отражение. Итак, из призмы выйдут только два луча и на экране будет видно два светлых пятна.

4.17. Необходима такая длина основания, чтобы верхний луч пучка из точки B попадал в самую дальнюю точку основания C (рис. 4.56).

При этом $\alpha = 45^\circ$, а $\sin \beta = (\sin \alpha)/n = 1/2$, откуда $\beta = 30^\circ$. Из треугольника BDC имеем $y = h \operatorname{tg} 75^\circ = 7,9$ см, $x = h \operatorname{tg} 45^\circ = 2,1$ см. Итак, минимальная длина основания AC равна $l = x + y = 10$ см.

4.18. $n = [(2k - 1)^2 + 1]^{1/2}/(1 - 2k) = 1,5$.

4.19. $D = 2L \sqrt{(n^2 - 1)/(2 - n^2)} = 8,9$ см.

4.20. $\varphi_{\max} = \arcsin(\sqrt{n^2 - 1}) = 90^\circ$.

4.21. Луч, скользящий по наружной поверхности, входит в стекло под углом α таким (рис. 4.57), что $\sin \alpha = 1/n_{\text{ст}}$. Этот луч падает на внутреннюю стенку, если $\beta \leq 90^\circ$, т. е. $\sin \alpha \leq r/R$, или $r/R \geq 1/n_{\text{ст}}$. Он попадет в жидкость, если $\sin \beta \leq n/n_{\text{ст}}$. Из треугольника AOB находим, что $\sin \alpha / \sin \beta = r/R$. Используя выражения для $\sin \alpha$ и $\sin \beta$, получаем $r/R \geq 1/n$. Так как $n < n_{\text{ст}}$, то это условие более сильное, чем $r/R \geq 1/n_{\text{ст}}$. Оно и является решением задачи.

4.22. $\varphi_{\max} = \arcsin(r/R) = 30^\circ$.

4.23. Так как для компоненты λ_1 происходит полное внутреннее отражение, а для λ_2 нет, можно написать $1/n_1 < \sin \alpha < 1/n_2$ или $1/(1 + a/\lambda_1^2) < \sin \alpha < 1/(1 + a/\lambda_2^2)$, откуда $0,5 < \sin \alpha < 0,526$, $30^\circ < \alpha < 31^\circ 45'$.

4.24. $\Delta \beta = (n - 1) \operatorname{tg} \beta = 3 \cdot 10^{-4}$ рад = $1'$.

4.25. $n = 1,0006$.

4.26. $\Delta y = \alpha L f$.

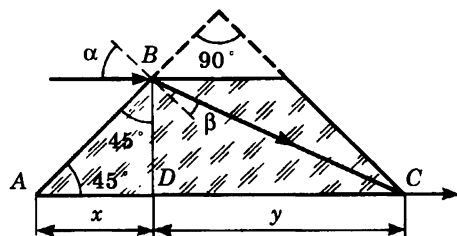


Рис. 4.56

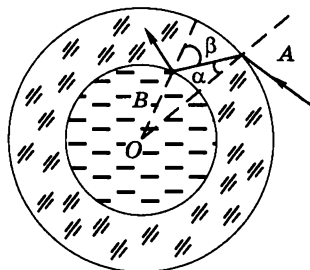


Рис. 4.57

4.2. ПЛОСКИЕ И СФЕРИЧЕСКИЕ ЗЕРКАЛА

4.27. $b = Bl_0/L = 20$ см, $h = Hl_0/L = 7,5$ см.

4.28. $l = (d - 2h)n/2 = 10$ см.

4.29. $h_0 = H/2$.

4.30. Проводим прямые через концы предмета и изображения через точки A и A_1 , B и B_1 (рис. 4.58). Эти прямые перпендикулярны поверхности зеркала, а точка их пересечения O — оптический центр кривизны зеркала. Отложим точку A' , симметричную точке A относительно оси BB_1 . Прямая $A'A_1$ пересекает ось в точке C , лежащей на поверхности зеркала. Окружность радиуса OC с центром в точке O и есть поверхность зеркала. Оно, как видно из построения, вогнутое, а изображение A_1B_1 действительное. Разделив отрезок OC пополам, найдем фокус зеркала F .

4.31. Построение выполняется аналогично построению в задаче 4.30. Зеркало оказывается выпуклым, изображение — мнимым (рис. 4.59).

4.32. $f = l(L - l)/(2l - L)$. Задача имеет решение, если $2l > L > l$, при этом $f > 0$.

4.33. Возможны два решения задачи:

а) когда изображение S' источника в зеркале находится перед стеной (рис. 4.60), имеем $(L - b)/b = d/D$, откуда $b = L/(1 + d/D)$. По формуле зеркала находим $a = bf/(b - f) = Lf/[L - f(1 + d/D)] = 1,14$ м;

б) когда изображение S' источника находится за стеной, имеем $(b - L)/b = d/D$, откуда $b = L/(1 - d/D)$. По формуле зеркала находим $a = Lf/[L - f(1 - d/D)] = 1,04$ м.

4.34. $D = 2rL/f + d = 3,5$ м.

4.35. Изображения располагаются на расстояниях $(2n - 1)f/n$ от каждого из зеркал, где n — любое целое положительное число.

4.36. Точка пересечения лучей S играет роль мнимого источника, расположенного на расстоянии $a_1 = -a$ от зеркала (рис. 4.61). Для нахождения расстояния b от зеркала до изображения S_1 запишем формулу

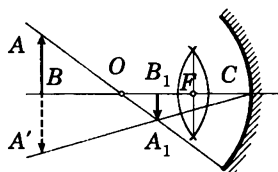


Рис. 4.58

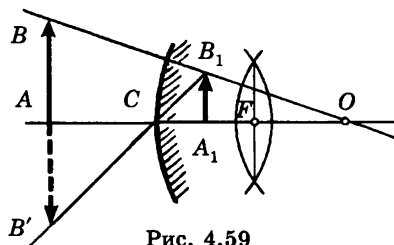


Рис. 4.59

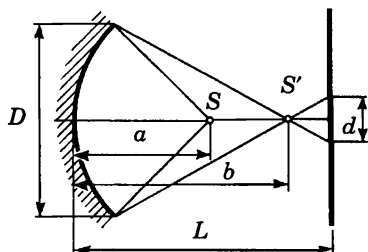


Рис. 4.60

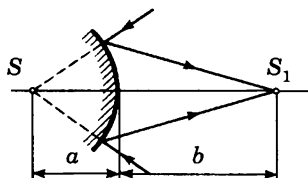


Рис. 4.61

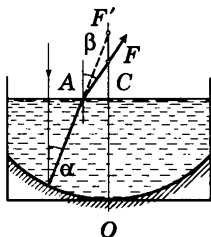


Рис. 4.62

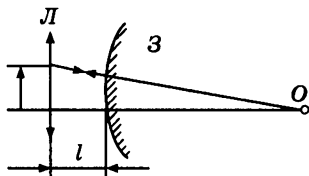


Рис. 4.63

зеркала: $-1/a + 1/b = 1/f$ ($f = -R/2$); отсюда $b = af/(a + f) = aR/(R - 2a)$. При $a = 15$ см и $R = 60$ см получим $b = 30$ см ($b > 0$, изображение действительное). При $a = 40$ см и $R = 60$ см получим $b = -120$ см ($b < 0$, изображение мнимое).

4.37. $b = aR/(2a + R) = 10$ см. В данном случае $b > 0$; это означает, что точка пересечения отраженных лучей действительна.

4.38. $R = a\gamma/(\gamma - 1) = 54$ см ($R/2 > a$, изображение мнимое).

4.39. Построим ход луча, падающего параллельно оси сосуда (рис. 4.62). Точка F — фокус системы (в ней собираются параллельные лучи после отражения от зеркала). Если бы воды не было, фокус зеркала находился бы в точке F' ; при этом отрезок $OF' = R/2$. Используя закон преломления и учитывая, что углы α и β малы, находим $OF = H/2 + (R - H)/2n = 36,3$ см.

4.40. Жидкость, налитую в зеркало, можно рассматривать как плоско-выпуклую линзу, оптическая сила которой $1/f_L = (n - 1)/R$. Оптическая сила системы линза — зеркало

$$1/f_3 + 2/f_L = 2/R + 2(n - 1)/R = 2n/R.$$

Так как звезда — бесконечно удаленный источник, ее изображение находится в фокусе системы, т. е. $0,7a = R/2n$. Без жидкости $a = R/2$. Итак, $n = 1/0,7 = 1,43$.

4.41. Увеличение изображения не зависит от положения предмета, если параллельный оптической оси луч, идущий от предмета к линзе, после отражения от зеркала и прохождения линзы остается параллельным оптической оси (рис. 4.63). Это возможно в том случае, когда задний фокус линзы совпадает с центром кривизны зеркала (точка O). При этом $l = f_L - R_3 = f_L - 2f_3 = 5$ см.

$$4.42. f_3 = (f_L + l)/2 = 6 \text{ см.}$$

$$4.43. f = -R = -60 \text{ см.}$$

$$4.44. f = a = +34 \text{ см.}$$

$$4.45. f = R_1 R_2 / 2(R_2 - R_1) = 10 \text{ см.}$$

$$4.46. \tau = 9L/c = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

$$4.47. \tau = 6L/c = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

4.3. ЛИНЗЫ

4.48. Прямая SS_1 пересекает оптическую ось OO_1 в оптическом центре линзы, так как через эту точку луч проходит не преломляясь (рис. 4.64). Итак, найдено положение линзы и, кроме того, теперь уже видно, что

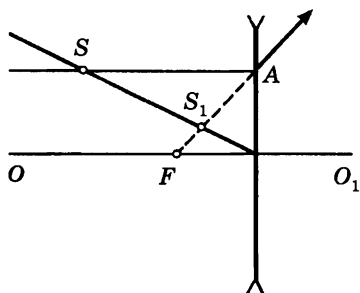


Рис. 4.64

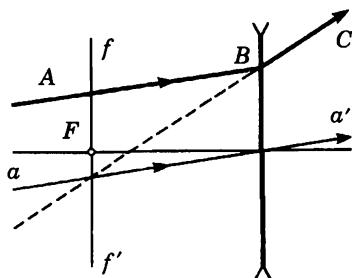


Рис. 4.65

изображение мнимое, прямое и уменьшенное; следовательно, линза рассеивающая. Чтобы найти положение ее фокуса, проводим прямую $SA \parallel OO_1$. После преломления в линзе ее продолжение должно проходить через точку S_1 . Точка пересечения AS_1 с OO_1 и есть главный фокус линзы F .

4.49. Проведем вспомогательный луч aa' , проходящий через оптический центр линзы параллельно лучу AB (рис. 4.65). Продолжение луча BC пересекается с лучом aa' в фокальной плоскости линзы ff' . Точка F — главный фокус линзы.

4.50. Сначала построением вспомогательного луча aa' , параллельного AB , определим положение фокальной плоскости ff' (рис. 4.66). Затем при помощи вспомогательного луча bb' , параллельного DE , определим направление преломленного луча EF . Случай, когда точка пересечения лучей AB и DE лежит справа от линзы, предоставляем рассмотреть читателю.

4.51. Расстояние от источника S до линзы $a = (lL)^{1/2}$, фокусное расстояние $f = (lL)^{1/2} - l > 0$.

4.52. $a = 2f$.

4.53. $f = (L^2 - l^2)/4L$.

4.54. $\psi = \varphi = 30^\circ$.

4.55. $f = -l\beta/(1 - \beta)^2 = -10$ см.

4.56. Увеличение $\beta = (b - f)/f = f/(a - f)$. Так как $L = a + b$, получаем $L = f(1 + \beta^2)/\beta$, а $L_2/L_1 = (1 + \beta_2)^2 \cdot \beta_1/(1 + \beta_1)^2 \cdot \beta_2$. Решая это квадратное уравнение, находим два решения: $\beta_2 = 5$, $\beta_2 = 1/5$.

4.57. $f_2 = 25$ см.

4.58. $a_1 = 15,8$ см, или $a_2 = 20$ см.

4.59. $f = l(1 + \sqrt{2}) = 9,65$ см. Линза может быть как собирающей, так и рассеивающей.

4.60. $\beta = [(b - f)/(a - f)]^{1/2} = 3$.

4.61. $f = l \cdot \beta/2 = 9$ см.

4.62. $\beta = 2f/l = 2$.

4.63. Так как $\beta = (b - f)/f$, получаем $f = b/(1 + \beta)$. Подставляя в эту формулу экспериментальные данные из графика, находим $f = 5$ см.

4.64. $\beta = 16/15$.

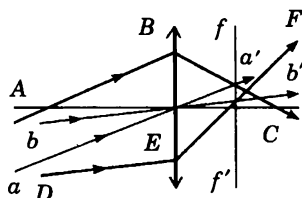


Рис. 4.66

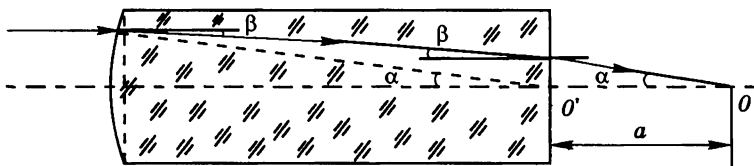


Рис. 4.67

4.65. $v = v_0/4\cos\alpha = \sqrt{5}v_0/8 = 0,45 \text{ см/с}$, где α — угол между скоростью v и оптической осью линзы ($\tan\alpha = a/f$).

4.66. $v = 4v_0\cos\alpha = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot v_0 = 7 \text{ см/с}$.

4.67. Изображение кубика имеет вид усеченной пирамиды с квадратным основанием.

$$V = \frac{h}{3}(l^2 + l_1^2 + ll_1) = \frac{l^3}{3} \frac{f}{f+l} \left[1 + \frac{f^2}{(f+l)^2} + \frac{f}{f+l} \right],$$

где h — высота пирамиды; l и l_1 — стороны квадратных оснований пирамиды.

$$4.68. l = \frac{L(n-1)}{[(aD-1)n - LD(n-1)](aD-1)} = 40 \text{ см}.$$

4.69. Толстую линзу можно рассматривать как сумму тонкой линзы и плоскопараллельной пластинки. Оптическая сила тонкой линзы в воздухе $1/f = (n-1)/R$, откуда $f = R/(n-1) = 5 \text{ см}$. Рассмотрим ход луча, параллельного главной оптической оси, через эту систему (рис. 4.67). Если бы не было стеклянной пластинки, луч после линзы попал бы в точку O' (так как толщина пластинки равна фокусному расстоянию линзы). Дважды преломившись на поверхностях пластинки, он выйдет из нее под тем же углом α к оси и пересечет ее в точке O . Расстояние OO' $a = f(\alpha - \beta)/\alpha = R/n = 5/3 \text{ см}$. Если параллельные лучи падают на линзу справа, они не преломляются в плоскопараллельной пластине и фокусируются на расстоянии $f = 5 \text{ см}$ слева от линзы.

4.70. Фокус находится слева (линза рассеивающая) на расстоянии $a = R(2n-1)/(n-1)n = 8 \text{ см}$ от плоского края или на плоской границе, если лучи падают справа.

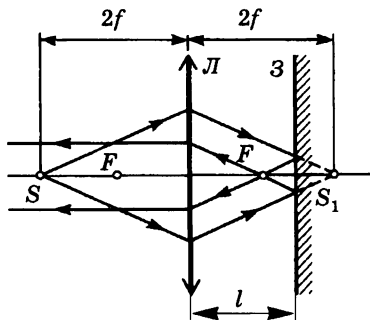


Рис. 4.68

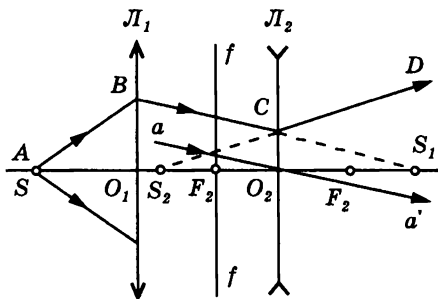


Рис. 4.69

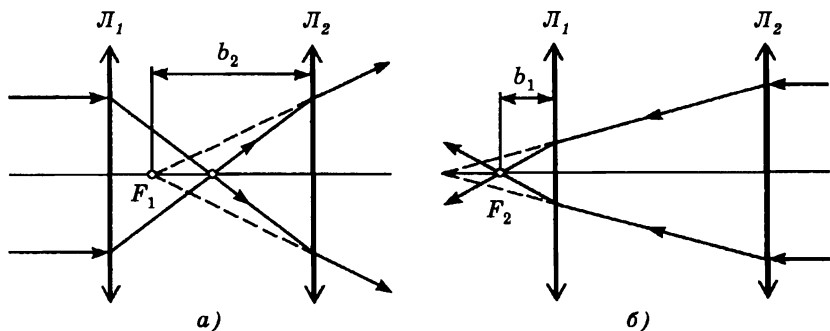


Рис. 4.70

4.71. $l = 3f/2$. Ход лучей показан на рисунке 4.68.

4.72. См. рис. 4.69.

4.73. $0 < a_1 < f/3$.

4.74. $a_1 < 2f = 10$ см.

4.75. $l = f_1 + f_2$.

4.76. Главными фокусами объектива называются точки, в которых собирается параллельный главной оптической оси пучок света, падающий на объектив слева и справа. Рассмотрим пучок, падающий слева (рис. 4.70, а). Так как $f_1 < l$, $al - f_1 < f_2$, то фокус F_1 расположен между линзами на расстоянии $b_2 = |(l - f_1)f_2 / (l - f_1 - f_2)| = 7,5$ см от второй линзы. Если пучок падает справа (рис. 4.70, б), он собирается в точке F_2 , лежащей слева от первой линзы на расстоянии $b_1 = f_1/2 = 2,5$ см.

4.77. Рассматривая параллельные пучки, падающие на систему слева и справа, получаем, что в этом случае оба главных фокуса лежат вне системы линз — один находится справа от второй линзы на расстоянии $b_2 = 7,5$ см, другой — слева от первой линзы на расстоянии $b_1 = 37,5$ см.

4.78. $f = f_1 f_2 / (f_1 + f_2) = 40$ см.

4.80. $f_3 = -f_{12} > 0$, $f_1 = -f_{23} > 0$, $f_2 = f_{12} f_{23} / (f_{12} + f_{23}) < 0$.

4.81. $f_2 = \frac{n-1}{n-n_g} f_1 = 2f_1$.

4.82. $f_2 = -\frac{n-1}{n_g-n} f_1 = 2f_1$.

4.83. $f = \frac{n_1 - n_2}{n_2(n_1 - 1)/f_2 - n_1(n_2 - 1)/f_1} = 36$ см.

4.4. ФОТОМЕТРИЯ

4.84. $L = 545$ м.

4.85. $I = E(l^2 + h^2)^{3/2} / 2h = 110$ кд.

4.86. В отсутствие зеркала освещенность экрана $E = I/L^2$, где I — сила света источника, т. е. поток световой энергии, отнесенный к единице телесного угла. При наличии зеркала освещенность определяется соотношением $E_1 = I/L^2 + I_1/(3L)^2$, где I — по-прежнему сила света источника, I_1 — сила света изображения в плоском зеркале. Легко показать, что для

идеально отражающего зеркала $I_1 = I$. Действительно, световой поток в некотором телесном угле Ω (рис. 4.71) после отражения от зеркала будет распространяться в том же телесном угле Ω , при этом поток не изменяется и по значению (идеальное отражение). Это как раз и означает, что $I_1 = I$. Таким образом, $E_1 = I/L^2 + I/(3L)^2 = 10E/9 = 10/9$ лк.

4.87. Пусть I_0 — сила света лампочки. Определим световой поток, падающий на линзу в первом случае (рис. 4.72): $\Phi_1 = I_0 \pi D^2 / 4a_1^2$. Площадь изображения $S_1 = S_0 b_1^2 / a_1^2 = S_0 (L - a_1)^2 / a_1^2$, где S_0 — площадь источника. Освещенность $E_1 = \Phi_1 / S_1 = I_0 \pi D^2 / 4S_0 (L - a_1)^2$. Во втором случае (рис. 4.72) из симметрии формулы линзы следует, что $a_2 = b_1 = L - a_1$, и мы получаем, что освещенность $E_2 = I_0 \pi D^2 / 4S_0 a_1^2$. По условию $E_2 / E_1 = 9$, откуда получаем уравнение $(L - a_1)^2 / a_1^2 = 9$. Решая его, находим, что $a_1 = L/4 = 25$ см. Следовательно, $b_1 = L - a_1 = 75$ см, а фокусное расстояние линзы $f = a_1 b_1 / (a_1 + b_1) = 3L/16 = 18,8$ см.

4.88. $E_1 / E_2 = (1 + \beta_2)^2 / (1 + \beta_1)^2 = 4$.

4.89. $f = L/8 = 12,5$ см.

4.90. $f = dDL / (D + d)^2 = 1,1$ м.

4.91. $E_2 / E_1 = (f_2^2 / f_1^2)(L + |f_1|)^2 / f_1^2 = 16$.

4.92. $D_1 / D_2 = \sqrt{13} = 3,6$.

4.93. $l = 3f/2 = 30$ см.

4.94. $\Phi / \Phi_0 = f^2 / (2l + f)^2 = 0,16$.

4.95. $E_1 / E = 1 + 4L^2 / R^2 = 101$.

4.96. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\Phi_1 S_2}{\Phi_2 S_1} = \left(\frac{dR}{D_2 f_1} \right)^2 = 6,25$. Таким образом, кусок дерева легче

поджечь при помощи линзы.

4.97. Для того чтобы зажечь дерево, 900 воинов должны были бы одновременно свести отраженные лучи Солнца в одной точке корабля (при условии, что щиты полностью отражают падающий на них свет).

4.98. $\alpha = (5n^2 - 4n - 1) / 9n^2 = 0,21 = 21\%$.

4.99. $\alpha = 1 - f^2 / L^2 = 0,55 = 55\%$.

4.100. $\tau > (H\alpha^2 / E)(f/D)^2 = 10^{-3}$ с. Качественная фотография получается при засветке фотопленки, превышающей ее чувствительность в $n \approx 10$ раз, т. е. $\tau \approx 10^{-2}$ с.

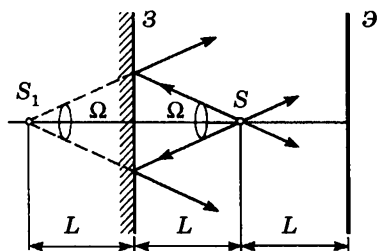


Рис. 4.71

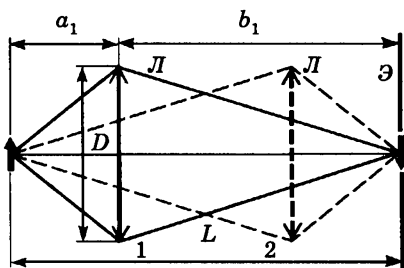


Рис. 4.72

$$4.101. (D/f)^2 \approx 10H\alpha^2/E\tau = 0,1.$$

$$4.102. E_0/E = 8/(1 - \alpha)\varphi^2 = 8 \cdot 10^5.$$

4.103. Если поглощение в атмосфере отсутствует, освещенность убывает с расстоянием по закону $E = I/r^2$. При этом вспышка, в 100 раз более сильная, даст такую же освещенность на расстоянии, в 10 раз большем, т. е. на расстоянии 10 км. По условию, однако, такая освещенность создается на расстоянии 5 км; следовательно, нельзя пренебрегать поглощением света в атмосфере. Обозначим коэффициент ослабления света на расстоянии 1 км через α . Из условия задачи следует, что $I\alpha/1^2 = 100I\alpha^5/5^2 = nI\alpha^9/9^2$, откуда $\alpha^4 = 1/4$, а $n = 9^2/\alpha^8 = 1300$, т. е. вспышка должна быть в 1300 раз ярче.

4.104. Сигнал уменьшится в 16 раз.

4.105. Количество поглощенной энергии пропорционально массе водяного пара на пути луча. Подсчитаем массу влажного воздуха на горизонтальном пути длиной 4,35 км при сечении пучка 1 см^2 : $m_1 = \mu p_0 V/RT = 517 \text{ г}$. Масса влажного воздуха в вертикальном столбе сечением $S = 1 \text{ см}^2$, проходящем через всю атмосферу Земли, $m_2 = p_0 S/g = 1033 \text{ г} = 2m_1$. Значит, поглощение энергии при прохождении излучения по вертикали через всю атмосферу равно поглощению энергии при прохождении излучением вдоль поверхности Земли расстояния $2L = 2 \cdot 4,35 \text{ км}$. Следовательно, коэффициент поглощения $\alpha = 25$.

4.106. Излучение ослабится в 2500 раз.

4.107. Каждая капля, находящаяся на пути пучка, рассеивает излучение, попадающее на ее поперечное сечение πr^2 . Если сечение пучка равно S , а число капель в единице объема равно N , то на малом отрезке длиной Δl пучок испытывает рассеяние на $NS\Delta l$ каплях и рассеянная доля энергии составит $\alpha = \pi r^2 NS\Delta l/S$. Число капель в единице объема $N = \frac{\gamma}{4\pi r^3 \rho/3}$, где ρ — плотность воды. Итак, $\alpha = 3\gamma\Delta l/4\rho r$. Одинаковая доля энергии в двух рассматриваемых случаях будет рассеяна на отрезках пути, связанных соотношением

$$\frac{\gamma_1}{r_1} \Delta l_1 = \frac{\gamma_0}{r_0} \Delta l_0, \text{ или } \Delta l_1 = \frac{\gamma_0 r_1}{\gamma_1 r_0} \Delta l_0 = 2,5 \Delta l_0.$$

Отсюда следует, что $l_1 = 2,5 l_0 = 2,5 \text{ км}$.

$$4.108. \gamma_2 = \gamma_1 l_1 r_2 / l_2 r_1 = 0,2 \text{ г/м}^3.$$

$$4.109. \Phi = 24\pi I r^2 / L^2 = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ лм}.$$

$$4.110. t_2 = t_0 + D^2(t_1 - t_0)/(\alpha f)^2.$$

4.111. Выберем в области тени малую площадку σ , видимую с поверхности шарика под телесным углом $\Omega = \sigma/H^2$. Освещенность площадки $E_1 = \Phi_1 \alpha / \sigma = E_0 d^2 / 16H^2 = 1,55 \cdot 10^{-4} E_0$. В светлой области освещенность $E_2 = E_0(1 + d^2 \cos^3 \alpha / 16H^2) \cong E_0$.

$$4.112. E = E_1 S / \sigma = \pi \Phi d^2 / 4a^2.$$

4.113. Энергия излучения отводится двумя путями: часть выходит обратно через отверстие, часть поглощается стенками. Если излучение внутри камеры такое, что на единицу площади поверхности в единицу времени попадает энергия E , то через отверстие выходит поток $\Phi_1 = E\sigma$, а стенками поглощается поток $\Phi_2 = E(S - \sigma)\alpha$. По закону сохранения

энергии поток, поступающий в камеру за единицу времени, $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$. Из этих соотношений получаем $\Phi_1/\Phi = [1 + \alpha(S - \sigma)/\sigma]^{-1} = 1/3$.

$$4.114. \alpha = \frac{1 - 2n}{n} \frac{\sigma}{S - 2\sigma} = 0,012 = 1,2\%.$$

4.5. ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

$$4.115. f = L/(1 + \beta) = 9,95 \text{ см, где } \beta = 200 \text{ — увеличение объектива.}$$

$$4.116. \beta = \frac{L(1 + f_1/f_2) - f_1}{L - f_1}.$$

$$4.117. \beta = \frac{L(f_1 + f_2 - a)}{f_1 f_2} = 100.$$

4.118. Дальняя точка аккомодации нормального глаза находится на бесконечности, дальняя точка близорукого глаза — на расстоянии $d_1 = 20$ см. Очки, восполняющие недостаток такого глаза, должны быть таковы, чтобы бесконечно удаленный предмет казался находящимся на расстоянии $d_1 = 20$ см. Следовательно, $f = -20$ см и $D = -5$ дптр.

Примечание. Речь идет об очках для дальнего зрения. Такие очки, вообще говоря, могут оказаться неподходящими для ближнего зрения (например, для чтения).

$$4.119. D = \frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{d_1} = 2 \text{ дптр, где } d = 25 \text{ см, } f = 50 \text{ см.}$$

$$4.120. a_1 = d_1 f / (d_1 + f) = 17 \text{ см, } a_2 = d_2 f / (d_2 + f) = \infty.$$

$$4.121. D = 2 \text{ дптр.}$$

$$4.122. l = d / 2(1 - dD) = 6,25 \text{ см, где } d = 25 \text{ см.}$$

$$4.123. \text{Можно } (h = 29,2 \text{ мм}).$$

$$4.124. h = \frac{(a_1 - a_2)f^2}{(a_1 - f)(a_2 - f)} = 5,9 \text{ мм.}$$

$$4.125. \beta_2/\beta_1 = 1 + h(a - f)/f^2 = 5,5.$$

$$4.126. h = 3,4 \text{ мм.}$$

$$4.127. a_{\min} = 100 \text{ м.}$$

4.128. Так как фотоаппарат сфокусирован на бесконечность, пленка расположена в фокальной плоскости объектива (рис. 4.73). Точка S , находящаяся на расстоянии a от фотоаппарата, будет четко изображаться на расстоянии b в точке S' . На пленке она будет изображаться кружком диаметром $d = 0,1$ мм. При этом $D/d = b/(b - f)$. Используя формулу линзы, находим $a = f^2/2d = 12,5$ м.

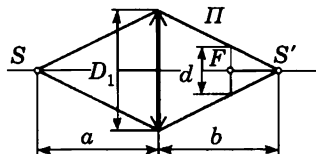


Рис. 4.73

$$4.129. v = d(a - f)/f\tau = 10 \text{ м/с.}$$

$$4.130. \tau = d(a - f)/f\sqrt{2gH} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

$$4.131. H \leq lf/d = 400 \text{ м,}$$

$$v < l/\tau = 50 \text{ м/с} = 180 \text{ км/ч.}$$

$$4.132. 120 \times 180 \text{ м.}$$

$$4.133. a_0 = 10 \text{ м.}$$

4.134. Дальняя граница лежит в бесконечности.

4.135. $a_{\max} = fl/d = 5$ м.

4.136. $L = b_1 + a_2 = a_1 f_1 / (a_1 - f_1) + df_2 / (d + f_2) = 16,8$ см,

$$\gamma = f_1(d + f_2) / f_2(a_1 - f_1) = 370.$$

4.137. $\alpha = f_1(L - f_2) / (L - f_1 - f_2) = 1,8$ см; $\beta = (L - f_2) / \alpha = 7,5$;

$$\gamma = \beta d / f_2 = 75.$$

4.138. $\gamma = (L - f_2)l / (f_1 f_2) = 480.$

4.139. $\varphi = d/f = 6,7 \cdot 10^{-7}$ рад.

4.140. $\Delta l = f^2 / (a - f) = 5$ мм.

4.141. Мнимое изображение расположено на расстоянии $-f_2(f_1^2 + f_1 f_2 - \alpha f_2) / f_1^2$ от окуляра. Увеличение $\beta = -f_2 / f_1 = 1/10.$

4.142. $L_1 = DL/d_{\text{зр}} = 20$ км.

4.143. На расстояниях от 7,5 до 45 см.

4.144. $37,5 \text{ см} \leq L \leq 38 \text{ см}.$

4.145. $L = f_1 + \frac{df_2}{d + f_2} = 3,24$ см, $d = 25$ см.

$$\Delta L = f_1 + f_2 - L = 0,76 \text{ см}.$$

4.146. При передаче бинокля от близорукого зрителя к дальнотелескопу длина трубки должна быть увеличена на величину $a' - a'' = 0,65$ см.

4.147. Освещенность E_0 изображения на сетчатке в случае невооруженного глаза пропорциональна $d_{\text{зр}}^2$. Таким образом, при выполнении условия $d \geq d_{\text{зр}}$ освещенность изображения на сетчатке глаза, вооруженного трубой, такая же, как и в случае невооруженного глаза. При $d < d_{\text{зр}}$ освещенность изображения на сетчатке глаза, вооруженного трубой, меньше E_0 . По условию задачи

$$\frac{E_0}{E} = \frac{d_{\text{зр}}^2}{D^2(f_2/f_1)^2} = 4, \text{ откуда } f_2 = \frac{d_{\text{зр}}}{2D} f_1 = 1 \text{ см}.$$

4.148. При уменьшении диаметра объектива трубы от 15 до 7,5 см освещенность изображения лунной поверхности на сетчатке глаза не будет изменяться. При дальнейшем уменьшении диаметра объектива освещенность начнет уменьшаться. При $D = 5$ см она окажется равной $4E_0/9$, где E_0 — освещенность в случае недифрагмированного объектива.

4.149. $L_1 = \gamma L = 10$ км.

4.150. $L_1 = DL/d_{\text{зр}} = 20$ км.

4.6. ЭЛЕМЕНТЫ ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ

4.151. $f = 4,74 \cdot 10^{14}$ Гц; $\lambda = 422$ нм; $v = 2 \cdot 10^8$ м/с.

4.152. $\Delta\varphi = 2\pi(d_1 n_1 - d_2 n_2) / \lambda = 239^\circ.$

4.153. $d = (2m + 1) \cdot 195$ нм, $m = 0, 1, 2, \dots$

4.154. $d = 840$ нм.

4.155. $\Delta x = \lambda / \varphi.$

4.156. Каждое из зеркал дает мнимое изображение источника S (рис. 4.74). Источники S_1 и S_2 когерентны, так как представляют собой изображение одного и того же источника. Поэтому в той области, где пучки света, исходящие из этих источников, перекрываются, возможно наблюдение интерференционной картины. Ширина пучков определяется по-

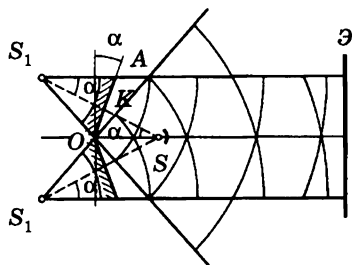


Рис. 4.74

ложением источника и размерами зеркала. Для того чтобы пучки могли пересечься на удаленном экране, необходимо, чтобы луч, прошедший через край зеркала, шел (при минимальном размере зеркала) параллельно оси системы. При этом $\angle AS_1K = \angle KSO = \alpha$. Из треугольника AS_1K имеем $a/2d = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ (так как угол α мал, $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$). Итак, $a = 2d\alpha = 2$ см.

$$4.157. \Delta x = \lambda L / 4d\alpha = 2,5 \text{ мкм.}$$

$$4.158. l = aLd / (b + d)b = 17 \text{ см.}$$

$$4.159. L > (D + d)\alpha / (D - d) = 1,2 \text{ м.}$$

$$4.160. L < L_0 = \frac{(D - d)af}{(D - d)(a - f) + da} = 1,1 \text{ м.}$$

$$4.161. L = a / [2(n - 1)\alpha] = 25 \text{ м (см. задачу 4.10).}$$

4.162. Используя решения задач 4.10 и 4.155, находим ширину интерференционных полос в месте пересечения пучков от бипризмы: $\Delta x = \lambda / [2\alpha(n - 1)]$. Период T колебаний интенсивности рассеянного света равен времени, за которое частица перемещается на расстояние, равное ширине полосы:

$$T = \frac{\Delta x}{v} = \frac{\lambda}{2v\alpha(n - 1)}.$$

Отсюда скорость частицы

$$v = \frac{\lambda}{2T\alpha(n - 1)} = \frac{\lambda f}{2\alpha(n - 1)} = 6,3 \text{ см/с.}$$

$$4.163. \Delta x = \lambda L / 2b(n - 1)\alpha = 2,2 \text{ мм (см. решение 4.10).}$$

$$4.164. n_a = n_b + \lambda / l = 1,000297.$$

$$4.165. \Delta L = (2/3)L = 6 \text{ м.}$$

$$4.166. v = 4av / \lambda L = 10 \text{ Гц.}$$

$$4.167. u = \lambda v f / a = 1 \text{ мм/с.}$$

$$4.168. v = \lambda h v / d = 4,5 \text{ мм/с.}$$

$$4.169. \varphi_1 = 7,32^\circ; \varphi_2 = 16,8^\circ.$$

$$4.170. N = 810.$$

$$4.171. d = 2\lambda L / l = 0,1 \text{ мм.}$$

4.172. а) Из-за дифракции на краях зеркала телескопа луч лазера постепенно расширяется, и на больших расстояниях его диаметр будет существенно превышать диаметр зеркала. Как известно из теории дифракции, угловая полуширина луча $\varphi \approx \lambda / D = 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ рад} = 0,05''$. Точность

установки оптической оси телескопа должна быть такой же, иначе отраженный луч не попадет обратно на телескоп.

б) Радиус светового пятна на Луне $R_1 = D/2 + \phi L \approx \phi L = 100$ м. Доля энергии, попадающей на отражатель, $k_1 = d^2/4R_1^2 = 10^{-6}$. Радиус луча, попадающего обратно на телескоп, $R_2 \approx L\lambda/d = 1,3$ км. Доля отраженной энергии, попадающей в телескоп, $k_2 = D^2/4R_2^2 = 10^{-6}$. Таким образом, доля энергии лазера, достигающая фотоприемника, $k_0 = k_1 k_2 = 10^{-12}$.

в) В зрачок невооруженного глаза после отражения от Луны попадает доля энергии лазера $k_{\text{зр}} = k_0(d_{\text{зр}}/D)^2 = 3,7 \cdot 10^{-18}$. Число световых квантов, попадающих в зрачок, $N = k_{\text{зр}} E/h\nu = k_{\text{зр}} E\lambda/hc = 12$. Так как $N < n$, глаз отраженный сигнал не почувствует.

г) В отсутствие отражателя лунная поверхность рассеивает 10% энергии лазера равномерно в телесный угол 2π . Телесный угол, под которым видно зеркало телескопа с Луны, $\Omega = \pi D^2/4L^2$. Доля энергии лазера, попадающая в телескоп, в этом случае равна:

$$k = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{\pi D^2}{4L^2} = \frac{\alpha D^2}{8L^2} = 5 \cdot 10^{-19}.$$

Выигрыш за счет применения отражателя, таким образом, $\beta = k_0/k = 2 \cdot 10^6$.

4.7. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

4.173. $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} = 133$ м, где c — скорость света.

4.174. Инерционность электронов начнет проявляться на частотах порядка 10^9 Гц.

4.175. $\lambda_{\text{max}} = 4cL(2m/eU_2)^{1/2} \approx 3,6$ м.

4.176. $A_{\text{отр}} = (A_1 - A_2)/2$; $\Delta L = c/2f$, где c — скорость света.

4.177. Так как углы α_1 и α_2 малы, $f = c/2H(\alpha_2 - \alpha_1) = 10^9$ Гц.

4.178. $|AP| = l = L/2 \pm m\lambda/2$, $m = 0, 1, 2, \dots$; $l < L$. $|AP| = 15$ м; 35 м; 55 м; 75 м; 95 м.

4.179. $l = L^2/(2m + 1)\lambda - (2m + 1)\lambda/4 = 58,3$ м, $m = 1$.

4.180. $\varphi_m = \arcsin(m\lambda/L)$, $m = 0, 1, 2, \dots$; φ — угол между направлением на максимум и перпендикуляром к линии, соединяющей антенны. $\varphi_m = 0^\circ; 14^\circ 30'; 30^\circ; 48^\circ 36'; 90^\circ$.

V. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

5.1. КИНЕМАТИКА

5.1. $v = l/t = 0,75c$.

5.2. $v'_2 = (v_1 - v_2)/(1 - v_1 v_2/c^2) = 0,5c$.

5.3. $v'_2 = (v_1 + v_2)/(1 + v_1 v_2/c^2) = 0,96c$.

5.4. $t_1 = t/(1 - v/c) = 25$ с; $l = vt_1 = 6 \cdot 10^6$ км; $t_2 = t_1 + l/c = 45$ с.

5.5. $T_B = cT/2v = 25$ лет; $T_{\Pi} = T_B(1 - (v/c)^2)^{1/2} = 20$ лет.

5.6. В неподвижной системе координат световой импульс, догоняющий корабль, достигнет его через время t_1 , которое находится из условия $ct_1 = L/2 + vt_1$; $t_1 = L/2(c - v)$. В системе корабля это время равно $t'_1 =$

$= t_1(1 - (v/c)^2)^{1/2} = (L/2c) \cdot [(c + v)/(c - v)]^{1/2}$. Для второго импульса, который движется навстречу кораблю, время t_2 находится из условия $ct_2 = L/2 - vt_2$; $t_2 = L/2(c + v)$. В системе корабля это время равно $t'_2 = t_2(1 - (v/c)^2)^{1/2} = (L/2c) \cdot [(c - v)/(c + v)]^{1/2}$. Ясно, что $t'_1 > t'_2$. Их разность $\tau = (Lv/c)(c^2 - v^2)^{-1/2} = 1,5$ мес.

5.7. По формуле для эффекта Доплера $\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 \pm v/c}{1 \mp v/c}}$ (верхний знак соответствует сближению, а нижний — удалению кораблей). Итак, $\nu' = 2\nu$ при сближении и $\nu' = \nu/2$ при удалении кораблей. Часы на экране телевизора идут вдвое быстрее своих часов при сближении кораблей и вдвое медленнее после того, как корабли разминутся и удаляются друг от друга.

5.8. Частота вспышек на звездолете $\nu_0 = 1$ Гц, на встречном звездолете их частота $\nu = 2$ Гц. По формуле для эффекта Доплера находим скорость их сближения $v = c(\nu^2 - \nu_0^2)/(\nu^2 + \nu_0^2) = 0,6c$. В системе координат первого звездолета время между получением импульсов $\tau_0 = l_0/c$. Для встречного звездолета $\tau = \tau_0/2 = l_0/2c$, откуда $l_0 = 2c\tau = 600$ м.

5.9. $l_0 = c\tau\beta/(1 - \beta^2)^{1/2} = 400$ м, $\beta = v/c = (k - 1)/(k + 1) = 0,8$.

5.10. Если стержень движется со скоростью v , его длина в системе K' равна $l_0 = v\Delta t'$. В лабораторной системе его длина $l = l_0\sqrt{1 - (v/c)^2} = v\Delta t$. Из этих уравнений получаем $l_0 = c[(\Delta t')^2 - (\Delta t)^2]^{1/2} = 1,2$ м.

5.11. $\Delta t' = \Delta t[1 + (l_0/c\Delta t)^2]^{1/2} = 10$ нс.

5.12. Пусть лампочка S_1 вспыхивает в тот момент, когда она проходит начало координат, и в этот момент часы в обеих системах показывают O . Таким образом, для этого события $x_1 = x'_1 = 0$ и $t_1 = t'_1 = 0$. Вторая лампочка вспыхивает в момент, когда $x'_2 = l_0$, $t'_2 = l_0/c$. Согласно преобразованиям Лоренца при этом $x_2 = \gamma(x'_2 + vt'_2) = l_0[(1 + v/c)/(1 - v/c)]^{1/2}$.

Итак, видимая длина стержня равна $l = x_2 - x_1 = l_0\sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$.

5.13. $h = H - c\tau_0/[2(1 - v/c)]^{1/2} = 2,5$ км.

5.14. $L = 1,92$ км, $\Delta L = 656$ м, $\Delta L/L = 34,3\%$;
 $\tau = 2,3 \cdot 10^{-5}$ с, $l = 6,85$ км, $l/H = 34,3\%$.

5.15. $v = 0,165$ с = $1,8 \cdot 10^8$ км/ч.

5.16. $v = 0,828$ с; удаляется.

5.2. ДИНАМИКА

5.17. $[(E - E_0) - mv^2/2]/(E - E_0) = 1\%$.

5.18. $v = 0,87c$.

5.19. 1) $K_{\text{рел}} = 1,16 \cdot 10^{-15}$ Дж, $K_{\text{кл}} = 1,14 \cdot 10^{-15}$ Дж;

2) $K_{\text{рел}} = 2,41 \cdot 10^{-13}$ Дж, $K_{\text{кл}} = 3,83 \cdot 10^{-14}$ Дж.

5.20. $K = 0,14$ МэВ; $E = 0,65$ МэВ;

$v_p = 1,86 \cdot 10^8$ м/с, $v_{\text{кл}} = 2,21 \cdot 10^8$ м/с.

5.21. $E_0 = 2,99 \cdot 10^{-10}$ Дж; $E = 4,16 \cdot 10^{-10}$ Дж; $K = 1,17 \cdot 10^{-10}$ Дж.

5.22. Центростремительное ускорение сообщает мюону сила Лоренца: $mv^2/R_{\text{кл}} = evB$, откуда $R_{\text{кл}} = 4,1$ см. В релятивистском случае надо считать по формуле $R = \gamma mv/eB = 50,5$ см. Число оборотов в обоих случаях одинаково, так как радиус витка увеличивается во столько же раз, во

сколько увеличивается время жизни мюона, и равно $N = \tau_0 v / 2\pi R = 208$ об. ($v \approx c$).

5.23. $R = E / eBc = 600$ км ($v \approx c$).

5.24. $E = E_0 L / c\tau_0 = 1,3 \cdot 10^{18}$ эВ.

5.25. $E_\gamma = [E_\pi (E_\pi - 2E)]^{1/2} = 8,32$ ГэВ;
 $v = cE / (E_\pi - E) = 0,13$ с.

5.26. $\cos\varphi = K / (4E_0 + K)$.

5.27. Из закона сохранения импульса (рис. 5.2)

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos\varphi.$$

Закон сохранения энергии:

$$(E_1 + E_2)^2 = (pc)^2 + E_0^2.$$

Для γ -квантов $p_1 = E_1/c$, $p_2 = E_2/c$.

Находим $\cos\varphi = 1 - E_0^2 / 2E_1 E_2 = 1/2$, $\varphi = 60^\circ$.

$$v = c[1 - (E_0 / (E_1 + E_2))^2]^{1/2} = 0,89c.$$

5.28. $E_0 = 135$ МэВ, $v = 0,71c$.

5.29. $E_0 = 3,1$ ГэВ; $v = (\sqrt{3}/2)c = 0,866c$.

5.30. Пороговая энергия соответствует случаю, когда в системе центра масс все четыре частицы покоятся. Используя законы сохранения импульса и энергии, находим $K = 6E_0 = 5,6$ ГэВ.

5.31. Для встречных пучков лабораторная система является системой центра масс: в ней вся кинетическая энергия идет на энергию покоя пары протон-антипротон: $2K = 2E_0$, $K = E_0 = 940$ МэВ.

5.32. Наибольшее число пионов образуется, если в системе центра масс все частицы покоятся:

$$N = [2E_{0p}(K + 2E_{0p})]^{1/2} - 2E_{0p} / E_{0\pi} = 12.$$

5.33. $E_\gamma = 4hcK^2 / (\lambda E_{0e}^2) = 7,2$ МэВ.

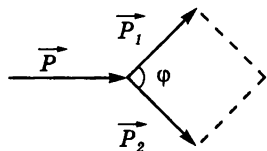


Рис. 5.2

VI. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

6.1. СВЕТОВЫЕ КВАНТЫ. ФОТОЭФФЕКТ

6.1. $L = \frac{d_{\text{сп}}}{4} \left(\frac{P_0 \lambda}{nhc} \right)^{1/2} = 10^6$ м = 10^3 км.

6.2. В отличие от предыдущей задачи в этом случае свет распространяется не во все стороны, а в узком конусе с углом раствора α . При этом

$$L = \frac{d_{\text{сп}}}{\alpha} \left(\frac{P_0 \lambda}{nhc} \right)^{1/2} = 5 \cdot 10^8 \text{ м.}$$

6.3. Фотон — безмассовая частица, поэтому его импульс равен $p = E/c$. Каждый фотон сообщает фольге импульс $2p$, а число фотонов равно $N = P\tau / E$. По второму закону Ньютона $mv = 2pN = 2P\tau / c$, и скорость

фольги $v = 2P\tau/(mc) = 5$ см/с. Так как в ответ не входит h , задачу можно решить и классически, через импульс световой (электромагнитной) волны.

$$6.4. n = mv\lambda/h = 9,5 \cdot 10^{16}.$$

$$6.5. F = 1,2(P/c)\cos\alpha = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

$$6.6. F = (P/c)[1 + (0,4)^2 - 2\cos(2\alpha)]^{1/2} = 4,2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

$$6.7. F = W(5 - 2\sqrt{2})^{1/2}/(2c\tau) = 1 \text{ Н}.$$

$$6.8. F = W(5 + 2\sqrt{3})^{1/2}/(2c\tau) = 1,9 \text{ Н}.$$

6.9. Коротковолновая граница рентгеновского спектра соответствует случаю, когда вся кинетическая энергия электрона переходит в излучение, т. е. $K = hc/\lambda_0$. Так как скорость электронов сравнима со скоростью света, расчет по нерелятивистской формуле $K = mv^2/2$ будет неточен. Более правильно в этом случае использовать релятивистскую формулу для кинетической энергии:

$$K = \frac{m_0 c^2}{(1 - (v/c)^2)^{1/2}} - m_0 c^2 = 7,4 \cdot 10^{-15} \text{ Дж},$$

откуда

$$\lambda_0 = \frac{hc}{K} = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

(Нерелятивистская формула дает $\lambda_0 = 3 \cdot 10^{-11}$ м.)

$$6.10. A = h\nu_0 - eU_a = 3,35 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,1 \text{ эВ}.$$

$$6.11. \lambda_{\max} = 264 \text{ нм}.$$

$$6.12. v_{\max} = 1,9 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

$$6.13. h = 5\lambda e\Delta U/c = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

$$6.14. A = 1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; h = 6,4 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

$$6.15. A = 2e(1,5U_1 - U_2) = 1,2 \text{ эВ} = 1,9 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

$$6.16. U_2 = U_1 + \frac{hc}{e} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 2,23 \text{ В}.$$

$$6.17. l = \frac{hc}{eE} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = 1,5 \text{ см}.$$

$$6.18. t = \varepsilon_0 mv^2/2e^2 nd = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

$$6.19. D = d + 4l[(hc/\lambda - A)/(eU)]^{1/2} = 1,3 \text{ мм}.$$

6.20. При ускоряющем напряжении (на аноде плюс) радиус R_1 пятна на аноде определяется электронами, скорость которых параллельна плоскости пластин:

$$R_1 = v_0 \tau_1 = v_0 \sqrt{\frac{2d}{a}}.$$

При запирающем напряжении радиус R_2 пятна определяется теми электронами, нормальная составляющая скорости которых у анода равна нулю:

$$R_2 = v_0 \cos\alpha \cdot \tau_2 = \sqrt{v_0^2 - 2ad} \cdot \sqrt{\frac{2d}{a}}.$$

ЭДС источника:

$$\mathcal{E} = \frac{3}{4e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) = 0,362 \text{ В}.$$

6.2. ФИЗИКА АТОМА

6.21. В том случае, когда электрон находится на расстоянии r от центра ядра, на него действует только та часть заряда ядра, которая находится внутри сферы радиусом r . По закону Кулона $F = eq'/(4\pi\epsilon_0 r^2)$, где $q' = qr^3/R^3 = er^3/R^3$. Поэтому $F = e^2 r/(4\pi\epsilon_0 R^3)$ и направлена к центру сферы. По второму закону Ньютона $m\ddot{r} = -e^2 r/(4\pi\epsilon_0 R^3)$, или $\ddot{r} + e^2 r/(4\pi\epsilon_0 m R^3) = 0$. Получилось уравнение гармонических колебаний, в котором

$$\omega^2 = e^2/(4\pi\epsilon_0 m R^3), \quad T = 2\pi/\omega = 4\pi R(\pi\epsilon_0 m R)^{1/2}/e = 4 \cdot 10^{-16} \text{ с.}$$

6.22. В модели Резерфорда — Вора размер ядра ($\sim 10^{-15}$ м) много меньше размеров атома ($\sim 10^{-10}$ м), поэтому на электрон всегда действует поле всего ядра. Сила взаимодействия двух точечных зарядов находится по закону Кулона, и полная энергия атома водорода, когда электрон находится на расстоянии r от ядра, равна $E = -e^2/(8\pi\epsilon_0 r)$. Энергия фотона

$$E_\phi = E_2 - E_1 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 1,62 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$$

$$\mathbf{6.23.} \quad r = e^2/8\pi\epsilon_0 E = 5,3 \cdot 10^{-9} \text{ см.}$$

$$\mathbf{6.24.} \quad K_2 = 3,4 \text{ эВ; } U_2 = -6,8 \text{ эВ; } E_2 = -3,4 \text{ эВ; } \lambda = 122 \text{ нм.}$$

$$\mathbf{6.25.} \quad \lambda = 92,6 \text{ нм; } \nu = 3,24 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

$$\mathbf{6.26.} \quad K_0 = 3E_n/4 = 10,2 \text{ эВ.}$$

$$\mathbf{6.27.} \quad \lambda_1 = 122 \text{ нм; } \lambda_2 = 103 \text{ нм; } \lambda_3 = 656 \text{ нм.}$$

$$\mathbf{6.28.} \quad ({}^{5/36})E_n \leq E \leq ({}^{3/16})E_n, \quad 1,89 \text{ эВ} \leq E \leq 2,55 \text{ эВ.}$$

$$\mathbf{6.29.} \quad \lambda_2/\lambda_1 = (n_1^{-2} - m_1^{-2})/[n_2^{-2} - (n_2 + 1)^{-2}] \approx ({}^{5/36})/(2/n_2^3); \quad n_2 \approx 220.$$

6.30. Налетающий атом водорода передаст максимально возможную энергию на ионизацию, если удар будет абсолютно неупругим. Так как импульс системы сохраняется, в виде кинетической энергии остается энергия

$$K = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{p^2}{4m_p} = \frac{K_0}{2}.$$

Фотон унесет минимальную энергию, если электрон в атоме перейдет с первого уровня на второй, т. е. $n = 1, m = 2$. Для этого нужна энергия

$$h\nu_{12} = hR \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) = (3/4)hR.$$

При ионизации электрон переходит с первого уровня на бесконечность, т. е. $n = 1, m = \infty$ и $E_n = hR$. Итак,

$$\frac{K_0}{2} = \frac{3}{4}E_n, \quad K_0 = \frac{3}{2}E_n = 20,4 \text{ эВ.}$$

6.3. АТОМНОЕ ЯДРО. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

6.31. По своим химическим свойствам тритий — водород. При комнатной температуре это газ с формулой ${}^3\text{H}_2$ и молярной массой $\mu = 6 \text{ г/моль}$. В начале срока хранения, таким образом, в сосуде было $\nu_B = 1/6$ моль водорода. Через 12 лет половина его превратилась в одно-

атомный гелий, и всего стало $\nu = 1/4$ моль. Давление найдем из уравнения газового состояния: $p = \nu RT/V = 6,2 \cdot 10^5$ Па.

6.32. $p = \nu RT/V = 4,6 \cdot 10^2$ Па.

6.33. $V = m_1 RT/\mu p = 7,7$ дм³, где $m_1 = (^8/7)m$, $\mu = 4$.

6.34. Число распадов в единицу времени пропорционально числу имеющихся в данный момент радиоактивных ядер. Число отсчетов через время τ составляет 0,87 от первоначального; значит, число нераспавшихся ядер также составляет 0,87 от начального их числа. Еще через время τ оно уменьшится до $(0,87)^2$ и т. д. Нас интересует, через какое время число нераспавшихся ядер уменьшится вдвое: $(0,87)^n = 0,5$, $\tau_{1/2} = n\tau$, отсюда $\tau_{1/2} = 5\tau = 1$ ч 50 мин.

6.35. $\tau = \tau_{1/2}/n = 2$ ч 15 мин, где $n = 6,6$, находится из условия $(0,9)^n = 1/2$.

6.36. Время опыта составляет $1/3$ периода полураспада. Оставшаяся масса составляет $m = m_0 2^{-1/3} = 0,8m_0$. Значит, распалось 0,2 от начальной массы, или 0,2 мг кремния. Теперь нетрудно получить, что $\Delta T = 0,2m_0 N_A Q/AC = 0,017$ К.

6.37. Доля распавшихся ядер $\alpha = AC\Delta T/mN_A Q = 0,3$. Осталось 0,7 = $2^{-1/2}$ от начальной массы. Значит, период полураспада $\tau_{1/2} = 2\tau = 1$ ч 40 мин.

6.38. $t = T_{1/2} \ln(Am/N)/\ln 2 = 8$ тыс. лет.

6.39. $\lambda = 4,9 \cdot 10^{-18}$ с⁻¹; $m = 3 \cdot 10^8$ кг; $N = 2,5 \cdot 10^5$.

6.40. $\mathcal{E} = v_0^2/2\gamma = 5 \cdot 10^4$ В.

6.41. Определим ЭДС элементов: $\mathcal{E} = T_1/2e = 10$ кВ, $\mathcal{E}_2 = T_2/2e = 20$ кВ, где $2e = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд α -частицы.

а) При последовательном соединении ЭДС батареи равна сумме ЭДС элементов, т. е. 30 кВ. б) При параллельном соединении ЭДС батареи равна 20 кВ, при этом один из элементов будет заперт уже при напряжении 10 кВ и работать будет лишь элемент, в котором источник испускает α -частицы с более высокой энергией.

6.42. Используя второй закон Ньютона $mv^2/R = evB$ и условие синхронизации $2\pi R/v = 1/f$, можем определить отношение заряда частицы q к ее массе m : $\gamma = q/m = 2\pi f/B$. Используя связь силы тока с числом частиц, пролетающих за единицу времени, $I = nq$, запишем мощность пучка: $N = nmv^2/2 = \pi IB R^2 f$. Условие теплового баланса имеет вид $N = cM_t \Delta t$, где $c = 4200$ Дж/(кг·К) — удельная теплоемкость воды; отсюда искомое повышение температуры воды $\Delta t = \pi B I R^2 f / c M_t = 5,6$ К.

6.43. $v = \left(\frac{9e\gamma}{8\pi\epsilon_0 a} \right)^{1/2} = 800$ м/с.

6.44. $T = 3e^2 B^2 r^2 / 4m_p$.

6.45. Движение частей ядра после распада может быть описано уравнениями $M_1 v_1 = M_2 v_2$, $M_1 v_1^2/2 + M_2 v_2^2/2 = T$, первое из которых выражает закон сохранения импульса, а второе — закон сохранения энергии (v_1 и v_2 — скорости частей массами M_1 и M_2); отсюда

$$v_1 = M_2 \left(\frac{2T}{M_1 M_2^2 + M_2 M_1^2} \right)^{1/2}, \quad v_2 = M_1 \left(\frac{2T}{M_1 M_2^2 + M_2 M_1^2} \right)^{1/2}.$$

6.46. $T = T_e m_e / A m_p = 0,12$ эВ = $1,9 \cdot 10^{-20}$ Дж.

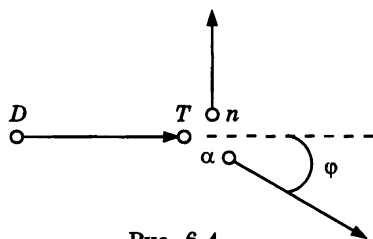


Рис. 6.4

6.47. $T_{\alpha}/(T_{\alpha} + T) = (A - A_{\alpha})/A = 98\%$.

6.48. $v = (m_C v_C + m_{\alpha} v_{\alpha})/(m_C + m_{\alpha}) = 625$ м/с.

6.49. $v = (2m_n T)^{1/2}/(m_n + m_{Cd}) = 9,5 \cdot 10^3$ м/с.

6.50. Энергия нейтрона уменьшится в $625/81 = 7,7$ раза.

6.51. Запишем закон сохранения импульса для направления полета ядра дейтерия и перпендикулярного ему направления полета нейтрона (рис. 6.4): $m_D v_D = m_{\alpha} v_{\alpha} \cos \phi$, $m_n v_n = m_{\alpha} v_{\alpha} \sin \phi$. По закону сохранения энергии $m_n v_n^2/2 + m_{\alpha} v_{\alpha}^2/2 = m_D v_D^2/2 + Q$. Решая эти уравнения, получим:

$$T_n = \frac{m_n v_n^2}{2} = \frac{m_{\alpha}}{m_n + m_{\alpha}} \left(Q + \frac{m_{\alpha} - m_D}{m_{\alpha}} T_D \right) = 14,9 \text{ МэВ.}$$

6.52. $T_n / (T_{\alpha} + T_n) = m_{\alpha} / (m_{\alpha} + m_n) = 0,8$.

6.53. $T_T = Q m_{\alpha} / (m_{\alpha} + m_T) = 2,74$ МэВ, $T_{\alpha} = 2,06$ МэВ.

6.54. $T_n = 2,95$ МэВ, $T_{Be} = 0,42$ МэВ.

6.55. $\Delta E = E_{\alpha} - E_n = ({}^{2/117}) E_n = 25$ кэВ.

6.56. $\Delta E = ({}^{1/49}) E = 39$ кэВ.

6.57. Взаимодействие частиц упругое, поэтому должны выполняться законы сохранения энергии и импульса:

$$\begin{aligned} m v_1^2/2 &= m v_2^2/2 + M v^2/2, \\ m \vec{v}_1 &= m \vec{v}_2 + M \vec{v}. \end{aligned} \quad (1)$$

Воспользовавшись теоремой косинусов, закон сохранения импульса можно записать в виде:

$$(Mv)^2 = (mv_1)^2 + (mv_2)^2 - 2m^2 v_1 v_2 \cos \beta. \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), находим:

$$M/m = (1 + k^2 - 2k \cos \beta)/(1 - k^2) = 7 \quad (k = v_2/v_1 = 0,9).$$

6.58. $\cos \beta = (1/2k)[1 + k^2 - (1 - k^2)M/m] = 7/20$, $\beta = 69^\circ 30'$ ($k = \frac{v_2}{v_1}$).

6.59. $Q = 23,8$ МэВ.

6.60. $T_{\pi} = (h\nu)^2/(2m_{\pi} c^2) = 1,2 \cdot 10^{-2}$ эВ.

6.61. $v_{\alpha} = Q/m_{\alpha} c = Qc/m_{\alpha} c^2 = 1,6 \cdot 10^6$ м/с.

6.62. $\Delta m_{Tc^2} = E_1 - E_2 + \Delta m_D c^2$; $\Delta m_T = 9,15 \cdot 10^{-3}$ а. е. м.

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}$
Число Авогадро	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \approx$ $\approx 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Элементарный заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса электрона	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса протона	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,6 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Скорость света в пустоте	$c = 299\,792\,458 \text{ м/с} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Планка	$h = 2\pi\hbar = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ. НЕКОТОРЫЕ СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

МЕХАНИКА

Второй закон Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Сила тяжести

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

Закон Гука для пружины

$$F = -kx$$

Равномерное движение по окружности

$$T = 2\pi R/v; v = 1/T; \omega = 2\pi/T$$

Механическая работа

$$A = Fs \cos \alpha$$

Закон сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$$

Теорема о кинетической энергии

$$A = E_{к2} - E_{к1}$$

Потенциальная энергия пружины

$$E_n = kx^2/2$$

Третий закон Кеплера

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

Потенциальная энергия в поле тяготения

$$E_n = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

Колебания груза на пружине

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Изменение импульса тела

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}\Delta t$$

Нормальное ускорение силы тяжести

$$g = 9,81 \text{ м/с}^2$$

Сила трения

$$F \leq \mu N$$

Центростремительное ускорение

$$a = \omega^2 r = v^2/r$$

Мощность

$$N = A/t$$

Кинетическая энергия

$$E_k = mv^2/2$$

Закон сохранения механической энергии

$$(E_k + E_n)_1 = (E_k + E_n)_2$$

Потенциальная энергия в однородном поле тяжести

$$E_n = mgh$$

Закон всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Первая и вторая космические скорости

$$v_{1к} = \sqrt{gR_3} \approx 7,9 \text{ км/с};$$

$$v_{2к} = \sqrt{2gR_3} \approx 11,2 \text{ км/с}$$

Математический маятник

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Тепловое расширение тел

$$l = l_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta T); \beta \approx 3\alpha$$

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}$$

Давление идеального газа

$$p = nkT$$

Работа газа

$$A = p \Delta V$$

Молярная теплоемкость

$$C_V = \frac{3}{2} R \text{ (одноатомный газ);}$$

$$C_V = \frac{5}{2} R \text{ (двухатомный газ)}$$

Формула Лапласа

$$p = 2\sigma/r$$

Число Авогадро

$$N = R/k \approx 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

Нормальное атмосферное давление

$$p_0 = 101\,325 \text{ Па} \approx 10^5 \text{ Па} \\ (760 \text{ мм рт. ст.})$$

Удельная теплоемкость:

воды — 4200 Дж/(кг·К);

льда — 2100 Дж/(кг·К)

Уравнение состояния идеального газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT$$

Первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T$$

КПД теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1};$$

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Уровень жидкости в капилляре

$$h = 2\sigma/(\rho g r)$$

Абсолютная температура

$$T = (t \text{ } ^\circ\text{C} + 273,15) \text{ K}$$

Плотность ртути

$$\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

Удельная теплота:

испарения воды

$$r = 2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг};$$

плавления льда

$$\lambda = 0,32 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$$

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Закон Кулона

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Разность потенциалов

$$\Delta U = E \Delta x$$

Емкость конденсатора

$$C = q/U$$

Энергия конденсатора

$$W_c = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

Закон Джоуля — Ленца

$$\Delta Q = I^2 R \Delta t$$

Сила Ампера

$$F = IBl \sin \alpha$$

Закон электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Магнитная энергия катушки

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$$

Реактивное сопротивление

$$|Z_C| = 1/\omega C; \quad |Z_L| = \omega L$$

Поле точечного заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Потенциал заряженного шара

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Плоский конденсатор

$$C = \epsilon_0 S/d$$

Закон Ома

$$I = \frac{U}{R}; \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

Сила Лоренца

$$F = qvB \sin \alpha$$

Магнитный поток

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

Индуктивность

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

Колебательный контур

$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

Мощность переменного тока

$$N = UI \cos \varphi$$

ОПТИКА. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Скорость света в среде

$$v = \frac{c}{n}$$

Формула линзы и зеркала

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

Освещенность

$$E = \Phi / S$$

Интерференция волн

максимум $\Delta = m\lambda$;

минимум $\Delta = (2m + 1) \lambda / 2$

Максимумы дифракционной решетки

$$d \sin \vartheta = m\lambda$$

Закон преломления света

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n$$

Оптическая сила линзы

$$D = \frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Волновое число

$$k = 2\pi / \lambda$$

Кольца Ньютона

$$r_m = \sqrt{m\lambda R}$$

Дифракционная расходимость светового пучка

$$\varphi \approx \sin \varphi = \lambda / D$$

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Преобразования Лоренца

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$$

$$t = \frac{t' + (V/c^2) x'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Связь энергии и импульса

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

Релятивистский закон сложения скоростей

$$v = \frac{v' + V}{1 + v'V/c^2}$$

Энергия покоя

$$E_0 = mc^2$$

Энергия и импульс фотона

$$E = h\nu; \quad p = h\nu/c = h/\lambda$$

КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

Формула Эйнштейна

$$h\nu = A_{\text{вых}} + eU_3$$

Спектр атома водорода

$$\nu_{nm} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Энергия ионизации атома водорода

$$E_{\text{ион}} = 13,6 \text{ эВ} = 2,2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$$

Правило Бора

$$h\nu = E_n - E_m,$$

где $m = 1, 2, 3 \dots$;

$$n = m + 1, m + 2, m + 3 \dots$$

Постоянная Ридберга

$$R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$$

Энергия связи атомного ядра

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2;$$

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{\text{я}}$$

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 \cdot 2^{-t/T_{1/2}}$$

СОДЕРЖАНИЕ

	Условия	Ответы и решения
I. МЕХАНИКА		
1.1. Кинематика	4	176
1.2. Статика и гидростатика	6	178
1.3. Динамика	14	181
1.4. Вращательное движение	20	184
1.5. Законы сохранения в механике	25	187
1.6. Тяготение, спутники	36	191
1.7. Механические колебания	40	194
II. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА		
2.1. Тепловое расширение тел	44	195
2.2. Уравнение состояния идеального газа	45	196
2.3. Газовые смеси	58	202
2.4. Насыщенные и ненасыщенные пары	62	203
2.5. Молекулярное строение вещества	69	206
2.6. Поверхностное натяжение	71	208
2.7. Закон сохранения энергии в тепловых процессах	72	209
2.8. Циклические процессы. Тепловые машины	80	213
III. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА		
3.1. Электростатика	86	214
3.2. Законы постоянного тока	94	217
3.3. Работа и мощность электрического тока	101	220
3.4. Нелинейные элементы в цепях постоянного тока	105	223
3.5. Законы электролиза	111	226
3.6. Магнитное поле тока	112	—
3.7. Заряженные частицы в электрическом и магнитном полях	113	—
3.8. Электромагнитная индукция	120	229
3.9. Электромагнитные колебания	125	232
3.10. Законы переменного тока	129	234
IV. ОПТИКА. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ		
4.1. Отражение и преломление света	132	234
4.2. Плоские и сферические зеркала	136	237
4.3. Линзы	140	238
4.4. Фотометрия	146	241
4.5. Оптические приборы	151	244
4.6. Элементы волновой оптики	157	245
4.7. Электромагнитные волны	162	247

V. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

5.1. Кинематика	164	247
5.2. Динамика	166	248

VI. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

6.1. Световые кванты. Фотозффект	168	249
6.2. Физика атома	171	251
6.3. Атомное ядро. Ядерные реакции	172	—

<i>Приложение</i>		254
-------------------	--	-----

Основные и дополнительные единицы Международной системы (СИ)

Наименование величины	Единица			
	Наименование	Обозначение		Определение
		русское	международное	
1	2	3	4	5
Основные единицы				
Длина	метр	м	m	Метр равен длине пути, проходимого светом в вакууме за интервал времени $1/299792458$ с
Масса	килограмм	кг	kg	Килограмм равен массе международного прототипа килограмма
Время	секунда	с	s	Секунда равна $9\,192\,631\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133
Сила электрического тока	ампер	A	A	Ампер равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н
Термодинамическая температура	кельвин	K	K	Кельвин равен $1/273,16$ части термодинамической температуры тройной точки воды
Количество вещества	моль	моль	mol	Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг.
Сила света	кандела	кд	cd	Кандела равна силе света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $1/683$ Вт/ср.
Дополнительные единицы				
Плоский угол	радиан	рад	rad	РадIAN равен углу между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу
Телесный угол	стерадиан	ср	sr	Стерaдиан равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы

**Множители и приставки для образования кратных
и дольных единиц и их наименования**

Множитель	Приставка		
	Наименование	Обозначение	
		русское	международное
10^{18}	экса	Э	E
10^{15}	пета	П	P
10^{12}	тера	Т	T
10^9	гига	Г	G
10^6	мега	М	M
10^3	кило	к	k
10^2	гекто	г	h
10^1	дека	да	da
10^{-1}	деци	д	d
10^{-2}	санти	с	c
10^{-3}	милли	м	m
10^{-6}	микро	мк	μ
10^{-9}	нано	н	n
10^{-12}	пико	п	p
10^{-15}	фемто	ф	f
10^{-18}	атто	а	a

Латинский алфавит

<i>A a</i>	а	<i>N n</i>	эн
<i>B b</i>	бе	<i>O o</i>	о
<i>C c</i>	це	<i>P p</i>	пе
<i>D d</i>	де	<i>Q q</i>	ку
<i>E e</i>	э	<i>R r</i>	эр
<i>F f</i>	эф	<i>S s</i>	эс
<i>G g</i>	ге (же)	<i>T t</i>	те
<i>H h</i>	аш (ха)	<i>U u</i>	у
<i>I i</i>	и	<i>V v</i>	ве
<i>J j</i>	йот (жи)	<i>W w</i>	дубль-ве
<i>K k</i>	ка	<i>X x</i>	икс
<i>L l</i>	эль	<i>Y y</i>	игрек
<i>M m</i>	эм	<i>Z z</i>	зет

Греческий алфавит

$\Lambda \alpha$	альфа	$N \nu$	ню
$B \beta$	бета	$\Xi \xi$	кси
$\Gamma \gamma$	гамма	$O o$	омикрон
$\Delta \delta$	дельта	$\Pi \pi$	пи
$E \epsilon$	эпсилон	$\rho \rho$	ро
$Z \zeta$	дзета	$\Sigma \sigma$	сигма
$H \eta$	эта	$T \tau$	тау
$\Theta \theta$	тета	$\Upsilon \upsilon$	ипсилон
$I \iota$	йота	$\Phi \phi$	фи
$K \kappa$	каппа	$\chi \chi$	хи
$\Lambda \lambda$	ламбда	$\Psi \psi$	пси
$M \mu$	ми (мю)	$\Omega \omega$	омега

Учебное издание

**Баканина Людмила Павловна
Белонучкин Владимир Евгеньевич
Козел Станислав Миронович**

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ФИЗИКЕ**

***Для 10—11 классов
с углубленным
изучением физики***

**Редактор Т. Н. Терехова
Дизайн обложки С. В. Груздев**

**Издательство «Вербум-М»
109004, Москва, ул. Земляной Вал, д. 64, стр. 2.
Тел. 915-70-91, 915-80-24
Тел./факс 915-76-33.
E-mail: Verbum-m@mail.ru
<http://www.verbum.ru>**

**Гигиенический сертификат
№ 77.99.02.953.Д.003533.06.02 от 05.06.2002.
Подписано в печать 03.03.2003. Формат 60×90¹/₁₆.
Гарнитура Школьная. Усл. печ. л. 16,5.
Тираж 7100 экз. Заказ № 2624.**

**Государственное унитарное предприятие
ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат
Министерства Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59.**

**СБОРНИК
ЗАДАЧ
ПО ФИЗИКЕ
для 10 - 11 классов
с углубленным
изучением физики**

Вербум — М